移動平板導体に相対したソレノイドコイルのインピーダンス変化

正 員 武 平 信 夫 (徳山高専)

正 員 田 中 章 雄 (宇部高専)

1. ま え が き

うず電流を利用した工業計測法は種々存在する。例えば、金属導体に近接してコイルを配置し、そのインピーダンス変化から金属の材質検査、欠陥検査などを行なう、いわゆる非破壊検査⁽¹⁾が可能である。導電率が温度の関数であることを利用したうず電流温度計^{(2)~(4)}、透磁率が硬度と強い相関をもつことを利用したうず電流硬度計⁽⁵⁾など多方面にわたっている。

さて、上記のような各種計測法は、非接触という特長を活かして対象物体が高速度で移動する状態で実施する場合が多い。その際、いわゆる速度効果 (speed effect)⁽⁶⁾の影響を受ける。速度効果とは、導体が移動しているために導体内の磁気エネルギーが運び去られる現象⁽⁷⁾である。そのため、導体の静止時と移動時ではコイルのインピーダンスが異なってくる。この速度効果を積極的に利用した研究も多々あるが、前述のような応用例では望ましくない。従って、コイルのインピーダンスに导体速度がどのような影響を与えるかについて明確にする必要がある。本論文では、速度効果について理論的に解析すると共に、一部実験によって妥当性を確認している。また、計算により種々の特性について検討を加えている。なお、解析においては導体系を2層としたが、実験および計算は有限厚導体板を用いた。平板が静止した場合には尾上氏⁽⁸⁾、Dodd 氏⁽⁹⁾の研究がある。

2. コイルの特性解析

図1に示すような円形コイルに交流電流を流すと導体板にはうず電流が誘導され、それによって移動速度に応じた磁束が生じる。この磁束の一部がコイルと鎖交することによりコイルインピーダンスが変化する。さて、本論文では新たに図1のような導体各層の速度が異なるモデルを考え、解析においては文献(10)と同様な手法をとる。

〈2・1〉 反射磁束密度の解析 解析モデルとしてコイルは単巻であり、導体は第一層目は厚さ d 、第二層目は半無限厚であるとする。変位電流を無視した準定常状態においては、マクスウェルの方程式は次式となる。

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \dots \dots \dots (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t \dots \dots \dots (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \dots \dots \dots (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \dots \dots \dots (4)$$

一方、導体板を光速に比べて十分小さい速度 $\mathbf{v}$ で運動中の均一等方性導体とすれば

$$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \dots \dots \dots (5)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \dots \dots \dots (6)$$

図1 単巻円形コイルと移動平板導体の配置
Fig. 1. Arrangement of one turn coil and moving conductive sheets.

Impedance Variation of a Solenoid Coil Facing to Moving Sheet Conductor. By Nobuo Takehira, Member (Department of Mechanical and Electrical Engineering, Tokuyama Technical College) & Akio Tanaka, Member (Department of Electrical Engineering, Ube Technical College).

武平信夫：正員，徳山工業高等専門学校機械電気工学科
田中章雄：正員，宇部工業高等専門学校電気工学科

ここで, σ, μ : 導体の導電率, 透磁率
 σ, μ が一定という仮定のもとに, 以上の諸式をフーリエ変換により解き, 反射磁束密度⁽¹⁰⁾の x, y, z 成分を求めると次式を得る。

$$B_{rx} = -\frac{j\mu_0 a_0 I}{4\pi} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \zeta \cos \varphi J_1(a_0 \zeta) \\ \times e^{-(z+z_0)\zeta} \\ \times \lambda e^{-j\zeta(x \cos \varphi + y \sin \varphi)} d\varphi d\zeta \dots (7)$$

$$B_{ry} = -\frac{j\mu_0 a_0 I}{4\pi} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \zeta \sin \varphi J_1(a_0 \zeta) \\ \times e^{-(z+z_0)\zeta} \\ \times \lambda e^{-j\zeta(x \cos \varphi + y \sin \varphi)} d\varphi d\zeta \dots (8)$$

$$B_{rz} = -\frac{\mu_0 a_0 I}{4\pi} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \zeta J_1(a_0 \zeta) e^{-(z+z_0)\zeta} \\ \times \lambda e^{-j\zeta(x \cos \varphi + y \sin \varphi)} d\varphi d\zeta \dots (9)$$

ここで,

$$\lambda = \left(\frac{\gamma_1 - \frac{\mu_1}{\zeta}}{\zeta - \frac{\mu_0}{\zeta}} \right) \left(\frac{\gamma_2 + \frac{\mu_2}{\zeta}}{\gamma_1 + \frac{\mu_1}{\zeta}} \right) * \\ + \left(\frac{\gamma_1 + \frac{\mu_1}{\zeta}}{\zeta - \frac{\mu_0}{\zeta}} \right) \left(\frac{\gamma_2 - \frac{\mu_2}{\zeta}}{\gamma_1 - \frac{\mu_1}{\zeta}} \right) e^{-2\gamma_1 d} \\ * \left(\frac{\gamma_1 - \frac{\mu_1}{\zeta}}{\zeta - \frac{\mu_0}{\zeta}} \right) \left(\frac{\gamma_2 - \frac{\mu_2}{\zeta}}{\gamma_1 - \frac{\mu_1}{\zeta}} \right) e^{-2\gamma_1 d} \dots (10)$$

であり, γ_1, γ_2 は次式で示されるものである。

$$\gamma_1 = \sqrt{\zeta^2 - j\sigma_1 \mu_1 v_1 \zeta \sin \varphi + j\omega \sigma_1 \mu_1} \dots (11)$$

$$\gamma_2 = \sqrt{\zeta^2 - j\sigma_2 \mu_2 v_2 \zeta \sin \varphi + j\omega \sigma_2 \mu_2} \dots (12)$$

ただし, a_0 : コイルの半径, z_0 : コイルと導体間のエアギャップ, μ_0 : 真空の透磁率, μ_1, μ_2 : 第一層および第二層の透磁率, σ_1, σ_2 : 第一層および第二層の導電率, v_1, v_2 : 第一層および第二層の速度, I : コイルの励磁電流(実効値), ω : 励磁電流の角周波数, ζ および φ : フーリエ変換に伴う変数, (x, y, z) : 直交座標, $J_1(a_0 \zeta)$: 第一種第一ベッセル関数

〈2.2〉 コイルのインピーダンス変化 前述したように, コイルのインピーダンスは移動平板導体の有無により変化する。その変化分をインピーダンス変化分と言う。前節で求めた反射磁束密度を用いてコイル

のインダクタンス変化分および抵抗変化分を計算することができる。それによりインピーダンス変化分を求め得る。コイルとして単巻コイル, 単層ソレノイドコイル, 偏平コイル, 多層ソレノイドコイルを対象として解析する。

(1) 単巻コイルのインダクタンス変化分および抵抗変化分 図1に示すようにコイルが単巻である場合の変化分を求める。反射磁束のうちコイルと鎖交する磁束は(9)式を用いて次式となる。

$$\Phi_r = \int_0^{2\pi} \int_0^{a_0} B_{rz} \Big|_{z=z_0} r dr d\theta \\ = -\frac{\mu_0 a_0^2 I}{2} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} J_1^2(a_0 \zeta) \\ \times e^{-2z_0 \zeta} \lambda d\varphi d\zeta \dots (13)$$

ただし, 積分する際に $x=r \cos \theta, y=r \sin \theta$ なる座標変換を施している。コイルのインダクタンス変化分および抵抗変化分をそれぞれ $\Delta L, \Delta R$ とすれば $\Phi_r/I = \Delta L - j\Delta R/\omega$ なる関係式を用いて, (13)式から

$$\Delta L - j\frac{\Delta R}{\omega} = -\frac{\mu_0 a_0^2 I}{2} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} J_1^2(a_0 \zeta) \\ \times e^{-2z_0 \zeta} \lambda d\varphi d\zeta \dots (14)$$

$$\Delta L = -\frac{\mu_0 a_0^2 I}{2} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} J_1^2(a_0 \zeta) \\ \times e^{-2z_0 \zeta} \text{Re}(\lambda) d\varphi d\zeta \dots (15)$$

$$\Delta R = \frac{\omega \mu_0 a_0^2 I}{2} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} J_1^2(a_0 \zeta) \\ \times e^{-2z_0 \zeta} \text{Im}(\lambda) d\varphi d\zeta \dots (16)$$

ここで, $\text{Re}(\lambda), \text{Im}(\lambda)$: それぞれ λ の実数部, 虚数部

(2) 単層ソレノイドコイルのインダクタンス変化分および抵抗変化分 図2に単層ソレノイドコイルを示す。コイルの巻数および長さはそれぞれ N_0, τ_0 とする。コイルの各変化分は電流密度を考慮して, (14)式をコイルの長さ方向に積分することにより得られる。

図2 単層ソレノイドコイル
 Fig. 2. Single-layer coil.

$$\Delta L = -\frac{\mu_0 a_0^2 N_0^2}{2 \tau_0^2} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} J_1^2(a_0 \zeta) \times e^{-2z_0 \zeta} \frac{(e^{-\tau_0 \zeta} - 1)^2}{\zeta^2} \operatorname{Re}(\lambda) d\varphi d\zeta \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\Delta R = \frac{\omega \mu_0 a_0^2 N_0^2}{2 \tau_0^2} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} J_1^2(a_0 \zeta) \times e^{-2z_0 \zeta} \frac{(e^{-\tau_0 \zeta} - 1)^2}{\zeta^2} \operatorname{Im}(\lambda) d\varphi d\zeta \quad \dots\dots\dots (18)$$

(3) 偏平コイルのインダクタンス変化分および抵抗変化分 図3に偏平コイルを示す。巻数を N_0 、外半径、内半径をそれぞれ a_0 , $\beta_0 a_0$ とする。 β_0 は内半径に対する外半径の比である。コイルの各変化分は電流密度を考慮して、(14)式を半径方向に積分することにより得られる。

$$\Delta L = -\frac{\mu_0 N_0^2}{2 a_0^2 (1 - \beta_0)^2} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \frac{\{S(a_0, \beta_0)\}^2}{\zeta^4} \times e^{-2z_0 \zeta} \operatorname{Re}(\lambda) d\varphi d\zeta \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$\Delta R = \frac{\omega \mu_0 N_0^2}{2 a_0^2 (1 - \beta_0)^2} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \frac{\{S(a_0, \beta_0)\}^2}{\zeta^4} \times e^{-2z_0 \zeta} \operatorname{Im}(\lambda) d\varphi d\zeta \quad \dots\dots\dots (20)$$

ここに、

$$S(a, \beta) = \int_{\beta a \zeta}^{a \zeta} x J_1(x) dx \quad \dots\dots\dots (21)$$

図3 偏平コイル
Fig. 3. Spiral coil.

図4 多層ソレノイドコイル
Fig. 4. Multi-layer circular coil.

(4) 多層ソレノイドコイルのインダクタンス変化分および抵抗変化分 図4に多層ソレノイドコイルを示す。コイルの巻数および長さをそれぞれ N_0 , τ_0 、外半径、内半径を a_0 , $\beta_0 a_0$ とする。コイルの各変化分は電流密度を考慮して、(14)式を半径方向および長さ方向に積分して得られる。

$$\Delta L = -\frac{\mu_0 N_0^2}{2 a_0^2 \tau_0^2 (1 - \beta_0)^2} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \frac{\{S(a_0, \beta_0)\}^2}{\zeta^6} \times e^{-2z_0 \zeta} (e^{-\tau_0 \zeta} - 1)^2 \operatorname{Re}(\lambda) d\varphi d\zeta \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$\Delta R = \frac{\omega \mu_0 N_0^2}{2 a_0^2 \tau_0^2 (1 - \beta_0)^2} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \frac{\{S(a_0, \beta_0)\}^2}{\zeta^6} \times e^{-2z_0 \zeta} (e^{-\tau_0 \zeta} - 1)^2 \operatorname{Im}(\lambda) d\varphi d\zeta \quad \dots\dots\dots (23)$$

3. 正規化インピーダンス⁽¹¹⁾⁽¹²⁾

コイルの周波数特性、速度特性などの諸特性を求めるにあたって、統一性を持たせる意味で特性周波数、特性速度、規準化周波数、規準化速度を導入する。コイルは実用上重要な多層ソレノイドコイルを対象とする。

〈3・1〉 規準化周波数、規準化速度の導入 コイル寸法などをコイルの平均半径 $a_m = a_0(1 + \beta_0)/2$ で規格化すると、 $\tau_{0n} = \tau_0/a_m$, $z_{0n} = z_0/a_m$, $d_n = d/a_m$ となり、(22)式は次式で表わされる。

$$\Delta L = -\frac{\mu_0 N_0^2 a_m^2 (1 + \beta_0)^2}{8 \tau_{0n}^2 (1 - \beta_0)^2} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \frac{\{S_n(\beta_0)\}^2}{\zeta_n^6} \times e^{-2z_{0n} \zeta_n} (e^{-\tau_{0n} \zeta_n} - 1)^2 \operatorname{Re}(\lambda_n) d\varphi d\zeta_n \quad \dots\dots\dots (24)$$

ここで、

$$S_n(\beta) = \int_{2\beta \zeta_n / (1 + \beta)}^{2\zeta_n / (1 + \beta)} x J_1(x) dx \quad \dots\dots\dots (25)$$

$$\lambda_n = \frac{\left(\frac{\gamma_{1n} - \mu_1}{\zeta_n} \right) \left(\frac{\gamma_{2n} + \mu_2}{\gamma_{1n} + \mu_1} \right)}{\left(\frac{\gamma_{1n} + \mu_1}{\zeta_n} \right) \left(\frac{\gamma_{2n} + \mu_2}{\gamma_{1n} + \mu_1} \right)} * \left(\frac{\gamma_{1n} + \mu_1}{\zeta_n} \right) \left(\frac{\gamma_{2n} - \mu_2}{\gamma_{1n} - \mu_1} \right) e^{-2\gamma_{1n} d_n} + \left(\frac{\gamma_{1n} - \mu_1}{\zeta_n} \right) \left(\frac{\gamma_{2n} - \mu_2}{\gamma_{1n} - \mu_1} \right) e^{-2\gamma_{1n} d_n} \quad \dots\dots\dots (26)$$

(26)式中の γ_{1n} , γ_{2n} はそれぞれ次式で与えられる。

$$\gamma_{1n} = \sqrt{\zeta_n^2 - j \frac{2}{\pi} \mu_{s1} \frac{v_1}{v_{c1}} \zeta_n \sin \varphi + j \frac{f}{f_{c1}} \mu_{s1}}$$

$$= \sqrt{\zeta_n^2 - j \frac{2}{\pi} \mu_{s1} V_1 \zeta_n \sin \varphi + j F_1 \mu_{s1}} \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$\gamma_{2n} = \sqrt{\zeta_n^2 - j \frac{2}{\pi} \mu_{s2} \frac{v_2}{v_{c2}} \zeta_n \sin \varphi + j \frac{f}{f_{c2}} \mu_{s2}} \\ = \sqrt{\zeta_n^2 - j \frac{2}{\pi} \mu_{s2} V_2 \zeta_n \sin \varphi + j F_2 \mu_{s2}} \quad \dots\dots\dots (28)$$

(27), (28) 式中の特性周波数 f_{c1} , f_{c2} および特性速度 v_{c1} , v_{c2} はそれぞれ次式で示される。

$$f_{c1} = 1/2\pi \sigma_1 \mu_0 a m^2 \quad \dots\dots\dots (29)$$

$$f_{c2} = 1/2\pi \sigma_2 \mu_0 a m^2 \quad \dots\dots\dots (30)$$

$$v_{c1} = 2/\pi \sigma_1 \mu_0 a m \quad \dots\dots\dots (31)$$

$$v_{c2} = 2/\pi \sigma_2 \mu_0 a m \quad \dots\dots\dots (32)$$

μ_{s1} , μ_{s2} は第一層, 第二層の導体の比透磁率を示す。一方, 規準化周波数 F_1 , F_2 , 規準化速度 V_1 , V_2 は次式で表わせる。

$$F_1 = f/f_{c1} \quad \dots\dots\dots (33)$$

$$F_2 = f/f_{c2} \quad \dots\dots\dots (34)$$

$$V_1 = v_1/v_{c1} \quad \dots\dots\dots (35)$$

$$V_2 = v_2/v_{c2} \quad \dots\dots\dots (36)$$

ΔR についても全く同様に次式を得る。

$$\Delta R = \frac{\omega \mu_0 N_0^2 a m^2 (1 + \beta_0)^2}{8 \tau_0 n^2 (1 - \beta_0)^2} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \frac{\{S_n(\beta_0)\}^2}{\zeta_n^6} \\ \times e^{-2x_0 n \zeta_n} (e^{-\tau_0 n \zeta_n} - 1)^2 \text{Im}(\lambda_n) d\varphi d\zeta_n \quad \dots\dots\dots (37)$$

〈3.2〉 自己インダクタンス コイルインピーダンスの正規化を行なうためには, 導体が存在しない場合の自己インダクタンス L_0 を求める必要がある。 L_0 は次式で与えられる。

$$L_0 = \frac{2 \mu_0 \pi N_0^2}{a_0^2 \tau_0^2 (1 - \beta_0)^2} \int_0^\infty \frac{\{S(a_0, \beta_0)\}^2}{\zeta^6} \\ \times (\tau_0 \zeta + e^{-\tau_0 \zeta} - 1) d\zeta \quad \dots\dots\dots (38)$$

コイルの寸法を a_m により規格化すると, (38) 式は次式となる。

$$L_0 = \frac{\mu_0 \pi N_0^2 a m^2 (1 + \beta_0)^2}{2 \tau_0 n^2 (1 - \beta_0)^2} \int_0^\infty \frac{\{S_n(\beta_0)\}^2}{\zeta_n^6} \\ \times (\tau_0 n \zeta_n + e^{-\tau_0 n \zeta_n} - 1) d\zeta_n \quad \dots\dots\dots (39)$$

〈3.3〉 正規化インピーダンス コイルの正規化インピーダンス Z_n は次式のように定義される。

$$Z_n = X_n + j Y_n \quad \dots\dots\dots (40)$$

ここで, X_n , Y_n は次式となる。

$$X_n = \frac{\Delta R}{\omega L_0}$$

$$= \frac{1}{4\pi} \frac{\int_0^\infty \int_0^{2\pi} \frac{\{S_n(\beta_0)\}^2}{\zeta_n^6}}{\int_0^\infty \frac{\{S_n(\beta_0)\}^2}{\zeta_n^6}} * \\ \frac{e^{-2x_0 n \zeta_n} (e^{-\tau_0 n \zeta_n} - 1)^2 \text{Im}(\lambda_n) d\varphi d\zeta_n}{(\tau_0 n \zeta_n + e^{-\tau_0 n \zeta_n} - 1) d\zeta_n} \quad \dots\dots\dots (41)$$

$$Y_n = \frac{\omega(L_0 + \Delta L)}{\omega L_0} \\ = 1 - \frac{1}{4\pi} \frac{\int_0^\infty \int_0^{2\pi} \frac{\{S_n(\beta_0)\}^2}{\zeta_n^6}}{\int_0^\infty \frac{\{S_n(\beta_0)\}^2}{\zeta_n^6}} * \\ \frac{e^{-2x_0 n \zeta_n} (e^{-\tau_0 n \zeta_n} - 1)^2 \text{Re}(\lambda_n) d\varphi d\zeta_n}{(\tau_0 n \zeta_n + e^{-\tau_0 n \zeta_n} - 1) d\zeta_n} \quad \dots\dots\dots (42)$$

4. 実験

以上の諸式の妥当性を確認するために実験を行なった。コイルはベークライト棒を加工したわくにホルマル線を巻くことにより作製した。コイルを固着させるためにエポキシ系接着剤を用いた。移動平板導体として直径 1,000 mm のアルミニウム円板を使用し, 無段変速機で駆動した。表 1 にコイルと回転円板の諸元を示す。

回転数を光電式回転計で測定することによりコイル直下の円板の速度を求めている。コイルを円板の半径 400 mm の位置にコイル面と導体表面が平行になるように配置し, デジタル LCR メータ (YHP 4261 A) によりインピーダンス変化分を求めた。 ΔR は正, すなわちコイル抵抗は導体が存在しない場合の抵抗 R_0 より増加し, また ΔL は負であって, コイルインダクタンスは L_0 よりも減少していくことを示している。

図 5, 図 6 にその結果を計算値と比較して示す。抵抗変化分 $|\Delta R|$, インダクタンス変化分 $|\Delta L|$ は円板速度の上昇と共に減少している。実験値と計算値の

表 1 コイルとアルミニウム円板の諸元

Table 1. Specifications of coil and aluminium disc.

コイル	$a_0 = 27.0 \text{ mm}$, $\beta_0 = 0.352$, $\tau_0 = 12.0 \text{ mm}$, $N_0 = 206$
アルミニウム円板	直径: 1,000 mm, $d = 10 \text{ mm}$, $\sigma = 3.3 \times 10^7 \text{ S/m}$, $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$

図 5 抵抗変化分の速度特性

Fig. 5. Speed characteristics of resistance variation.

図 6 インダクタンス変化分の速度特性

Fig. 6. Speed characteristics of inductance variation.

誤差は抵抗変化分で最大 4.5%, インダクタンス変化分で 4.6% であった。装置は都合上、高速度域における実験ができなかったが、図 5、図 6 に示されるように $v=10$ m/s までの実験値と計算値がほぼ一致するという結果をふまえて、高速度域の特性を参考までに示した。抵抗変化分は一貫して減少しているが、インダクタンス変化分は極小点が存在したのち再び増加に転じている。

図 7 高速度域での速度特性

Fig. 7. Speed characteristics in a high speed area.

5. 計算による検討

これまでに述べてきたように、コイルのインピーダンスに影響を与える因子として、従来明らかにされている周波数、導電率、透磁率、厚さ、リフト・オフのほかに新たに導体の速度が加わった。実用上、導体系は一層で有限厚の場合が多いので、それを検討対象とする。その場合の λ_n は $\sigma_1=\sigma$, $\mu_1=\mu$, $v_1=v$ とおき、 $\sigma_2=0$, $\mu_2=\mu_0$, $v_2=0$ であることから、(26)式より

$$\lambda_n = \frac{\left(\frac{\gamma_n - \mu}{\zeta_n - \mu_0}\right)\left(\frac{\zeta_n + \mu_0}{\gamma_n + \mu}\right) + \left(\frac{\gamma_n + \mu}{\zeta_n - \mu_0}\right)\left(\frac{\zeta_n - \mu_0}{\gamma_n - \mu}\right)e^{-2\gamma_n d_n}}{\left(\frac{\gamma_n + \mu}{\zeta_n + \mu_0}\right)\left(\frac{\zeta_n + \mu_0}{\gamma_n + \mu}\right) + \left(\frac{\gamma_n - \mu}{\zeta_n - \mu_0}\right)\left(\frac{\zeta_n - \mu_0}{\gamma_n - \mu}\right)e^{-2\gamma_n d_n}} \quad (43)$$

となる。ただし、 $\mu_s = \mu/\mu_0$ とすれば

$$\begin{aligned} \gamma_n &= \sqrt{\zeta_n^2 - j \frac{2}{\pi} \mu_s \frac{v}{v_c} \zeta_n \sin \varphi + j \frac{f}{f_c} \mu_s} \\ &= \sqrt{\zeta_n^2 - j \frac{2}{\pi} \mu_s V \zeta_n \sin \varphi + j F \mu_s} \end{aligned} \quad (44)$$

特性周波数、特性速度、規準化周波数、規準化速度はそれぞれ次式で与えられる。

計算値 \$F\$: パラメータ

図 8 インピーダンス変化分の速度特性

Fig. 8. Speed characteristics of impedance variation.

$$f_c = 1/2\pi\sigma\mu_0 a m^2 \quad (45)$$

$$v_c = 2/\pi\sigma\mu_0 a m \quad (46)$$

$$F = f/f_c \quad (47)$$

$$V = v/v_c \quad (48)$$

規準化周波数 \$F\$, 厚さ \$d_n\$, リフト・オフ \$z_{on}\$, 比透磁率 \$\mu_s\$ をパラメータに採ることにより, コイルのインピーダンス軌跡が速度によってどのように変化するか計算によって調べてみる。ただし, 実験に用いたコイルを参照して \$\beta_0=0.352\$, \$\tau_{on}=0.657\$ とする。規準化速度 \$V\$ の範囲は \$0\sim40\$ とした。なお, 図 8 以下のインピーダンス軌跡の見方については付録を参照されたい。

図 8 は規準化周波数をパラメータとした速度特性を示す。低周波数域においては周波数の変化方向と速度の変化方向はほぼ直交しているが, 周波数の増加と共に両者のなす角度は減少することが認められる。速度に対するインピーダンスの変化も周波数の増加と共に小さくなり, \$F=100\$ 以上では速度の影響をほとんど受けない。このことは速度を横軸にとった図 9, 図 10 を参照すればより明確である。励磁周波数が高くなると表皮効果によってうず電流は励磁コイルに面した導体表面に集中するため反射磁束が増加し, 導体の移動に伴う磁気エネルギーの移動も小さく, その結果, 速度効果は無視し得ることになる。

図 9 抵抗変化分の速度特性

Fig. 9. Speed characteristics of resistance variation.

図 10 リアクタンス変化分の速度特性

Fig. 10. Speed characteristics of reactance variation.

図 11 に厚さをパラメータとした速度特性を示す。導体板の厚さが増加していく場合, インピーダンスは周波数をパラメータとした速度特性に相似した軌跡を示すが, ある程度厚くなると軌跡は重なってくる。この場合の表皮効果は導体が運動しているため明確ではないが, 試みに導体の静止時における磁界の浸透深さを計算してみる。\$\sigma=3.3\times10^7\$ S/m, \$a_m=18.3\$ mm とすれば \$F=4\$ であるから \$f=f_c\times F=45.8\$ Hz。よって浸透深さ \$\delta\$ は \$\delta=1/\sqrt{\pi f \mu_0 \sigma}=12.9\$ mm である。\$d_n=1\$ であれば導体の厚さは \$d=18.3\$ mm とな

計算値 d_n : パラメータ

図 11 インピーダンス変化分の速度特性
Fig. 11. Speed characteristics of impedance variation.

計算値 z_{on} : パラメータ

図 12 インピーダンス変化分の速度特性
Fig. 12. Speed characteristics of impedance variation.

り、浸透深さより十分大きく、これ以上厚さを増してもインピーダンスは変化しない。

図 12 にリフト・オフをパラメータとした場合の特性を示す。リフト・オフの増加に伴いインピーダンス変化が急速に減少する様子がうかがわれる。リフト・オフ変化を利用した変位計が存在するように、この傾向は導体の静止時と同様である。速度が増加すると抵抗分は減少すると共にその変化も小さい。

図 13 に比透磁率をパラメータとした速度特性を示す。低速域では比透磁率が増すとインピーダンスは非磁性体よりもむしろ速度の影響を強く受ける。 $\mu_r = 100$ 以上では影響も小さくなるのがうかがえる。高速域においては抵抗分は透磁率が増加してもそれほど変化しなくなる。

以上を総括して、各因子がインピーダンス軌跡にど

計算値 μ_s : パラメータ

図 13 インピーダンス変化分の速度特性
Fig. 13. Speed characteristics of impedance variation.

図 14 諸因子によるインピーダンス軌跡の
変化方向

Fig. 14. Moving direction of impedance locus by various factors.

のような影響を与えるかを概観してみると図 14 が得られる。透磁率, リフト・オフ, 導電率, 励磁周波数による変化方向は導体の静止時⁽¹³⁾と大差ない。速度の変化方向と透磁率の変化方向は低周波では全く逆方向であるが, 周波数の増加と共に両者は同一方向に向くことが認められる。

6. む す び

移動する平板導体に相対したソレノイドコイルのインピーダンス変化について考察した。その結果, インピーダンス変化の様子が理論的にも明らかとなり, 一部実験によって確認した。これによって, 移動する材料の非破壊検査ならびに温度測定, 変位計測などコイルのインピーダンス変化を利用する各種計測法の基礎的資料を与えることができた。なお, 計算は徳山工業高等専門学校電子計算機 ACOS 400 で実施した。

本論文は電気学会計測研究会において発表した資料に加筆したもので, 熱心に御討論下さった委員各位に深謝する。また, 本論文の発表をお勧めいただいた日本鋼管(株) 森 年弘氏に深謝する。日ごろ御援助下さる徳山工業高等専門学校 田村教授, 上野教授はじめ徳山工業高等専門学校, 宇部工業高等専門学校の教官各位に感謝する。実験, その他で徳山工業高等専門学校 中村金良技官, 昭和 55 年度卒論生諸君の協力を得た。記して感謝の意を表する。

(昭和 56 年 9 月 21 日受付, 同 57 年 9 月 1 日再受付)

文 献

- (1) 内藤, 他: 電気応用計測, p. 260 (昭 51) 電気学会
- (2) R. J. Mouly: "An Impedance Bridge for Surface Temperature Measurement", *Amer. Inst. Elect. Engers*, **78**, 388 (1959)
- (3) T. Ohishi & B. Ichijo: "Noncontacting Surface Thermometer for Rollers with Ambient-Temperature Compensation", *IEEE Trans. Industr. Gen. Applic.*, **IGA-6**, 653 (1970)

- (4) 山田・渡部: 「渦電流を利用した非接触金属温度計測法」, 計装, p. 40 (昭 49-2)
- (5) 川島・関野・土門・戸田・佐々木・藤原: 「ブリキ用鋼板の渦電流による連続硬度計の開発」, 非破壊検査, **21**, 401 (昭 47)
- (6) P. Graneau: "Progress in Non-Destructive Testing", Vol. 3, p. 177 (1961) Heywood & Company Ltd., London
- (7) 日本非破壊検査協会: 非破壊検査便覧, p. 635 (昭 42) 日刊工業
- (8) 尾上: 「導体に近接した有限長ソレノイドコイルの解析」, 電学誌, **88**, 1894 (昭 43-10)
- (9) C. V. Dodd & W. E. Deeds: "Analytical Solutions to Eddy-Current Probe-Coil Problems", *J. Appl. Phys.*, **39**, 2829 (1968)
- (10) 武平・田中・戸田: 「うず電流を利用した速度計の解析」, 電学論 A, **97**, 457 (昭 52-9)
- (11) 田中・武平: 「移動平板導体に相対した矩形コイルのインピーダンス特性」, 昭 54 電気学会全大, No. 1243
- (12) 田中・武平・戸田: 「移動平板導体に相対した方形コイルの解析」, 電学論 A, **101**, 405 (昭 56-8)
- (13) 日本非破壊検査協会: 非破壊検査便覧(新版), p. 700 (昭 53) 日刊工業

付 録

インピーダンス軌跡の見方 図 8 から図 13 に示すインピーダンス軌跡は周波数, 速度, 導体厚さなどの各因子により決定される曲線を描き, その見方には煩雑さを伴う。そこで図 8 を例にとり, その見方について触れてみよう。

平均半径 $a_m = 20$ mm の多層コイルを用いるとする。 $\beta_0 = 0.352$, $\tau_0 = 0.657$ であるから, 外半径: $a_0 = 2a_m / (1 + \beta_0) = 29.6$ mm, 内半径: $\beta_0 a_0 = 7.04$ mm, コイル長: $\tau_0 = 13.14$ mm, リフト・オフ: $z_0 = z_{0n} \times a_m = 0.1 \times 20 = 2$ mm, 導体厚さ: $d = d_n \times a_m = 0.5 \times 20 = 10$ mm となる。導体の導電率を $\sigma = 10^7$ S/m とすると特性周波数, 特性速度は (45), (46) 式から得られ, $f_c = 1/2\pi\sigma\mu_0 a_m^2 = 31.66$ Hz, $v_c = 4a_m f_c = 2.533$ m/s となる。測定周波数 $f = 316.6$ Hz, 導体板の速度 $v = 25.33$ m/s であれば規準化周波数, 規準化速度はそれぞれ $F = f/f_c = 10$, $V = v/v_c = 10$ となる。従って, 図 8 より $X_n = 0.0973$, $Y_n = 0.827$ が得られる。