PEA 法における音波の発生と伝搬に関する数値解析モデルの提案

正員 和田守美穂* 正員 福岡 眞澄*
 正員 長尾 雅行** 正員 副井 裕***
 正員 前野 恭****

Proposal of Numerical Analysis Model of Acoustic Wave Propagation and Generation on PEA Method

Miho Wadamori*, Member, Masumi Fukuma*, Member, Masayuki Nagao**, Member,
 Yutaka Fukui***, Member, Takeshi Maeno****, Member

The pulsed electro-acoustic (PEA) method has been developed to measure space charge phenomena in dielectric materials. This method is widely used for the space charge measurement not only on polymer, but also on other dielectric materials. It is considered that the difference in acoustic characteristics of the electrode and specimen can make error in the space charge measurement. This error used to be examined by the theoretical formula on transmission and reflection using acoustic impedance. However, it was difficult to analyze simultaneously both of spatial and transient phenomena in generation and propagation of acoustic wave in the space charge measurement by this formula.

In this paper, a new numerical model is proposed on the generation and propagation of acoustic wave in order to discuss the error factors in space charge measurement.

キーワード：空間電荷，パルス静電応力法，誘電体，数値解析，音響インピーダンス

Keywords：space charge, pulsed electro-acoustic method, dielectric, numerical analysis, acoustic impedance

1. まえがき

パルス静電応力 (PEA) 法⁽¹⁾は，高分子中の空間電荷分布測定に広く利用されている⁽²⁾。PEA 法は，被測定試料にパルス電界を印加して空間電荷に比例した圧力波(音波)を発生させ，その圧力波を圧電素子(センサ)によって検出することにより，空間電荷分布を測定するものである。そのため，音波の発生，反射，透過などの性質が直接測定結果に影響してくる。特に上部電極と試料の音響的性質が異なる場合，空間電荷分布に相当する音波とそれ以外の音波を混同して

観測する可能性がある。筆者らは，PEA 法におけるこのような測定誤差を分析し，取り除く方法についてこれまで調査を行ってきた⁽³⁾。

従来，PEA 法における圧力波(音波)の解析には，電極や誘電体の音響インピーダンスを用いた透過と反射に関する理論式が利用されてきた。しかし，この方法では，音波の時間的な変化や空間的な変化を同時に解析することは困難であった⁽⁴⁾。そこで，筆者らは PEA 法における音波の伝搬に関する数値解析モデルを提案した⁽⁵⁾。ここでは，上部電極と被測定試料の組み合わせが，界面で発生する音波やセンサで検出する音波信号にどのように影響するかを考察する。また，その組み合わせに応じて界面の粒子速度を与える新しい数値解析モデルを提案する。

2. 数値解析モデル

〈2・1〉 PEA 法の原理⁽¹⁾ 図 1 は，PEA 法による空間電荷分布測定装置の原理図である。図 1 のように，被測定試料(Sample)を電極で挟み，直流電圧 V_{dc} にパルス電圧 $V_p(t)$ を重畳した電圧を試料に印加したとき，試料と両電極の界面には次式に示す圧力 P が働く。

* 松江工業高等専門学校
 〒690-8518 松江市西生馬町 14-4
 Matsue National College of Technology
 14-4, Nishiikuma-cho, Matsue 690-8518

** 豊橋技術科学大学
 〒441-8580 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘 1-1
 Toyohashi University of Technology
 1-1 Hibarigaoka, Tenpaku-cho, Toyohashi 441-8580

*** 鳥取大学
 〒680-8550 鳥取市湖山町南 4 丁目 101
 Tottori University
 4-101 Minami, Koyama-cho, Tottori 680-8550

**** 通信総合研究所
 〒184-8795 小金井市貫井北町 4-2-1
 Communication Research Laboratory
 4-2-1 Nukui-Kitamachi, Koganei 184-8795

図 1 PEA 法の原理図
Fig. 1. Principle of PEA method.

$$P = \frac{1}{2} \varepsilon \left(\frac{V_{dc}}{d} + \frac{V_p(t)}{d} \right)^2$$

$$= \frac{1}{2} \varepsilon \left(\frac{V_{dc}}{d} \right)^2 + \varepsilon \frac{V_{dc}}{d} \frac{V_p(t)}{d} + \frac{1}{2} \varepsilon \left(\frac{V_p(t)}{d} \right)^2 \quad (1)$$

ここで、 ε : 誘電率、 d : 試料の厚さである。

(1)式において $V_{dc} \gg V_p(t)$ のとき、第 3 項はほぼ 0 とすることができる。第 1 項は一定であるから、第 2 項によって圧力波(音波)が発生し、試料や電極中を伝搬して圧電素子(センサ)に到達する。

また、(1)式の第 2 項より、パルス電界 $E_p(t)$ によって両電極界面に働く圧力は、次式のクーロン力となる。

$$P = qE_p(t) \quad (2)$$

ここで、 q : V_{dc} によって界面に蓄積された電荷密度である。

(2)式のように、発生する音波はクーロン力によるものであり、電荷に比例した音波が発生することを表している。よって、センサで検出した音波から電荷分布を測定することが可能である。

〈2・2〉 音波伝搬の基本式 固体中の音波(圧力波)伝搬を表す基本式は以下のように表される⁽⁶⁾。ここで、密度、ヤング率をそれぞれ ρ_0, ξ_0^{-1} (ξ_0 はヤング率の逆数)とすると、粒子速度 $\mathbf{v}_x$ および圧力 $\mathbf{p}_x$ の関係は以下になる。

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}_x}{\partial t} = -\text{grad } \mathbf{p}_x \quad (3)$$

$$\xi_0 \frac{\partial \mathbf{p}_x}{\partial t} = -\text{div } \mathbf{v}_x \quad (4)$$

ここで、 x : 位置、 t : 時間である。

音波の反射と透過に関する音響インピーダンス Z と音速 c は、 ρ_0 および ξ_0 との間に次の関係がある。

$$\rho_0 = \frac{Z}{c}, \quad \xi_0 = \frac{1}{Zc} \quad (5)$$

一方、電極界面や試料内部での電界 $\mathbf{E}_x$ については、ポアソンの方程式に基づいて求めることになり、次式で表される。

図 2 離散系モデル
Fig. 2. Discrete model.

$$\text{div}(\text{grad } \phi_x) = -\frac{q_x}{\varepsilon} \quad (6)$$

ここで、 ϕ_x : 電位、 q_x : 電荷密度、 ε : 誘電率である。

パルス電界 $e_p(x,t)$ の印加によって発生する音波については文献⁽¹⁾に従い次式で表されるとした。

$$p(x,t) = q(x)e_p(x,t) \quad (7)$$

また、パルス電界の時間変化は(8)式で表されると仮定した。

$$e_p(x,t) = e_p'(x) \exp \left\{ -\left(\frac{t}{\tau_p} \right)^2 \right\} \quad (8)$$

ここで、 $e_p'(x)$: パルス電界の分布、 τ_p : PEA 法におけるパルス幅である。

実際に数値解析を行う場合、以上の基本式を離散系に展開する必要がある。

〈2・3〉 離散系数数値解析モデル

〈2・2〉節の基本式を 図 2 のような離散系で扱う場合、 $x, t, \rho_0, \xi_0, \mathbf{v}_x, \mathbf{p}_x$ を

$$x_i \equiv i\Delta x \quad (i=0,1,2,\dots) \quad (9)$$

$$t_n \equiv n\Delta t \quad (n=0,1,2,\dots) \quad (10)$$

$$\rho_0(x_i) \equiv \rho_0(i) \quad (11)$$

$$\xi_0(x_i) \equiv \xi_0(i) \quad (12)$$

$$v(x_i, t_n) \equiv v(i, n) \quad (13)$$

$$p(x_i, t_n) \equiv p(i, n) \quad (14)$$

のように表現すると、(3),(4)式は以下のように表される。

$$v(i, n) = -\frac{1}{\rho_0(i)} \frac{\Delta t}{\Delta x} \{ p(i+1, n-1) - p(i, n-1) \} + v(i, n-1) \quad (15)$$

$$p(i, n) = -\frac{1}{\xi_0(i)} \frac{\Delta t}{\Delta x} \{ v(i, n) - v(i-1, n) \} + p(i, n-1) \quad (16)$$

なお、図 2 のように音波が異なる複数の媒質中を進行する場合、 ρ_0, ξ_0 が位置によって異なることから、 ρ_0, ξ_0 はともに位置に関するパラメータ i を含むこととした。また、図 2 には以降の説明のために界面位置での i を I として示した。

3. 数値解析モデルの検証

〈3・1〉 音波の透過と反射についての検証 図 3 のように、媒質 1 で発生した圧力波 P が媒質 1 から媒質 2 へ進行する際の透過および反射について考察する。媒質 2 へ透過する圧力波を P' 、界面で反射する圧力波を P'' とし、2 つの媒質の音響インピーダンスをそれぞれ Z_1, Z_2 とすると、 P, P', P'' の関係は次式で表される^{(4),(7)}。

$$P' = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} P \quad \text{.....(17)}$$

$$P'' = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} P \quad \text{.....(18)}$$

図 3 のモデルにおいて、 $Z_1 = 2.03 \times 10^6 \text{ kg/m}^2/\text{s}$ を一定とし、 $Z_2 = 0.0 \sim 4.0 \times 10^6 \text{ kg/m}^2/\text{s}$ の範囲で変化させた場合の、透過係数 P'/P および反射係数 P''/P を数値解析結果から計算した。

図 3 圧力波の透過と反射

Fig. 3. Transmission and reflection of pressure wave.

(a) Transmission coefficient

(b) Reflection coefficient

図 4 透過係数と反射係数の比較

Fig. 4. Comparison of transmission and reflection coefficient in pressure

(17), (18)式により Z_1, Z_2 を代入して求めた理論値とともに図 4 に示す。図 4(a), (b) はそれぞれ透過係数、反射係数の計算結果である。なお、 $\Delta t, \Delta x$ はそれぞれ 0.21 ns, 0.0018 mm に設定した。また、 $\Delta t, \Delta x$ を 10 倍に大きくしても一定の解析結果が得られることを確認している。

図 4 を見ると、透過係数と反射係数について、数値解析結果と理論値はともに一致していることがわかる。このことから、数値解析モデルは圧力波(音波)の伝搬を正確に表現できていると考えられる。

〈3・2〉 界面で発生する音波についての考察

〈3・2・1〉 界面で発生する音波の扱いについて

PEA 法による空間電荷分布測定において、上部電極のみを音響的性質の異なる材料に換えると、(2)式によって界面に働くクーロン力は同じであるのにもかかわらず、発生する音波の大きさが異なるなどの現象が生じる。また、界面で発生する音波は、空間電荷分布を測定する上で重要である。よって、数値解析モデルでは、界面での音波の発生について検討する必要がある。

そこで、試料(Sample)と上部電極(UE)界面で発生する音波について、以下のような条件のもとに考察を行った。

- (a) 電荷は界面のみに存在する。
- (b) 電荷の存在する界面には、(2)式によるクーロン力が働く。
- (c) 試料と上部電極は密着して分離しない。

図 5 は試料と上部電極の界面を拡大したモデル図である。条件(a), (b)より、パルス電界の印加によって両電極界面には(2)式によるクーロン力が等しく働く。この力によって試料および上部電極が変形し、図 5 下に示すような変位 u を生じたとする。このとき、条件(c)より試料と上部電極が分離しないとすると、パルス電界印加時の変位 u は両媒質で等しいはずである。つまり、単位時間当たりの変位である粒子速度は、界面の両側で等しい($v_{\text{samp}} = v_{\text{ue}}$)と考えられる⁽⁸⁾。

このような界面で生じる現象を数値解析モデルで扱う場合、界面で発生する音波を(7),(8)式に示した圧力で考えるより、粒子速度で考える方が都合がよい。そこで、図 2 における界面の両側($i=I, I-1$)で発生する音波を、界面での粒子速度 $v(I, n)$, $v(I-1, n)$ を等しいとして、(8)式をもとにした次式により与えることとした。

図 5 界面での圧力と変位

Fig. 5. Pressure and displacement at interface.

図6 試料および電極の構成

Fig. 6. Composition of sample and electrodes.

$$v(I, n) = v(I-1, n) = v_p'(I) \exp \left\{ - \left(\frac{\Delta t n}{\tau_p} \right)^2 \right\} \quad (19)$$

ここで、 $v_p'(I)$ ：界面で発生する粒子速度の振幅である。

〈3・2・2〉 両電極界面で発生する音波の与え方 次に実際の測定系を考え、両電極界面での粒子速度の与え方について考察を行った。例として、図6の測定系について考える。なお、図6では、誘電体をポリエチレンテレフタレート(PET)の1層とし、下部電極(LE)をアルミ(Al)、上部電極(UE)を半導電材料(Semi-con)または空気(Air)(実際には蒸着電極を想定)と仮定した。

LE界面位置を $i=L$ 、UE界面位置を $i=U$ とすると、両界面に働くクーロン力 P_{le} 、 P_{ue} と粒子速度 $v(L)$ 、 $v(U)$ には、次の関係が成り立つ⁽⁷⁾。

$$P_{le} = Z_{le} v(L) + Z_{smp} v(L) \quad (20)$$

$$P_{ue} = Z_{smp} v(U) + Z_{ue} v(U) \quad (21)$$

〈2・1〉節より、両電極界面に働くクーロン力は等しいので、(20)、(21)式より $v(L)$ 、 $v(U)$ の関係は次式で表される。

$$\frac{v(U)}{v(L)} = \frac{Z_{le} + Z_{smp}}{Z_{smp} + Z_{ue}} \quad (22)$$

このように、試料および電極の組み合わせによって、各界面に与える粒子速度の大きさが決定される。よって、数値解析モデルでは、試料と電極の組み合わせに応じて、両電極界面の粒子速度の振幅を次式により与える必要がある。

$$v_p'(U) = v_p'(U-1) = \frac{Z_{le} + Z_{smp}}{Z_{smp} + Z_{ue}} v_p'(L) \quad (23)$$

〈3・2・3〉 センサが検出する両電極界面の音波について

〈3・2・2〉項によって音波を発生させた場合の、センサが検出する両電極界面で発生した音波の比について考察する。

LE界面で発生する音波は、LE内部で発生していると考えられるから、(20)式よりセンサが検出する音波 P_L は、

表1 試料および電極の音響インピーダンス

Table 1. Acoustic impedance of Samples and electrodes.

Materials	Acoustic impedance: Z [kg/m ² /s]	Density: ρ [kg/m ³]	Sound Velocity: c [m/s]
Semi-con	3×10^6	1500	2000
Air	2.0×10^2	0.588	340.0
PET	2.8×10^6	1302	2150
Al-electrode	15×10^6	2500	6000

$$P_L = Z_{le} v_p'(L) \quad (24)$$

となる。これに対し、UE界面で発生する音波は、試料内部で発生した音波がLE界面を透過し、センサで検出されると考えられる。よって、(17)、(23)式よりセンサが検出する音波 P_U は次式となる。

$$P_U = \frac{2Z_{le}}{Z_{le} + Z_{smp}} Z_{smp} \frac{Z_{le} + Z_{smp}}{Z_{smp} + Z_{ue}} v_p'(L) \quad (25)$$

(24)、(25)式から、センサが検出する両界面で発生した音波の比を求めると、

$$\frac{P_U}{P_L} = \frac{2Z_{smp}}{Z_{smp} + Z_{ue}} \quad (26)$$

となる。このように、センサが検出する音波の比は、UEの音響インピーダンスに依存し、LEには依存しないという空間電荷分布測定に都合のよい結果が得られる⁽⁸⁾。

〈3・3〉 数値解析モデルによる総合的検証

〈3・2・1〉～

〈3・2・3〉項の考察結果を確認するため、UEをSemi-conあるいはAirとした場合について、(23)式によって界面で発生する粒子速度を求め、数値解析を行った。その結果を図7に示す。図7(a)は上部電極(UE)を半導電材料(Semi-con)とした場合、図7(b)はUEを空気(Air)とした場合の結果である。図は、左からパルス電圧、センサ検出信号、圧力分布図を示している。パルス電圧およびセンサ検出信号は、縦軸が時間、横軸が振幅となっている。圧力分布図は、縦軸が時間、横軸が位置を表しており、振幅については、赤を(+)、青を(-)としたカラーマップによって表している。なお、 Δt 、 Δx はそれぞれ0.012 ns、0.001 mmに設定し、(19)式において $\tau_p = 30$ nsとし、(19)、(23)式において $|v_p'(L)| = 1$ とした。表1に使用した各パラメータの値を示す⁽⁴⁾。

図7より、パルス電界によって両電極界面に音波が発生し、発生した音波のうち左側のセンサに到達したものが、センサ信号として検出されている様子がわかる。また、図7(a)では $Z_{smp} \approx Z_{ue}$ であるため、 $P_U : P_L \approx 1 : -1$ となっているのに対し、図7(b)では $Z_{smp} \gg Z_{ue}$ であるため、 $P_U : P_L \approx 2 : -1$ となっている。これは実際の実験結果にも合っており⁽⁸⁾、この数値解析モデルが、音波の発生や伝搬に関して正しく表現できていることを表している。

(a) Results of Al/PET/Semi-con

(b) Results of Al/PET/Air

図7 数値解析の結果

Fig. 7. Simulation results.

一方、図 7(a)から、 $Z_{\text{samp}} \approx Z_{\text{ue}}$ のとき UE 界面では反射が起こらないため、反射波による影響がセンサ信号に現れていないことがわかる。これに対し、図 7(b)では $Z_{\text{samp}} \gg Z_{\text{ue}}$ であるため、UE 界面では UE 側にほとんど透過せず、反射波がセンサまで到達して、電荷のない位置での音波信号として検出されている。このように、数値解析を用いると、音波の発生からセンサで検出されるまでの詳細を空間的かつ過渡的に解析することが可能であり、反射などによる測定誤差について解析する有効な手段であると考えられる。

4. まとめ

PEA 法はパルス電界によって発生した音波を検出するという方法であるため、空間電荷分布を測定する場合、試料と電極の組み合わせによってはそれらの音響的な性質の違いから測定誤差が生じる可能性がある。このような測定誤差を分析するため、音波の発生および伝搬を考慮した数値解析モデルを提案した。その数値解析モデルにより、反射や透過の関係について理論値との比較を行った。また、モデルの有効性を確かめるために、上部電極を半導電材料または空気(蒸着電極を想定)とした場合について、数値解析により考察を行った。これらの結果から以下のことがわかった。

(1) 数値解析モデルは、音波の反射と透過に関してその理論値を満足している。

(2) 上部および下部電極の界面でパルス電界印加時に発生する粒子速度の大きさは、両界面に加えられる力が等しいことを考慮し、音響インピーダンスの関係式によって計算する必要がある。

(3) 数値解析モデルでは、音波の伝搬に関してその空間的な変化と時間的な変化を同時に分析することが可能である。

最後に本論文の執筆にあたり、貴重な御助言を頂きました武蔵工業大学教授、高田達雄先生に感謝いたします。なお、本研究の一部は、文部科学省「科学研究費・基礎研究(C)」の援助により行われた。

(平成 14 年 10 月 11 日受付, 平成 15 年 2 月 19 日再受付)

文 献

- (1) T. Maeno, H. Kushibe, T. Takada, and C.M.Cooke : "Pulsed electroacoustic method for the measurement of volume charges in E-beam irradiated PMMA", CEIDP Annual Report, pp.389-393 (1985)
- (2) K. Fukunaga, T. Maeno, and K. Okamoto : "Internal space charge and ionic migration in a printed wiring board", CEIDP Annual Report, pp.593-596 (1998)
- (3) M. Wadamori, M. Fukuma, M. Nagao, N. Hozumi, M. Kosaki, and Y. Fukui : "Numerical Analysis of Acoustic Wave Generation and Propagation on PEA Method", Proc. of 2001 International Symposium on Electrical Insulating Materials, F-1, pp.403-406 (2001)
- (4) H. Miyake, Y. Tanaka, T. Takada, and M. Hanai : "Characteristic of Space Charge Distribution under DC Stress in Glass Materials", CEIDP Annual Report, pp.128-131 (2000)
- (5) M. Wadamori, M. Fukuma, M. Nagao, and Y. Fukui : "Numerical Analysis on Space Charge Measurement in 2-Layer Dielectrics on PEA Method", Proc. of The 2002 IEICE General Conference, A-11-1, p251 (2002) (in

Japanese)

和田守美穂・福岡眞澄・長尾雅行・副井 裕 : 「PEA 法による 2 層誘電体の空間電荷分布測定における数値解析」, 電子情報通信学会総合大会, 基礎境界, A-11-1, p251(2002)

- (6) M. A. Morgan : Finite Element and Finite Difference Method in Electromagnetic Scattering, Elsevier Science, New York (1990)
 - (7) 伊藤 毅 : 音響工学原論(上巻), 第 12 版, p168, コロナ社 (1980)
 - (8) T. Maeno : "Pressure Wave Generation and Propagation of PEA Technique", Proc. of 2000 Annual Conference of Fundamentals and Materials Society, IEE Japan, 1-10, pp.41-46 (2000) (in Japanese)
- 前野 恭 : 「パルス静電応力法における圧力波発生と伝搬」, 平成 12 年電気学会基礎・材料・共通部門大会, 1-10, pp.41-46 (2000)

和田守 美 穂

(正員) 1971 年 7 月 14 日生。1994 年 3 月横浜国立大学工学部電子情報工学科卒業。同年 4 月松江工業高等専門学校・情報工学科助手, 現在に至る。現在, 主としてデジタル信号処理の研究に従事。電子情報通信学会会員。

福 岡 眞 澄

(正員) 1960 年 10 月 29 日生。1985 年 3 月豊橋技術科学大学電気電子工学専攻修士課程修了。同年 4 月住友電気工業(株)入社。1990 年 9 月松江工業高等専門学校・電気工学科講師, 1994 年 7 月助教授, 2002 年 4 月教授, 現在に至る。博士(工学)。主として, 電気絶縁材料の研究に従事。静電気学会会員。

長 尾 雅 行

(正員) 1950 年 4 月 16 日生。1978 年 3 月名古屋大学大学院博士課程修了。以後, 同大学を経て, 1980 年 4 月豊橋技術科学大学・電気電子工学系講師, 1985 年 4 月助教授, 1998 年 4 月教授, 現在に至る。工学博士。主として, 高分子の高電界電気物性, 絶縁劣化現象に関する研究に従事。1991 年電気学会論文賞受賞。応用物理学会, IEEE, CIGRE, 低温工学協会会員。

副 井 裕

(正員) 1941 年 4 月 29 日生。1966 年 3 月大阪府立大学大学院工学研究科電気工学専攻修士課程修了。1966 年 4 月鳥取大学工学部電気工学科助手, 1981 年 5 月同教授。現在, 電気電子工学科教授。アナログ及びデジタル信号処理, 電子回路の研究に従事。工学博士。電子情報通信学会, IEEE 会員。

前 野 恭

(正員) 1957 年 8 月 28 日生。1989 年 3 月武蔵工業大学大学院工学研究科電気工学専攻博士課程修了。現在, 独立行政法人通信総合研究所電磁波計測部門ライダーグループ所属。工学博士。主として誘電体中の空間電荷分布, 電界分布の計測及びレーザー応用研究に従事。1990 年電気学会論文賞受賞, 1996 年電気学会進歩賞, 1997 年静電気学会進歩賞受賞。1999 年より武蔵工業大学機械システム工学科客員教授。