ドップラー分光のための空間・波長分布の再構成法の開発

准 員 今澤 良太* 正 員 小野 靖*

Reconstruction of Spatial and Spectral Profiles for Doppler Spectroscopy

Ryota Imazawa*, Associate, Yasushi Ono*, Member

A new reconstruction technique for Doppler spectroscopy has been developed using spatial and wavelength profiles of line spectrums. Unlike conventional deconvolution techniques, maximum entropy method was applied to combined reconstruction of these two profiles. Our simulation and experimental results indicate its improved significantly accuracy and robustness against measurements noise.

キーワード：ドップラー分光，ドップラー幅，逆問題，アーベル変換

Keywords: Doppler spectroscopy, doppler broadening, inverse problem, abel inversion

1. はじめに

プラズマイオンの発光，即ちラインスペクトルを詳細に計測し，そのドップラー幅とシフトから，イオンの温度と流速を算出する，いわゆるドップラー分光は，プラズマイオン温度の決定法として広く用いられている。問題は，視線方向のプラズマイオンがその空間密度に応じて全て発光するため，観測されるのはその積分値になってしまうことである。一般的には，複数の方向からの積分値計測をもとに，あるいは空間方向の情報をもとに，逆問題を解くことが行われ，局所的な発光を再構成することができる。各波長毎にそうした再構成を行い，最後にそれらのデータをガウス分布にあてはめれば，局所的なイオン温度が計算できる。反面，各波長で再構成された局所的な発光量は相互に何の関係もないため，ガウス関数と比較してみると極めて大きなノイズや誤差を持つことに驚かされることがよくある。特にガウス分布の端の光量が小さくなった長波長側，短波長側では，S/N 比が低下して，結果的に再構成後の局所のスペクトル分布はノイズに大きく影響されて，とてもガウス関数で近似（フィッティング）できない場合も散見される。

この論文では問題解決のための新アイデアとして，波長方向のスペクトル分布にもガウス関数を仮定し，空間分布の再構成とともに再構成ソフトの中にと組み込むことで提案する。計算機シミュレーションと実験により，その効果を実証した。

2. 再構成アルゴリズム

2・1 イオン発光によるスペクトル分布 トーラスブ

ラズマにおいて軸対称性を仮定すると，中心軸から y だけ離れた場所で計測されるイオン発光のスペクトル分布 $f(y, k)$ は，中心軸からの距離を r ，波長を k ， r 方向のプラズマ端を R ，局所的なイオン発光のスペクトル分布を $g(r, k)$ として，

$$f(y, k) = 2 \int_y^R g(r, k) \frac{r dr}{\sqrt{r^2 - y^2}} \dots \dots \dots (1)$$

そして，イオン発光がドップラー広がりをしていてその他の効果（シュタルク広がりなど）が無視できる場合， $g(r, k)$ はガウス分布になり中心波長を λ として

$$g(r, k) = a_0(r) \exp \left\{ -\frac{(k - \lambda - a_1(r))^2}{a_2(r)} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

ここで係数 $a_0(r)$, $a_1(r)$, $a_2(r)$ はそれぞれイオンの放射率，流速，温度 T_i に関係している。特に T_i はイオンの質量を m_i ，光速を c ，ボルツマン乗数を k_B として

$$T_i(r) = a_2(r) \frac{m_i c^2}{2k_B \lambda} \dots \dots \dots (3)$$

したがって流速の効果が無視できる時に計測されるスペクトル分布 $f(y, k)$ は

$$f(y, k) = 2 \int_y^R a_0(r) \exp \left(-\frac{(k - \lambda)^2}{a_2(r)} \right) \frac{r dr}{\sqrt{r^2 - y^2}} \dots \dots \dots (4)$$

2・2 新手法の原理 ここで，推定値 $\tilde{a}_0(r)$, $\tilde{a}_2(r)$ を用いて式 (2)，(4) から得られる推定値 $\tilde{g}(r, k)$, $\tilde{f}(y, k)$ を用いて，評価関数 $L(a_0(r), a_2(r), \gamma)$ を次のように定義する。

* 東京大学大学院工学系研究科電気工学専攻
〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1
7-3-1, Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo 113-8656

実線：真の値で，+：アーベル法による値，□：提案する再構成法による値

図 1 (a)(b) はそれぞれ，±20%, ±40% の誤差を与えた積分データの再構成結果

Fig. 1. Radial profiles of a_0 and a_2 : (a) reconstruction by data with $\pm 20\%$ noise, (b) reconstruction by data with $\pm 40\%$ noise.

$$L(a_0(r), a_2(r), \gamma) = \int \int \tilde{g}(r, k) \log \tilde{g}(r, k) dr dk + \int \int \left\{ f(y, k) - \tilde{f}(y, k) \right\}^2 dy dk. \dots (5)$$

この評価関数と赤池情報量 AIC が最小になる時の $\tilde{g}(r, k)$ が真の局所的なスペクトル分布 $g(r, k)$ に最も近いと考え， $a_0(r), a_2(r)$ を求めるというのが本研究で提案する新しい手法の原理である。これは最大エントロピー法（以下 MEM）をドップラー分光に特化させた再構成アルゴリズムである。通常の MEM は各波長独立に空間方向に対する再構成を行うが，新しい手法では波長方向の分布がガウス分布になるという仮定をおく事で波長・空間の両方向に対して正確な再構成を行う。これにより従来の手法では利用していなかった波長方向のデータ点同士の相互関係を再構成の過程に利用するもので，再構成の精度が向上すると考えられる。

3. シミュレーションによる計測誤差の評価

トーラスプラズマのように軸対称性が仮定できる場合によく用いられる再構成の手法としてアーベル変換法がある。そこで式 (2) の $a_0(r), a_2(r)$ について仮定したモデルと，アーベル変換法を用いたそれらの推定値，提案する新しい手法による推定値を示したのが図 1 である。図 1(a) では再構成する積分データに $\pm 20\%$ の白色雑音を与え，図 1(b) では $\pm 40\%$ の白色雑音を与えた。ここで， $\pm n\%$ の白色雑音とは，その分散を σ とした時 $2\sigma = \frac{n}{100}$ の分布を持つ雑音の事である。図 1(a)(b) を見ればアーベル法よりもドップラー分光トモグラフィの方が真の分布に近い再構成が出来た事がわかる。特に r が小さい場所での誤差が顕著に減っているのが見て取れる。再構成により得た $\tilde{g}(r, k)$ をもう一度式 (1) を用いて $\tilde{f}(y, k)$ を計算し，模擬計測値 $f(y, k)$

実線：ポロイダル磁気面，色：イオン温度

図 2 2 個のトーラスプラズマの磁気リコネクション時におけるイオン温度の r - z 分布

Fig. 2. r - z profile of ion temperature during magnetic reconnection of two merging torus plasmas.

との残差 2 乗和 $\sum \{f - \tilde{f}\}^2$ を比較してみると，誤差を $\pm 20\%$ 与えたものに新しい手法で再構成した場合はアーベル変換法の場合に比べ残差 2 乗和が 57.0% 減少し，誤差を $\pm 40\%$ 与えた場合は 70.9% 減少した。

4. 磁気リコネクションにおけるイオン温度分布

2 個のトーラスプラズマを左右から合体させた時に発生する磁気リコネクションを計測し，本研究で提案する手法でイオン温度の局所的な 2 次元分布を計算した結果を図 2 に図示する。ポロイダル磁界の等高値を線で，イオン温度を青から赤の色で示した。左右から磁力線が近づき，つながわる（磁気リコネクション）際に，つながりかわった磁力線がプラズマを上下に加速し，磁力線にぶつかったところで大きな加熱が起っていることがわかる。これは，磁気リコネクションのアウトフロー加熱の実験的証拠といえる。

5. まとめ

今回提案する手法は，MEM の過程に波長方向の情報を利用することで再構成の精度をあげることができた。大きな誤差を含んだ測定値に対しても再構成ができ，誤差に比較的強い再構成法であることが判明した。

（平成 17 年 7 月 25 日受付）

今 澤 良 太（准員）1981 年生。2004 年 3 月東京大学工学部電気工学科卒業。同年同大学院修士課程入学。現在在学中。

小 野 靖（正員）1959 年生。1983 年東京大学工学部電気工学科卒業。1989 年同大学院博士課程修了。2004 年同大学教授。