回転 X カット水晶振動子の固有周波数とその温度特性

正 員 中 澤 光 男 (信州大)

非会員 宮 原 温 (信州大)

1. ま え が き

本論文は、方形状回転 X カット水晶振動子の固有周波数とその温度特性に関するものである。従来、上記振動子に発生する、(i)長辺縦振動、(ii)短辺縦振動、(iii)輪郭すべり振動、(iv)屈曲振動などの結合したバルク波の固有周波数に関し、Mindlin の first-order two dimensional equations を用いた Lee 氏の優れた研究がある⁽¹⁾⁽²⁾。

本論文は Lee 氏の方法と異なり、板厚を考慮し、境界条件を満たす応力を定めて、上記(i)～(iii)項と、更に(v)厚み縦振動の合計 4 種類を含む上記固有周波数とその温度特性を弾性係数 s_{ij} を用いて解析している。Sykes 氏らの実験や詳細な本実験により、本理論の有効性が示されている^{(3)～(9)}。

2. 理 論

圧電性弾性結晶体である、水晶片の振動解析には、(i)弾性限界内での純弾性的な Hooke の法則を基本にして運動の方程式を解く場合と、(ii)圧電的複元応力の効果まで考えて厳密に運動方程式を解く場合の二とおりの方法がある。本研究の水晶の場合、両者の差は周波数で約 0.5% 以下であり、また周波数一次温度係数では 10^{-7} のオーダーである。本理論は(i)項の方法を使用して展開する。

〈2・1〉 周波数方程式 本論文で取り扱う水晶片は、第 1 図に示されるように水晶の基本軸 (0-XYZ) の電気軸 (X) の周りに反時計回りに Ψ° 回転して得られる 0-xyz 座標系の各軸に平行な辺を有する、いわゆる回転 X 板 ($\Psi^\circ X$ 板) である。その形状寸法は第 1 図のように定められ、 $x_0 < x_0 \leq y_0$ の方形板とする。この水晶板の励振電界は x 軸に平行な方向で、また主面全体に印加するものとする。

さて、第 1 図に示された回転 X 板において、圧電的に励振された弾性運動の方程式は、周知のように

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial x} T_1 + \frac{\partial}{\partial y} T_6 + \frac{\partial}{\partial z} T_5 \\ \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial x} T_6 + \frac{\partial}{\partial y} T_2 + \frac{\partial}{\partial z} T_4 \\ \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial x} T_5 + \frac{\partial}{\partial y} T_4 + \frac{\partial}{\partial z} T_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots (1)$$

ただし、 ρ : 水晶の密度、 t : 時間、 u, v, w : 変位ベクトルの x, y, z 軸方向の各成分、 $T_1, T_2, \dots$: 応力テンソルの各成分

となる。

第 1 図 回転 X カット水晶板

Fig. 1. Rotated X-cut quartz crystal plate.

Resonant Frequencies and their Temperature Characteristics of Rotated X-Cut Quartz Crystal Plates. By Mitsuo Nakazawa, Member & Yutaka Miyahara, Non-member (Faculty of Engineering, Shinshu University).
中澤光男: 正員, 信州大学工学部
宮原 温: 非会員, 信州大学工学部

回転 X 板において、X 軸に平行な方向に電界を加えると、水晶の圧電的性質により⁽¹⁰⁾

$$T_5 = T_6 = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

となる。回転 X 板の境界条件として厚みを考慮した場合、次のような関係を仮定する。すなわち

$$\left. \begin{aligned} T_1|_{x=0, x_0} &= T_2|_{y=0, y_0} = T_3|_{z=0, z_0} = 0 \\ T_4|_{y=0, y_0} &= 0 \\ T_4|_{z=0, z_0} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

さて、(2)式および(3)式を満足する応力テンソル成分として

$$T_i = A_i \sin k_1 x \sin k_2 y \sin k_3 z \cdot e^{j\omega t} \quad (i=1 \sim 4) \quad \dots\dots (4)$$

ただし、 A_i : 振幅定数、 ω : 角周波数 ($=2\pi f$, f : 周波数)、 j : 虚数単位

を仮定する⁽¹¹⁾。更に

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= l\pi/x_0 \\ k_2 &= m\pi/y_0 \\ k_3 &= n\pi/z_0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$(l, m, n=1, 2, \dots)$

で与えられる。

(1)式を各々 x, y, z で偏微分し、変位ベクトルの成分とひずみテンソルの成分の関係式を用いて整理した式⁽⁵⁾⁽¹²⁾に(4)式を代入すれば、その係数行列より(6)式の永年方程式が得られる。ただし、実際には(6)式の弾性係数 s_{24} と s_{34} には省略項の $(\cot k_2 y \times \cot k_3 z) m^2 / (4\rho f^2 y_0 z_0)$ があり、この項が任意の y の値について発散しないために、 $z \approx z_0/2$ が仮定されている⁽⁵⁾。

$$\begin{vmatrix} s_{11} - \frac{k_1^2}{\rho\omega^2} & s_{12} & s_{13} & s_{14} \\ s_{12} & s_{22} - \frac{k_2^2}{\rho\omega^2} & s_{23} & s_{24} \\ s_{13} & s_{23} & s_{33} - \frac{k_3^2}{\rho\omega^2} & s_{34} \\ s_{14} & s_{24} & s_{34} & s_{44} - \frac{(k_2^2 + k_3^2)}{\rho\omega^2} \end{vmatrix} = 0 \quad \dots\dots\dots (6)^{(5)}$$

(6)式を ω について解き、周波数 f を求めると

$$f_i = \frac{m}{2y_0} \sqrt{\frac{1}{\rho\Omega_i^2}} \quad \dots\dots\dots (7)$$

となる。ただし、 Ω_i は(6)式の根で

$$\left. \Omega_i \equiv \frac{k_i^2}{\rho\omega_i^2} \right\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$(i=1 \sim 4)$

と表わされる。

〈2・2〉 従来の周波数方程式との関連性

従来、Sykes 氏らにより与えられている周波数方程式を示すと、回転 X 板において、

$$\left. \begin{aligned} f_{xx} &= \frac{l}{2x_0} \sqrt{\frac{1}{\rho s_{11}}} \\ f_{yy} &= \frac{m}{2y_0} \sqrt{\frac{1}{\rho s_{22}}} \\ f_{zz} &= \frac{n}{2z_0} \sqrt{\frac{1}{\rho s_{33}}} \\ f_{yz} &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{\rho s_{44}}} \sqrt{\frac{m^2}{y_0^2} + \frac{n^2}{z_0^2}} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (9)$$

である。これらの式は、回転 X 板のそれぞれ x, y, z 軸方向の縦振動および yz 面内のすべり振動の周波数を示し、それぞれ他の振動との結合がない場合に成立するものである。一方、(6)式の永年方程式において、対角成分をそれぞれ零とする周波数が、(9)式の f_{xx}, f_{yy}, f_{zz} および f_{yz} に相当していることがわかる。従って、(7)式によって与えられる周波数は、(9)式の各周波数の間の結合を含んだものと期待される。

〈2・3〉 ひずみの適合条件

(4)式のような応力の仮定より導かれる変位は、一般的にひずみの適合条件を満足しなければならない。変位とひずみの定義式より得られる変位成分は

$$\left. \begin{aligned} u &= -\frac{1}{\rho\omega^2} (A_1 k_1 \cos k_1 x \sin k_2 y \sin k_3 z) e^{j\omega t} \\ v &= -\frac{1}{\rho\omega^2} \sin k_1 x (A_2 k_2 \cos k_2 y \sin k_3 z \\ &\quad + A_4 k_3 \sin k_2 y \cos k_3 z) e^{j\omega t} \\ w &= -\frac{1}{\rho\omega^2} \sin k_1 x (A_3 k_3 \sin k_2 y \cos k_3 z \\ &\quad + A_4 k_2 \cos k_2 y \sin k_3 z) e^{j\omega t} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

となる。従って、(10)式の変位成分によって6個のひずみの適合条件がすべて満足される。

〈2・4〉 周波数温度特性

一般的に水晶板における周波数は温度 T の関数である。これを温度 T_0 で Taylor 展開し、三次以上の高次項を無視すると、

$$f(T) \approx f(T_0) \left\{ 1 + \alpha(T - T_0) + \frac{\beta}{2}(T - T_0)^2 \right\} \quad \dots\dots\dots (11)$$

となる。ただし、 α, β はそれぞれ一次、二次の周波数温度係数であり、次のように定義される。

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{f(T_0)} \frac{\partial}{\partial T} f(T) \Big|_{T=T_0} \\ \beta &= \frac{1}{f(T_0)} \frac{\partial^2}{\partial T^2} f(T) \Big|_{T=T_0} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (12)$$

さて、(7)式で与えられる周波数方程式より、 α, β を求めれば、添字 i を省いて

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= -\frac{1}{y_0} \frac{\partial y_0}{\partial T} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} + \frac{1}{\Omega} \frac{\partial \Omega}{\partial T} \right) \\ \beta &= \alpha^2 - \frac{1}{y_0} \frac{\partial^2 y_0}{\partial T^2} + \left(\frac{1}{y_0} \frac{\partial y_0}{\partial T} \right)^2 \\ &\quad - \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 \rho}{\partial T^2} - \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)^2 \right\} \\ &\quad + \frac{1}{\Omega} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial T^2} - \left(\frac{1}{\Omega} \frac{\partial \Omega}{\partial T} \right)^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

ただし、 $1/y_0 \cdot \partial y_0 / \partial T$, $1/\rho \cdot \partial \rho / \partial T$, ...などは、回転 X 板の長さ (= y_0) 方向の線膨張係数やその密度の温度係数を与え、すべてこれらは水晶の基本軸に関する線膨張係数より求められる。また、 $1/\Omega \cdot \partial \Omega / \partial T$, $1/\Omega \times \partial^2 \Omega / \partial T^2$ は、回転 X 板の寸法 x_0, y_0, z_0 や弾性係数 $s_{11}, s_{22}, \dots$ およびこれら寸法や弾性係数の温度係数などの関数として表わされる。

さて、(13)式に必要な定数値を代入して計算すれば α, β などが求まる。このようにして、我々は(11)式より回転 X 板における振動の周波数温度特性を予測することができる。

次の第3章で、本計算結果と従来の実験結果との比較検討を行なっている。

3. 計算結果と考察

本論文で計算に使用する水晶の基本定数値などは、すべて有賀氏ら⁽¹³⁾の測定値に基づいて、温度 $T_0 = 25^\circ\text{C}$ へ Taylor 展開を用いて換算した値を使用する。

〈3・1〉 共振周波数の従来の実験と本理論との比較

回転 X 板の寸法 x_0, y_0, z_0 と回転角 Ψ をパラメータとして、前記水晶の定数値を(7)式へ代入して計算すれば、4種の振動モードの周波数曲線が各々求まる。本節では、回転 X 板の y 方向縦振動を主眼とするため、ある角度 Ψ と寸法 x_0 における比 z_0/y_0 に対する4種の周波数曲線、すなわち周波数モードチャートを計算する。

周波数モードチャートは、前記のパラメータに依存して種々の様相を示す。一例として、 $\Psi = -18^\circ, 0^\circ$ および 18° における本理論の計算結果を第2図に実線(記号 $t \cdot 1, t \cdot 2, t \cdot 3$ は、それぞれモード f_{zy}, f_{yz}, f_{zz} に対応する)で示す。実際には第2図に加えて更に x 方向の厚み縦振動が存在するが、板の厚さ x_0 は長さ y_0 に比べて小さいために、その厚み縦振動は約 2.86MHz となり非常に高い ($x_0/y_0 = 0.1, y_0 = 1.0\text{cm}$)。そのため、この厚み縦振動が他の振動へ与える影響はほとんど見られない。

一方、同図に Sykes 氏らの周波数方程式(12)によ

第2図 X カット板の周波数モードチャート
Fig. 2. Frequency mode chart of X-cut plate.

る計算結果を破線 ($s.1: f_{yy}, s.2: f_{yz}, s.3: f_{zz}$) で示す。また Sykes 氏の実験結果を同図に点線 ($e.1, e.2, e.3$ は、それぞれ $s.1, s.2, s.3$ の表示と同じ振動モードに対応し、また $e.5$ は屈曲振動モードである) で示す。 $e.1$ は本論文の主目的である y 方向の長辺縦振動である。これは、比 $r = x_0/y_0 \approx 0.23$ において屈曲振動 $e.5$ と結合して不連続となっている。

第2図より、本理論(t)と Sykes 氏の理論(s)とを比較すると、 $t.1$ と $s.1$ とは $r \approx 0.1$ において良く一致している。また同図では必ずしも明確ではないが、 $t.2$ と $s.2$ とは $r \leq 0.5$ において、更に $t.3$ と $s.3$ とは $r \leq 0.7$ において、ほぼ一致することが確認された。一方、本理論と Sykes 氏の実験とを比較すると、第2図の $\Psi = -18^\circ$ において、 $e.1$ と $t.1$ は $e.5$ との結合を除いて、比 r が1.0の点までほとんど一致している。 Ψ が 0° から 18° へ増加するにつれて、 $e.1$ と $t.1$ の一致する比 r の範囲はそれぞれ0.5から0.3以下と狭くなる。なお計算によれば⁽⁴⁾⁽⁶⁾、 $\Psi = -18^\circ$ あるいは -18.5° X板近辺では、 y 方向の伸縮ひずみを支配する弾性係数 s_{22} の値がほぼ最大値となり、一方、せん断ひずみに関係する s_{24} や s_{13} などの値は零に近くなり、 s_{44} の値は極小となる。従って、 $\Psi = -18^\circ$ X板はかなり純粋な y 方向の縦振動モードを発生している板であることが裏付けられた。このようなことにより、本理論の $t.1$ と実験 $e.1$ との一致を説明することができる。しかし、 Ψ が増加するにつれて s_{22} の値は減少するが、 s_{33} や s_{44} の値は次第に増加する。このことにより、 s_{22} が支配する長辺縦振動($e.1$)と s_{33} が支配する短辺縦振動や、 s_{44} が支配するすべり振動($e.3$)との結合が大きくなり、 $t.1$ と $e.1$ との間の差が増してくるものと考えられる。

〈3.2〉周波数温度係数の計算 (16)~(18)式などを用いて y 方向の縦振動の周波数一次、二次温度係数 α, β を計算する。寸法比 r をパラメータにして(ただし、 $x_0/y_0 = 0.1$)、回転角 Ψ に対する α, β の値が第3図のように得られる。同図においてはほぼ $\alpha \leq 0$ であり、また常に $\beta < 0$ となっている。一般には回転 X 板の y 方向縦振動の周波数温度特性は上に凸であり、 $\alpha < 0, \beta < 0$ の特性を示すことが知られている。一例として、 0° X板における理論と実験値⁽¹⁴⁾との比較を第4図に示す。ただし、この実験値は x_0/y_0 および温度係数の算出温度が不明であるので、比較するときこの点に関する注意が必要となる。

しかし、第4図からも明らかなように、板の厚みを無視した場合の結果は⁽⁵⁾、縦横比 r が大きくなるにつれて実験値とは掛け離れていくが、本理論の厚みを考

第3図 Xカット板の y 軸に沿う縦モードの Ψ に対する (α, β) の特性(理論値)

Fig. 3. α, β - Ψ characteristics of longitudinal mode along y -axis of X-cut plate (theoretical values).

a: 理論(厚みを無視), b: 理論(厚みを考慮), c: 実験(滝氏による)

第4図 0° Xカット板の y 軸に沿う縦モードの α - r 特性

Fig. 4. α - r characteristics of longitudinal mode along y -axis of 0° X-cut plates.

慮した場合には実験値との一致がかなり期待される。なお、他の振動の α, β などの計算結果は割愛するが、これについても同様である。

4. 実験

本実験は、回転 X 板における各種振動の共振周波数およびそれらの温度特性が、板の寸法 x_0, y_0 および

z_0 などによってどのように影響されるかを見るために行なったものであり、特にその主眼は y 方向の縦振動に置かれている。ここでは寸法比 x_0/y_0 の異なる 2 枚の No. 1 および No. 2 の 0° X 板を用意し、 y_0 を一定とし、 z_0 を変えて共振周波数およびそれらの温度特性を測定した。2 枚の 0° X 板の寸法は次のとおりである。

No. 1: $y_0=17.071\text{ mm}$

$x_0/y_0=0.1471$ ($x_0=2.512\text{ mm}$)

No. 2: $y_0=16.378\text{ mm}$

$x_0/y_0=0.0690$ ($x_0=1.131\text{ mm}$)

従来、上記 0° X 板に関して、 z_0/y_0 に対する共振周波数（周波数モードチャート）と電気分極分布の詳しい実験が福与氏によりなされている⁽⁹⁾。これを参考にして本実験は進められたものである。

〈4.1〉 共振周波数モードチャートの作成 前記

No. 1 および No. 2 の 0° X 板を用い、その寸法 z_0 の値をわずかず減少させ、そのつど共振周波数特性を観察する。このようにして、第 5 図に示すような周波数モードチャートが得られる。なお同図において、縦軸は基準周波数 $f_0(=f_{yy})$ で規格化されている。No. 1 の板では $f_0=159.2318\text{ kHz}$ であり、No. 2 の板では $f_0=165.9693\text{ kHz}$ である。同図中で記号 Δ および $\blacktriangle$ は No. 1 の板の実験値であり、記号 $\circ$ および $\bullet$ は No. 2 の板の実験値である。また、同図中の実線は、板の厚さ x_0 にあまり強く影響されない一連の共振周波数の軌跡である。このうち、①-② は y 方向縦振動、③-④-⑦ は yz 面屈曲振動、⑤-⑧ は yz 面すべり振動および⑥ は z 方向縦振動であることがわかる。

第 5 図に示されている上記振動以外の群は、本理論では説明のできない異なった種類のレスポンスの小さい副振動群である。なお詳細は割愛するが、厚み（ x 方向）振動と予想される周波数帯に非常に多くの振動群が発生しており、特に大きい振動の厚み縦振動の周波数定数は約 $2.88\text{ MHz}\cdot\text{mm}$ と測定された。

〈4.2〉 共振周波数温度特性の測定 2 枚の No. 1

および No. 2 の水晶板の実験で得られた周波数温度特性は様々であるが、これらの特性はすべて上に凸の二次曲線状のものであった。理論値との比較を容易にするために、上記実験特性を二次曲線で近似し、最小二乗法を用いて 25°C における周波数および α , β の最確値を求めた。

これらの結果を y 軸方向の縦振動、 yz 面内屈曲振動、 yz 面内すべり振動および z 軸方向の縦振動別に、それぞれ第 6 図～第 9 図に整理した。

第 5 図 0° X カット板の実験的周波数モードチャート

Fig. 5. Measured frequency mode chart of 0° X-cut plates.

第 6 図 0° X カット板の y 軸に沿う縦モードの実験的周波数温度係数

Fig. 6. Measured frequency-temperature coefficients of longitudinal mode along y -axis of 0° X-cut plates.

第7図 0°Xカット板の yz 屈曲モードの実験的周波数温度係数

Fig. 7. Measured frequency-temperature coefficients of yz -flexure mode of 0°X-cut plates.

第8図 0°Xカット板の yz すべりモードの実験的周波数温度係数

Fig. 8. Measured frequency-temperature coefficients of yz -shear mode of 0°X-cut plates.

これらの図から、No.1 および No.2 の一次係数 α はほぼ一致しているが、二次係数 β の値にはばらつきが見られる。この原因は、 β の値が非常に小さいために、算出精度が必ずしも十分ではなかったことを考えられる。また第6図から y 方向の縦振動の α は、 $r \approx 0.23$ において不連続となるが、これは前述の〈3・1〉節および第5図で示した yz 面内屈曲振動との結合によるものと考えられる。この屈曲振動の理論値はないが、第7図に示す測定値より、上記屈曲振動は $r \approx 0.23$ で β の値が極めて小さくなることがわかる。同様にして、第8図および第9図より yz 面内すべり振動と z 方向縦振動の β の値を非常に小さく、あるいは零にするような比 r の値が存在することが観察され

第9図 0°Xカット板の z 軸に沿う縦モードの実験的周波数温度係数

Fig. 9. Measured frequency-temperature coefficients of longitudinal mode along z -axis of 0°X-cut plates.

る。

以上、No.1 と No.2 のような比 x_0/y_0 が異なる板の各種振動において、それらの α の値には比 x_0/y_0 の影響がほとんど見られない。一方、 β の値にはそれらがわずかに影響しており、周波数温度特性の頂点温度（周波数の温度に関する偏微分が零になる温度）にそれらの効果が現われる。

〈4・3〉電気分極分布の測定 第10図は、試料 No.1 の各種振動における電気探針法による分極分布の測定例を示す。同図の番号、①、②、…、⑥などは、第5図の各々対応する番号の振動モードに関する実験である。なお、試料板上の測定位置は、同図(a)の右下に示してある。

さて、①および②は主に y 方向へ縦波が往来している、いわゆる長辺振動の分極分布である。前者は、ほぼ Y 棒に近い場合の分布であり、後者は y 方向にやや長い方形板の分布である。これら板の長辺方向の分布はいずれも正弦波状となっている。④は長辺振動との結合からやや離れた周波数での屈曲振動の分極分布である。 z 方向には屈曲振動特有の逆相的分布が発生しているのがわかる⁽⁹⁾。⑤は yz 面内のすべり振動の電気分極分布であり、その強度は比較的強い。 y および z 方向の分極分極は、いずれも正弦波状となっている。⑥は、 z 方向へ縦波が往来しているいわゆる短辺振動の分極分布である。これは y 方向に三つの山を有する高次振動であることがわかる。

なお、試料 No.2 に関する電気分極分布も、試料 No.1 の場合とほとんど同様の特性を示していることが確認された。

第 10 図

Fig. 10.

5. 検 討

本章では、 0° X 板に関する実験と理論との結果について比較検討する。

〈5・1〉 本実験と本理論による周波数モードチャートの比較 第 11 図は実験および理論により求めた周波数モードチャートである。比 z_0/y_0 (y_0 = 一定) が変化しても x 方向の厚み振動を除く共振周波数はあまり変わらないことが実験的に確認された(第 5 図)。従って、ここで検討する実験値はすべて試料 No. 2 に関するものとし、基準周波数は温度 25°C における主振動(長辺振動: 第 11 図の①)で、比 $z_0/y_0 = 0.1$ の場合である。

第 11 図において、ほぼ y 方向に縦波が往来している主振動①の本実験ならびに理論の両周波数の値は、 $z_0/y_0 = 0.1$ において非常に良く一致しており、その差は 0.2% 以下である。 $z_0/y_0 = 0.23$ 近くで、主振動①は屈曲振動④と結合するため、上記周波数の差は大き

くなるが、この比の近傍を除くと $z_0/y_0 \leq 0.6$ においてその差は 1% 以下になる。一方、 $z_0/y_0 > 0.6$ においてその差は次第に広がり、 $z_0/y_0 \approx 1.0$ において 4% 程度になる。

次に、 z 方向縦振動③の実験と理論の両周波数は、 $z_0/y_0 \leq 0.2$ ではほぼ一致し差は 1% 以下になる。また、 yz 面内すべり振動②の上記周波数差は、 $z_0/y_0 \leq 0.6$ において高々 $1 \sim 2\%$ 程度である。しかし、これら両振動③と②の周波数の理論値は、第 11 図よりも明らかなように $z_0/y_0 \approx 0.75$ 近傍で弱い結合を示すが、一方、実験値ではこの近くで振動②が④の延長線と結合する。これらの影響のために、 $z_0/y_0 \geq 0.7$ では実験と理論による両周波数の差は大きくなる。

Sykes 氏により論ぜられた従来の(9)式から計算される y 方向縦振動の周波数の理論値と実験値との差は、 $z_0/y_0 \approx 0.1$ において極めて小さいが、この比が大きくなるにつれて差は開き、 $z_0/y_0 \approx 1.0$ で差は約 10% に達する。 yz 面内すべり振動については、 $z_0/y_0 \approx$

第 11 図 0° X カットの周波数モードチャートFig. 11. Frequency mode chart of 0° X-cut plate.

0.5 で約 7% の差になる。更に、 z 方向縦振動は $z_0/y_0 \leq 0.6$ において約 1% 以下の差になる。また、 x 方向の厚み振動に関しては、本理論は実験値と比較して数 % の差の範囲で一致する。

〈5・2〉 本実験と理論による周波数温度係数の比較

前述した第 6 図、第 8 図、第 9 図における実線は、本理論を用いて計算した回転 X 板に発生する各種振動モードの一次および二次の周波数温度係数である。

第 6 図に示した主振動の一次、二次周波数温度係数 α, β の実験と理論の両者は、 $z_0/y_0 \approx 0.23$ の屈曲振動⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾との結合を除き、ほぼ一致している。 α については $z_0/y_0 \approx 0.6$ になると両者の差が次第に大きくなる。なお、 β の理論値は、ばらつきのある実験値のほぼ平均値に一致することがわかる。

同様に、第 8 図に示す y ずすべり振動の α, β の実験と理論の両者は、傾向としてはほぼ一致するが、その絶対値は約 10 % から数十 % の差になる。更に、第 9 図の z 方向縦振動における α について実験と理論

の両者は良く一致しているが、一方、 β のそれは傾向としてはほぼ一致しているが、絶対値で数十 % の差になる。今後、これら β に関する検討が更に必要と考えられる。

6. む す び

以上、本論文は自由端を有する方形回転 X カット水晶振動子の板厚を考慮した固有周波数方程式とその温度特性について、理論と実験の両面から検討した。

この結果、本理論により得られた上記水晶振動子の固有周波数とその温度特性は、屈曲振動との結合付近を除いて、Sykes 氏の実験値や今回実際の測定により得られたたくさんの結果と一致する。

終りに、常日ごろ御指導賜わる千葉大学教授 福与人八先生、ならびに信州大学教授 倉石源三郎先生に厚く感謝いたします。

(昭和 54 年 11 月 14 日受付、同 55 年 5 月 2 日再受付)

文 献

- (1) P.C.Y. Lee: "Extensional, flexural, and width-shear vibrations of thin rectangular crystal plates", *J. Appl. Phys.*, **42**, 4139 (1971)
- (2) T.R. Meeker: "Extension, flexure, and shear modes in rotated X-cut quartz rectangular bars", 33rd Annual Freq. Control Symp. (1979)
- (3) R.A. Heising: "Quartz crystal for electrical circuits", Chap. VI by R.A. Sykes, p. 204 (1945)
- (4) 中沢: 「長辺水晶振動子の温度特性」, 信学会電子デバイス・電子部品・材料研資 ED 75-33, CPM 75-60 (昭 50)
- (5) 中沢・宮原: 「 13.5° X 板水晶振動子の解析」, 信学会超音波研資 US 76-5 (昭 51)
- (6) 宮原・中沢: 「水晶板の回転と弾性係数の変化」, 昭 50 信学会信越支大 No. 26
- (7) 松村・神崎: 「水晶板周波数の温度係数」, 電学誌, **50**, 1412 (昭 6)
- (8) 松村・神崎: 「水晶板周波数の温度係数低下の一考察」, 電学誌, **52**, p. 834 (昭 7-4)
- (9) 福与: 「探針法に基づく水晶振動子の振動状態に関する研究」, 東京工業大学学報, p. 20, 67 (昭 30)
- (10) 古賀: 圧電気と高周波, p. 9, 30, 66 (昭 13) オーム社
- (11) R. Bechmann: "Contour modes of square plates excited piezoelectrically and determination of elastic and piezoelectric coefficients", *Proc. Phys. Soc.*, (London), B, **64**, 323 (1951)
- (12) A.E.H. Love: "A treatise on the mathematical theory of elasticity", *Dover*, p. 32 (1944)
- (13) 有賀: 「水晶の断熱弾性定数とその温度特性について」, 東京工業大学学報, p. 88 (昭 31)
- (14) 滝: 人工水晶とその電気的応用, p. 52 (昭 49) 日刊工業
- (15) M. Nakazawa, Y. Nakamura & S. Miyashita: "Frequency-temperature characteristics of quartz crystal flexure bars and quartz crystal tuning forks", *IEEE Trans. Sonics and Ultrason.*, **SU-26**, 369, Sept. (1979)
- (16) K.T. Sundara Raja Iyengar & P.V. Raman: "Free vibration of rectangular beams of arbitrary depth", *Acta Mechanica*, **32**, 249 (1979)