表面レリーフ型格子のコニカルマウントにおける散乱解析

非会員 小松 実* 正員 若林 秀昭*
正員 山北 次郎*

Analysis of Scattering from Surface Relief Gratings in Conical Mounting

Minoru Komatsu*, Non-member, Hideaki Wakabayashi*, Member, Jiro Yamakita*, Member

We analyze the scattering problems of the dielectric gratings in conical mounting by applying Inverse Rule to matrix eigenvalue method that is using the Fourier series expansion for relative permittivity and the spatial harmonics expansion for electromagnetic fields. The surface relief profile of the dielectric gratings can be expressed by using multilayered step method. The convergence of our method for surface relief gratings is faster than that of the conventional method. Moreover, we analyze about the characteristics of scattering electromagnetic wave by using this method.

キーワード：誘電体格子，コニカルマウント，行列固有値，Inverse Rule

Keywords: dielectric grating, conical mounting, matrix eigenvalue, Inverse Rule

1. まえがき

周期構造媒質は光波工学や電波工学の分野における基本構造の一つであり，数多くの解析手法や導波・散乱問題についての応用例がある．中でも周期構造媒質による散乱波の解析問題は，工学的立場からも重要であるとともに数値算法の有効性を検証するために用いられ，種々の手法を用いた解析結果が数多く報告されている⁽¹⁾⁽²⁾．特に，フーリエ級数展開にその解析論拠をおく算法は，屈折率変動型格子⁽³⁾や表面レリーフ型格子にも適用可能である高精度な数値解法としてよく知られている．しかし，複素屈折率を持つ表面レリーフ型格子の解析では，ブラナーマウントにおける TM 波解析において，解の収束速度が問題となり，高精度な数値解が得られない欠点を有していた．また，入射面が誘電体格子の溝と直交しないコニカルマウントにおける散乱波の解析では，TE 波と TM 波に分離解析できないため必然的に数値計算量が多くなり，高精度な数値解を得ることは現在の計算機の処理能力では困難な場合が多いとされてきた．そこで，L.Li らにより提案された Inverse Rule⁽⁴⁾と呼ばれる手法を適応した報告では，解の収束速度が飛躍的に改善されることを示した⁽⁵⁾⁻⁽⁷⁾．しかし，この手法を用いたコニカルマウントにおける散乱特性の解析

例はブラナーマウントの解析例の数に比べて少ないようである⁽⁶⁾⁻⁽⁹⁾．

本論文では，表面レリーフ型複素誘電体格子において，コニカルマウントによる電磁波の散乱問題について考える⁽¹⁰⁾．解析手法は，格子形状を表すために，方形格子の積み重ねによって近似する多層分割法を用いるとともに，電磁界成分の空間高調波展開及び比誘電率分布のフーリエ級数展開に Inverse Rule を適用することにより行列固有値計算に帰着させる数値算法を併用する．解析例では，正弦波形状格子と非対称三角形形状格子を用い，展開項数及び分割層数に対する解の収束性を調べ，得られた結果をもとにコニカルマウントにおける散乱特性の解析を行う．

2. 解析手法

図 1 に表面レリーフ型格子の断面と座標系を示す．表面レリーフ型格子は z 軸方向に周期 Λ をもち y 軸方向には一様である．領域 I は空気層で比誘電率 $\varepsilon_I = \mu_I = 1.0$ ，領域 II の格子部分は比誘電率 ε_{II} ，比透磁率 μ_{II} ，格子部分以外は空気層，領域 III は比誘電率 ε_{III} ，比透磁率 μ_{III} で表す一様領域である．入射波は偏波角 γ ，入射角 θ ，方位角 ϕ によって表され，電界が入射面に垂直な TE 波 ($\gamma = 0^\circ$) と磁界が入射面に垂直な TM 波 ($\gamma = 90^\circ$) に分けて考えることができる．また，格子領域では，各層において x 方向に格子の形状が変化しない方形格子の積み重ねによって近似する多層分割法を用いる．

2.1 各領域内における電磁界 ここでは，領域 I, III 及び領域 II の分割された層を含めた各層中における定式化

* 岡山県立大学情報工学部

〒719-1197 総社市窪木 111

Faculty of Computer Science and System Engineering,
Okayama Prefectural University

111, Kuboki, Soja, 719-1197

図 1 表面レリーフ型格子

Fig. 1. Surface relief gratings.

を行う．本論文では，空間変数 (x, y, z) を波数 $k_0 = 2\pi/\lambda$ (λ は波長) によって規格化する．規格化された Maxwell 方程式は

$$\text{curl} \sqrt{Z_0} \mathbf{H} = j\epsilon(z) \sqrt{Y_0} \mathbf{E} \quad (1)$$

$$\text{curl} \sqrt{Y_0} \mathbf{E} = -j\mu(z) \sqrt{Z_0} \mathbf{H} \quad (2)$$

のように表される．ここで， $Z_0 = 1/Y_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ であり， curl は k_0 で空間変数が規格化された rot を示している．また，時間依存因子を $\exp(j\omega t)$ と仮定する．

構造の z 軸方向の周期性から比誘電率分布 $\epsilon(z)$ 及びその逆数 $1/\epsilon(z)$ ，また比透磁率分布 $\mu(z)$ 及びその逆数 $1/\mu(z)$ は m 次のフーリエ係数 $\tilde{\epsilon}_m, (1/\tilde{\epsilon})_m, \tilde{\mu}_m, (1/\tilde{\mu})_m$ を用い，展開項数 $(2M+1)$ のフーリエ級数展開によって

$$\epsilon(z) = \sum_{m=-M}^M \tilde{\epsilon}_m \exp\{jmsz\} \quad (3)$$

$$\frac{1}{\epsilon(z)} = \sum_{m=-M}^M \left(\frac{1}{\tilde{\epsilon}}\right)_m \exp\{jmsz\} \quad (4)$$

$$\mu(z) = \sum_{m=-M}^M \tilde{\mu}_m \exp\{jmsz\} \quad (5)$$

$$\frac{1}{\mu(z)} = \sum_{m=-M}^M \left(\frac{1}{\tilde{\mu}}\right)_m \exp\{jmsz\} \quad (6)$$

$$s = \lambda/\Lambda \quad (7)$$

のように表される．また，構造の周期性から，Floquet の定理により，電磁界の各成分 E_i, H_i ($i = x, y, z$) は， $e_{im}(x), h_{im}(x)$ を m 次の展開係数とする展開項数 $(2M+1)$ の空間高調波展開によって

$$\sqrt{Y_0} E_i = \sum_{m=-M}^M e_{im}(x) \exp\{-j(q_0 y + s_m z)\} \quad (8)$$

$$\sqrt{Z_0} H_i = \sum_{m=-M}^M h_{im}(x) \exp\{-j(q_0 y + s_m z)\} \quad (9)$$

のように近似表現される．ここで，

$$s_m = s_0 + ms, \quad s_0 = \sqrt{\epsilon_I \mu_I} \sin \theta \cos \phi \quad (10)$$

$$q_0 = \sqrt{\epsilon_I \mu_I} \sin \theta \sin \phi \quad (11)$$

であり， s_0, q_0 は入射波の入射条件によって決定される定数である．また，電磁界の接線成分に関する展開係数から

$$e_i(x) = \begin{bmatrix} e_{i-M}(x) \\ \vdots \\ e_{i0}(x) \\ \vdots \\ e_{iM}(x) \end{bmatrix}, \quad h_i(x) = \begin{bmatrix} h_{i-M}(x) \\ \vdots \\ h_{i0}(x) \\ \vdots \\ h_{iM}(x) \end{bmatrix} \quad (12)$$

なる $(2M+1)$ 元の列ベクトルを導入し，式 (3) から (9) を式 (1), (2) に代入すれば，電磁界の y, z 成分に関する行列微分方程式

$$\frac{d\mathbf{f}(x)}{dx} = j[\mathbf{C}]\mathbf{f}(x), \quad \mathbf{f}(x) = \begin{bmatrix} e_y(x) \\ h_z(x) \\ e_z(x) \\ h_y(x) \end{bmatrix} \quad (13)$$

が得られる．ただし，係数行列 $[\mathbf{C}]$ は

$$[\mathbf{C}] = \begin{bmatrix} [0] & [q][\epsilon]^{-1}[q] - [\mu] \\ [s][\mu]^{-1}[s] - [\epsilon] & [0] \\ [0] & [s][\epsilon]^{-1}[q] \\ [q][\mu]^{-1}[s] & [0] \\ [0] & -[q][\epsilon]^{-1}[s] \\ -[s][\mu]^{-1}[q] & [0] \\ [0] & [\mu] - [s][\epsilon]^{-1}[s] \\ [\epsilon] - [q][\mu]^{-1}[q] & [0] \end{bmatrix} \quad (14)$$

となる．ここで小行列 $[s], [q], [\epsilon], [\mu]$ は m 行 n 列の要素表現を用いて表すと

$$[s] = [\delta_{mn} s_m], \quad [q] = q_0 [\delta_{mn}] \quad (15)$$

$$[\epsilon] = [\tilde{\epsilon}_{n-m}], \quad [\mu] = [\tilde{\mu}_{n-m}] \quad (16)$$

となる． δ_{mn} はクロネッカデルタを表している．また， $[\epsilon]^{-1}, [\mu]^{-1}$ は，それぞれ， $[\epsilon], [\mu]$ の逆行列， $[0]$ は零行列である．一方，式 (1), (2) の Maxwell 方程式の z 方向成分に関して Inverse Rule を適用すれば，係数行列 $[\mathbf{C}]$ は

$$[\mathbf{C}] = \begin{bmatrix} [0] & [q][\epsilon]^{-1}[q] - \left[\frac{1}{\mu}\right]^{-1} \\ [s][\mu]^{-1}[s] - [\epsilon] & [0] \\ [0] & [s][\epsilon]^{-1}[q] \\ [q][\mu]^{-1}[s] & [0] \\ [0] & -[q][\epsilon]^{-1}[s] \\ -[s][\mu]^{-1}[q] & [0] \\ [0] & [\mu] - [s][\epsilon]^{-1}[s] \\ \left[\frac{1}{\epsilon}\right]^{-1} & -[q][\mu]^{-1}[q] & [0] \end{bmatrix} \quad (17)$$

となる．ここで，小行列 $[1/\varepsilon]$ ， $[1/\mu]$ は

$$\left[\frac{1}{\varepsilon}\right] = \left[\left(\frac{1}{\tilde{\varepsilon}}\right)_{n-m}\right], \left[\frac{1}{\mu}\right] = \left[\left(\frac{1}{\tilde{\mu}}\right)_{n-m}\right] \cdots (18)$$

であり， $[1/\varepsilon]^{-1}$ ， $[1/\mu]^{-1}$ は，それぞれ $[1/\varepsilon]$ ， $[1/\mu]$ の逆行列である．

行列微分方程式の解は係数行列 $[C]$ の固有値 $\{\kappa_m\}$ ，対角化行列 $[T]$ を用いて求めることができる．ここで，新たに $f(x)$ と同次元の列ベクトル $g(x)$ を導入して

$$f(x) = [T]g(x) \cdots (19)$$

のように列ベクトル $f(x)$ を変換すれば

$$\frac{dg(x)}{dx} = j[T]^{-1}[C][T]g(x) = j[\kappa_m \delta_{mn}]g(x) \cdots (20)$$

となる．ここで，行列 $[\kappa_m \delta_{mn}] (m, n = 1, \dots, 4(2M+1))$ は固有値 $\{\kappa_m\}$ によって表される対角行列を表す．従って，式 (20) の解を列ベクトル $g(x)$ を用いて表すと

$$g(x) = [\delta_{mn} \exp\{j\kappa_m(x-x_0)\}]g(x_0) \cdots (21)$$

となる．ここで，計算機上でのオーバーフローを避けるため，固有値 $\{\kappa_m\}$ 及び $g(x)$ を $\pm x$ 方向に分離して表す． $4(2M+1)$ 個の固有値 $\{\kappa_m\}$ は各 $2(2M+1)$ 個の $\pm x$ 方向に伝搬する波に対応する $\{\kappa_m^\pm\}$ に，また， $g(x)$ も対応する複素振幅 $g^\pm(x)$ に分離して表記できる．従って，式 (21) は

$$\begin{bmatrix} g^+(x) \\ g^-(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [U(\kappa^+, x-x_0)] & [0] \\ [0] & [U(\kappa^-, x-x_0)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g^+(x_0) \\ g^-(x_0) \end{bmatrix} \cdots (22)$$

と表すことができる．ただし，

$$[U(\kappa^\pm, x)] = [\delta_{mn} \exp\{j\kappa_m^\pm x\}] \cdots (23)$$

である．ここで， $m, n = 1, \dots, 2(2M+1)$ である．従って，微分方程式の一般解は

$$f(x) = [T] \begin{bmatrix} [U(\kappa^+, x-x_0)] & [0] \\ [0] & [U(\kappa^-, x-x_0)] \end{bmatrix} [T]^{-1} f(x_0) \cdots (24)$$

と表される．なお，電磁界の x 軸方向成分を表す展開係数ベクトルはベクトル $f(x)$ から

$$\begin{bmatrix} e_x(x) \\ h_x(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] & -[\varepsilon]^{-1}[q] & [0] & [\varepsilon]^{-1}[s] \\ -[\mu]^{-1}[s] & [0] & [\mu]^{-1}[q] & [0] \end{bmatrix} f(x) \cdots (25)$$

によって表される．

2.2 一様領域 特に，領域 I，III では，係数行列 $[C]$ の固有値 κ_m ，対角化行列 $[T]$ は解析的に求めることができる．周期性が存在しない一様領域 (I，III) では，小行列 $[\varepsilon]$ ， $[\mu]$ は， $\varepsilon[1]$ ， $\mu[1]$ となり，式 (14) の係数行列 $[C]$ のすべての小行列が対角行列となる．従って，第 m 次の要素に対応する部分からなる 4×4 行列

$$[c_m^u] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{q_0^2}{\varepsilon} - \mu & 0 & -\frac{q_0 s_m}{\varepsilon} \\ \frac{s_m^2}{\mu} - \varepsilon & 0 & -\frac{s_m q_0}{\mu} & 0 \\ 0 & \frac{s_m q_0}{\varepsilon} & 0 & \mu - \frac{s_m^2}{\varepsilon} \\ \frac{q_0 s_m}{\mu} & 0 & \varepsilon - \frac{q_0^2}{\mu} & 0 \end{bmatrix} \cdots (26)$$

から，閉じた形の固有値 $\{\kappa_m\}$ は

$${}^E \kappa_m^+ = {}^M \kappa_m^+ = -\xi_m, \quad {}^E \kappa_m^- = {}^M \kappa_m^- = \xi_m \cdots (27)$$

となる．ただし，

$$\xi_m = \sqrt{\varepsilon \mu - q_0^2 - s_m^2} \cdots (28)$$

である．また，固有ベクトル t_m^u は

$${}^E t_m^{u\pm} = \begin{bmatrix} \pm \dot{s}_m \sqrt{\frac{\mu^*}{|\xi_m|}} \\ \frac{\xi_m \dot{s}_m}{\mu} \sqrt{\frac{\mu^*}{|\xi_m|}} \\ \mp \dot{q}_0 \sqrt{\frac{\mu^*}{|\xi_m|}} \\ \frac{\xi_m \dot{q}_0}{\mu} \sqrt{\frac{\mu^*}{|\xi_m|}} \end{bmatrix}, \quad {}^M t_m^{u\pm} = \begin{bmatrix} \frac{\xi_m \dot{q}_0}{\sqrt{\varepsilon|\xi_m|}} \\ \pm \dot{q}_0 \sqrt{\frac{\varepsilon}{|\xi_m|}} \\ \frac{\xi_m \dot{s}_m}{\sqrt{\varepsilon|\xi_m|}} \\ \mp \dot{s}_m \sqrt{\frac{\varepsilon}{|\xi_m|}} \end{bmatrix} \cdots (29)$$

のように求めることができる．ただし，

$$\dot{q}_0 = \begin{cases} \frac{q_0}{\sqrt{q_0^2 + s_m^2}} & (q_0^2 + s_m^2 \neq 0) \\ 0 & (q_0^2 + s_m^2 = 0) \end{cases} \cdots (30)$$

$$\dot{s}_m = \begin{cases} \frac{s_m}{\sqrt{q_0^2 + s_m^2}} & (q_0^2 + s_m^2 \neq 0) \\ 1 & (q_0^2 + s_m^2 = 0) \end{cases} \cdots (31)$$

である．ここで，固有ベクトルは $Re(e_{ym} h_{zm}^* - e_{zm} h_{ym}^*)$ の値が 1 になるように規格化している．また，添字 E，M は散乱した方向に対する TE 波，TM 波を表し， u は一様領域を表す．この固有ベクトル t_m^u を用いて対角化行列 $[T_m^u]$ を表すと

$$[T_m^u] = [{}^E t_m^{u+} \quad {}^M t_m^{u+} \quad {}^E t_m^{u-} \quad {}^M t_m^{u-}] \cdots (32)$$

となり， $4(2M+1)$ 元の係数行列 $[C]$ の固有値 $\{\kappa_m\}$ ，対角化行列 $[T]$ を求めることができる．

2.3 境界条件 領域 I を第 1 層，領域 II を第 2 から第 $(N-1)$ 層，領域 III を第 N 層とする．第 1 層から第 N 層の第 k 層 ($k = 1, \dots, N$) において境界面上

図 2 多層分割法と境界条件

Fig.2. Multilayered step method and boundary condition.

($x = x_1, \dots, x_{N-1}$) における電磁界の接線成分 (y, z) は連続であるから, 各境界面で電磁界の接線成分から作られたベクトル $f(x)$ は

$$f_k(x_k) = f_{k+1}(x_k) \dots \dots \dots (33)$$

を満足しなければならない. 図 2 に示すように $x_0 = x_1$, $x_N = x_{N-1}$ とすると, 境界面 $x = x_k$ における境界条件から

$$\begin{aligned} [T_k] \begin{bmatrix} [U(\kappa_k^+, x_k - x_{k-1})] & [0] \\ [0] & [1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_k^+(x_{k-1}) \\ g_k^-(x_k) \end{bmatrix} \\ = [T_{k+1}] \begin{bmatrix} [1] & [0] \\ [0] & [U(\kappa_{k+1}^-, x_{k+1} - x_k)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_{k+1}^+(x_k) \\ g_{k+1}^-(x_{k+1}) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (34)$$

が得られる. ただし, $x_0 = x_1$, $x_N = x_{N-1}$ である. 第 1 層の $g_1^+(x_1)$, 第 N 層の $g_N^-(x_{N-1})$ は一般には既知の定数ベクトルである. 第 1 層の $g_1^+(x_1)$ は入射波の複素振幅を表し, 第 N 層からの入射波はないのでその複素振幅 $g_N^-(x_{N-1})$ は零ベクトルである. 入射波の複素振幅を 1 とすれば

$$g_1^+(x_1) = [0 \dots \cos \gamma \dots 0 \ 0 \dots \sin \gamma \dots 0]^T \quad (35)$$

のように $\gamma = 0^\circ$ により TE 波入射, $\gamma = 90^\circ$ により TM 波入射と設定する. m 次の反射回折効率の TE 波成分 ${}^E\eta_m^{(r)}$, TM 波成分 ${}^M\eta_m^{(r)}$ はそれぞれ

$${}^E\eta_m^{(r)} = |{}^Eg_{1m}^-(x_1)|^2 \quad (Re\{\xi_{1m}^-\} > 0) \dots \dots \dots (36)$$

$${}^M\eta_m^{(r)} = |{}^Mg_{1m}^-(x_1)|^2 \quad (Re\{\xi_{1m}^-\} > 0) \dots \dots \dots (37)$$

で表される.

3. 解析結果

解析に用いる格子の表面レリーフ形状として

$$x = \frac{d}{2} \left\{ 1 - \cos \left(\frac{2\pi z}{\Lambda} \right) \right\} \quad \left(-\frac{\Lambda}{2} \leq z \leq \frac{\Lambda}{2} \right) \quad (38)$$

(a) 0th-order

(b) -1st-order

 図 3 展開項数と反射回折効率の関係 (正弦波形状, $\theta = \phi = 30^\circ$)

Fig.3. Convergence of (a) the zeroth-order and (b) the negative first-order diffraction efficiencies as a function of the $2M+1$ for sinusoidal profile.

で表される正弦波形状, 及び

$$x = -\frac{d}{\Lambda}z + \frac{d}{2} \quad \left(-\frac{\Lambda}{2} \leq z \leq \frac{\Lambda}{2} \right) \quad (39)$$

で表される非対称三角形形状を考える. 領域 II における分割された格子部分の各層と一様領域 III の比誘電率 $\epsilon_{II} = \epsilon_{III} = (0.22 - j6.71)^2$, 比透磁率 $\mu_{II} = \mu_{III} = 1.0$, 周期 $\Lambda/\lambda = 1.0$, 格子の深さを d/λ で表す. 本解析における入射波は, 偏波角 $\gamma = 90^\circ$ の TM 波入射とする. まず, 表面レリーフ型格子の層数 $N = 12$ (分割数 10) とし, 本手法 (This Method) 及び, 式 (14) を用いた従来の手法 (Conventional Method) による解析を行い, 解の収束性について調べる.

図 3 は格子形状を正弦波形状, 入射波の入射角 $\theta = 30^\circ$, 方位角 $\phi = 30^\circ$ とし, 展開項数と (a) 0 次, (b) -1 次の反射回折効率の TM 波成分の関係を格子の深さ $d/\lambda = 0.1, 1.0$ の場合について示す. 格子の深さ $d/\lambda = 0.1$ の場合, 本手法と従来の手法による解析結果にほとんど差はみられず, 展開項数の増加とともに安定した解を得ている. $d/\lambda = 1.0$ の場合, 展開項数の増加とともに本手法による解析結果は安定した解を得ており, 解は収束していることがわかる. これに対し, 従来の手法による解析結果では, 展開項数の増加とともに振動しながら徐々に本手法の解析結果に収束

(a) 0th-order

(b) -1st-order

図4 展開項数と反射回折効率の関係
(正弦波形状, $\theta = 30^\circ$ $\phi = 60^\circ$)

Fig.4. Convergence of (a) the zeroth-order and (b) the negative first-order diffraction efficiencies as a function of the $2M+1$ for sinusoidal profile.

している．本手法は従来の手法に比べて明らかに収束が速いことがわかる．図4の $\phi = 60^\circ$ とした場合においても図3同様の結果となっている．また，その他の入射角，方位角についても同様の結果を得た．

次に，図5に格子形状を非対称三角形状，入射波の入射角 $\theta = 30^\circ$ ，方位角 $\phi = 60^\circ$ とし，展開項数と(a)0次，(b)-1次の反射回折効率のTM波成分の関係を格子の深さ $d/\lambda = 0.1, 1.0$ の場合について示す．図4の正弦波形状同様に $d/\lambda = 1.0$ の場合において本手法は従来の手法に比べて解の収束が速く， $d/\lambda = 0.1$ の場合では両手法による結果にほとんど差が生じていないことがわかる．以上，図3，4及び図5より，本手法は表面レリーフ型格子において，格子の深さが波長に対して十分な大きさを持つ場合に従来の手法に比べて展開項数を抑えることができる．つまり，計算量，計算時間の大幅な短縮を実現することを可能とした．例として，展開項数 $2M+1 = 25, 51, 101$ に対してそれぞれ実際の計算時間は10.48s, 94.90s, 803.77s(Celeron 1.4GHz)となった．なお，反射波のTE波成分に関してはTM波成分の収束性と同様の結果となることを確認している．

図6は(a)正弦波形状，(b)非対称三角形状とし，層数と0次の反射回折効率のTM波成分の関係について示す．入射角 $\theta = 30^\circ$ ，方位角 $\phi = 60^\circ$ とし，展開項数は，図4，5の

(a) 0th-order

(b) -1st-order

図5 展開項数と反射回折効率の関係
(非対称三角形状)

Fig.5. Convergence of (a) the zeroth-order and (b) the negative first-order diffraction efficiencies as a function of the $2M+1$ for asymmetrical triangular profile.

解析結果から，本手法による解が収束している $2M+1 = 65$ とする．図6(a)，(b)ともに， $d/\lambda = 1.0$ において，本手法による解析結果は層数の増加とともに安定した解を得ているのに対し，従来手法では解の安定はみられない．また， $d/\lambda = 0.1$ においては両手法による結果に違いはみられない．この解析結果から，分割層数の点からも本手法が表面レリーフ型格子のコニカルマウントにおける解析に有効であることがわかる．

次に，本手法を用いて表面レリーフ型格子のコニカルマウントにおける散乱特性の解析を行う．格子形状として正弦波形状及び非対称三角形状とし，図中に同時に示すことにより形状による特性の違いについても検討する．入射波はTM波入射とし，展開項数を $2M+1 = 65$ ，層数を $N = 30$ とする．図7に格子の深さと反射回折効率のTM波成分の関係を示す．正弦波形状の場合，格子の深さ $d/\lambda = 0.50$ 付近まで0次の回折波が減少し，その後増加に転じているのに対し，-1次の回折波が0.40付近まで増加し，その後減少している．非対称三角形状の場合，格子の深さの増加とともに0次の回折波が減少するが，-1次の回折波は $d/\lambda = 0.30$ 付近まで増加しその後減少している．

図8に格子周期と反射回折効率のTM波成分の関係について示す．正弦波形状の場合，0次の回折波は増加と減

(a) Sinusoidal

(b) Asymmetrical triangular

 図 6 層数 N と 0 次の反射回折効率の関係

Fig. 6. Convergence of zeroth-order diffraction efficiency as a function of N (a) sinusoidal and (b) asymmetrical triangular profiles.

図 7 格子の深さと反射回折効率の関係

Fig. 7. Diffraction efficiencies as a function of d/λ .

少を繰り返す、高次の回折波が発生する場合に急激な変化を示している。 $\Lambda/\lambda = 0.87$ 付近では急激に 0 次の回折波が変化している。この変化の要因として $\Lambda/\lambda = 0.87$ から -1 次の回折波が発生していることが挙げられる。同様に $\Lambda/\lambda = 1.54, 1.74$ において、それぞれ 1 次、 -2 次の回折波が発生しているため急激な変化となっている。非対称三角形形状の場合、0 次の回折波は $\Lambda/\lambda = 0.20$ まで減少し、 0.43 まで増加する。また、 $\Lambda/\lambda = 0.72$ から 0.83 まで増加した後、 0.83 を境に急激に減少している。 $\Lambda/\lambda = 0.87$ から -1 次の回折波が発生している。正弦波形状同様に 1 次、 -2 次の回折波が発生しているが、正弦波形状の場合と比

図 8 格子周期と反射回折効率の関係

Fig. 8. Diffraction efficiencies as a function of Λ/λ .

図 9 方位角特性

Fig. 9. Characteristics of the angle of the plane of incidence.

図 10 入射角特性

Fig. 10. Characteristics of the angle of incidence.

べ影響が小さくなっている。

次に、方位角特性及び入射角特性についての解析を行う。図 9 では入射角 $\theta = 30^\circ$ とし、方位角と反射回折効率の関係について示す。両形状とも -1 次の回折波が $\phi = 0^\circ$ から 76° まで減少するのに対し、0 次の回折波が 90° を頂点に増加している。また、 104° から 1 次の回折波が発生し、 180° まで増加していることがわかる。正弦波形状の場合が非対称三角形形状に比べ緩やかな変化となっている。この図の特徴として、0 次の回折波の変化は、両形状とも $\phi = 90^\circ$ から 180° の変化は 90° を中心に 0° から 90° の変化と対称

になっているが，正弦波形状の場合， 0° から 90° の -1 次と $\phi = 90^\circ$ から 180° の 1 次の回折波の変化が対称となっているのに対し，非対称三角形形状では非対称となっていることが挙げられる．

最後に，図 10 に， $\phi = 60^\circ$ における入射角と反射回折効率の関係について示す． 0 次の回折波に関して，両形状とも $\theta = 0^\circ$ を頂点に増加から減少へと推移している．また， 0 次の回折波の場合， -90° から 0° における変化と 0° から 90° における変化が対称となっている． -60° から 0° における 1 次の回折波は，正弦波形状に比べ非対称三角形形状が大きくなっていることがわかる． -90° から 0° における 1 次の回折波の変化と 0° から 90° における -1 次の回折波の変化は，正弦波形状の場合，対称となっているが，非対称三角形形状の場合は非対称となっている．

図 6 から図 10 では，表面レリーフ型格子のコンカルマウントにおける特性解析を行い，反射回折効率の TM 波成分に関して示してきたが，TE 波成分に関しても同様に特性結果を得ている．また，TE 波入射における特性解析に関しても同様に解析を行っている．

4. む す び

本論文では，表面レリーフ型格子においてコンカルマウントによる電磁波の散乱問題について考えた．解析手法として，電磁界成分の空間高調波展開及び比誘電率分布のフーリエ級数展開に Inverse Rule を適用することにより行列固有値計算に帰着させる数値算法を用いた．本手法を用い，正弦波形状格子及び非対称三角形形状格子における散乱特性について解析した．解析結果では，本手法を用いることにより従来の手法に比べ計算量，計算時間を大幅に短縮し，高精度な数値解を得ることを示した．また，コンカルマウントにおける様々な散乱特性を示し，形状による特性の違いについても述べた．なお，本解析では格子の表面形状を正弦波形状及び非対称三角形形状について解析を行ってきたが，多層分割法によって表すことができるすべての表面形状に対して本手法は応用可能である．

(平成 14 年 2 月 5 日受付，平成 14 年 11 月 1 日再受付)

文 献

- (1) T.Yamasaki, T.Hinata, and T.Hosono: "Scattering of Electromagnetic Waves by multilayer Gratings with Periodic Surface Relief", The Papers of Technical Meeting, IEE Japan, EMT-96-81, pp.75-81 (1996) (in Japanese)
山崎恒樹・日向 隆・細野敏夫:「レリーフ型多層グレーティングによる電磁波の散乱」, 電気学会電磁界理論研究, EMT-96-81, pp.75-84 (1996)
- (2) H.Wakabayashi, J.Yamakita, K.Matsumoto, and M.Asai: "Analysis of infinitely thin dielectric gratings with surface relief", Trans.IEICE(C-I), Vol.J82-C-I, No.4, pp.175-183 (1999-4) (in Japanese)
若林秀昭, 山北次郎, 松本恵治, 浅居正充:「極めて厚みの薄い表面レリーフ形誘電体格子の解析」, 信学論 (C-I), J82-C-I, 4, pp.175-183 (1999-4)
- (3) K.Rokushima and J.Yamakita: "Analysis of anisotropic dielectric gratings", J. Opt. Soc. Am., **73**, No.7, pp.901-908 (1983-7)
- (4) L.Li: "Use of Fourier series in the analysis of discontinuous periodic structures", J. Opt. Soc. Am.A, **13**, No.9, pp.870-876 (1996)
- (5) E.Popov and M.Neviere: "Grating theory: new equations in Fourier space leading to fast converging results for TM polarization", J. Opt. Soc. Am.A, **17**, pp.1773-1784 (2000)
- (6) L.Li: "Reformulation of the Fourier modal method for surface-relief gratings made with anisotropic materials", J. Modern Optics, **45**, No.7, pp.1313-1334 (1998)
- (7) K.Watanabe, R.Petit, and M.Neviere: "Differential theory of gratings made of anisotropic materials", J. Opt. Soc. Am.A, **19**, pp. 325-334 (2002)
- (8) M.Kawano, H.Ikuno, and M.Nishimura: "Numerical analysis of 3-D scattering problems using the Yasuura method", IEICE Trans. Electron, **E79-C**, pp.1358-1363 (1996)
- (9) T.Matsuda, D.Zhou, and Y.Okuno: "Numerical Analysis of TE-TM Mode Conversion in a Metal Grating Placed in Conical Mounting", Trans.IEICE(C-I), Vol.J82-C-1, No.2, pp.42-49 (1999-2) (in Japanese)
松田豊稔・周 大慶・奥野洋一:「コンカルマウントされた金属格子での TE-TM モード変換の数値解析」, 信学論 (C-I), J82-C-I, 2, pp.42-49 (1999-2)
- (10) M.Komatsu, H.Wakabayashi, and J.Yamakita: "Analysis of Scattering from Sinusoidal Dielectric Grating in Conical Mounting", The Papers of Technical Meeting, IEE Japan, EMT-01-115, pp.31-36 (2001) (in Japanese)
小松 実・若林秀昭・山北次郎:「正弦波形状誘電体格子の斜め入射における散乱解析」, 電気学会電磁界理論研究, EMT-01-115, pp.31-36 (2001)

小 松 実 (非会員) 1974 年生. 1998 年 3 月岡山県立大・情報工・情報通信卒. 2000 年 3 月同大学院修士課程了. 現在, 同大学院博士後期課程在学中. 周期構造媒質における電磁波の散乱・導波問題の研究に従事. 電子情報通信学会会員

若 林 秀 昭 (正員) 1967 年生. 1991 年 3 月大阪府立大・工・電気卒. 1993 年 3 月同大学院博士前期課程了. 住友電工を経て, 1994 年 4 月岡山県立大・情報工・情報通信工学科助手. 2002 年 10 月同大助教授, 現在に至る. 周期構造媒質における電磁波の散乱・導波問題の研究に従事. 工博 (東北大学). 電子情報通信学会, 電気学会, OSA 各会員.

山 北 次 郎 (正員) 1947 年生. 1969 年 3 月京都工繊大・工・電気卒. 1971 年 3 月同大学院修士課程了. 三菱電機を経て, 1979 年 3 月大阪府立大学院博士課程了. 1981 年同大・工・電気助手. 1992 年 4 月同大講師. 1993 年 4 月岡山県立大・情報工・情報通信工学科教授, 現在に至る. この間, 情報伝送路, 電磁波の散乱・導波問題の研究に従事. 工博. 電子情報通信学会, 情報処理学会, 電気学会各会員.