UDC 621.327.4:535.35/.37:517.584:537...52

論文

60-A76

拡散方程式を用いたネオングロー 放電陽光柱の径方向特性の解析

正員 坂口 威 (室蘭工大)
 正員 松浦 勇二 (室蘭工大)
 正員 畑中 雅彦 (東芝)
 正員 瀬戸 俊樹 (三菱電機)
 非会員 松田 和浩 (北海道大)
 正員 西辻 昭 (北海道大)

1. まえがき

陽光柱の理論解析については、Schottky⁽¹⁾による0.1~10 Torr 程度のガス圧に適用される理論と、Tonks 氏⁽²⁾による0.1 Torr 以下の、電子と中性粒子との衝突が無視し得る領域の理論が導出されてから、多くの人達によって本論文に用いられている仮定の除去や種々の特性の導出がなされたり⁽³⁾、両領域の統一解が報告されたりしている⁽⁴⁾。

一方、Schottky 領域や更に気圧の高い領域では、陽光柱の径方向特性や準安定原子・分子の種々の振舞のために、個々の放電領域でも多くの問題点が存在する。これは放電特性が軸方向と径方向のつり合いのうに成り立っているからである。これらの研究には、径方向分布を零次ベッセル関数で近似し、Heについて静特性および放電機構の変遷を求めた Masěk 氏⁽⁵⁾および高気圧の場合で He 分子を考慮した Dothan 氏⁽⁶⁾の報告がある。また Ne については、畑中ら⁽⁷⁾によるモデリングおよび著者ら⁽⁸⁾の拡散方程式による静特性の解析方法が提案されている。

著者らは今回、文献(8)で省略した2 ρ 単位(パッ

Analysis of Radial Characteristics in Positive Column of Neon Glow Discharge by Using of Diffusion Equations. By Takeshi Sakaguchi, Member, Yuji Matsuura, Member (Muroran Institute of Technology), Masahiko Hatanaka, Member (Toshiba Corp.), Toshiki Seto, Member (Mitsubishi Electric Corp.) Kazuhiro Matsuda, Non-member & Akira Nishitsuji, Member (The Research Institute of Applied Electricity, Hokkaido University)

坂口 威: 正員, 室蘭工業大学第二部電気工学科
 松浦 勇二: 正員, 室蘭工業大学第二部電気工学科
 畑中 雅彦: 正員, (株)東芝 那須工場
 瀬戸 俊樹: 正員, 三菱電機(株)
 松田 和浩: 非会員, 北海道大学応用電気研究所
 西辻 昭: 正員, 北海道大学応用電気研究所

シェン記号)を考慮して解析を行ない、静特性の実測値との一致を改善した。また電子エネルギー分布を非マクスウェルで扱い、径方向ベッセル関数近似⁽¹⁾⁽⁴⁾⁽⁵⁾を除去した形での、スオームパラメータ(移動速度、拡散係数など)および放電パラメータ(電子および励起原子の密度)の径方向特性を検討した。

放電条件は、Neの封入気圧0.1~10 Torr程度、放電管半径0.5~1.0 cm、放電電流50 mA程度である。

2. 陽光柱のモデル化と計算方法

計算の手順を図1に示す。軸方向電界 E (V/cm)、気圧 p (Torr)、気体温度 T_g (K)と電子の各種衝突断面積 Q (cm²) から電子のエネルギー分布 $F(\epsilon)$ およびスオームパラメータ(以下SPと略記)を求める。一方、弾性球モデルをもとにイオンについて、イオン温度 T_i (K)、平均自由行程 λ_i (cm)、移動度 μ_i (cm²/V·s)、拡散係数 D_i (cm²/s)を求める。更に両極性拡散係数を計算し、拡散方程式に必要な値を用意する。 R (cm)は放電管半径、 Q_{11} (cm²)は励起原子同士の衝

図1 グロー放電陽光柱の解析法

Fig. 1. Analytical method of positive column in the glow discharge.

図 2 簡化されたネオンのエネルギー単位図

Fig. 2. Simplified energy level diagram.

突電離断面積, I (mA) は放電電流である。

ネオンのエネルギー単位モデルと各単位間の相互作用を、 $\longrightarrow$ 電子衝突による遷移, $\rightsquigarrow$ 放射遷移, $\Longrightarrow$ 拡散, $\cdots\cdots$ 準安定原子同士の衝突電離, $\rightsquigarrow$ 共鳴放射閉じ込めからの放射として図2に示す。

低気圧低電流ネオングロー放電陽光柱を対象とした電離単位 I と励起単位 1 での粒子の拡散方程式は、(1), (2)式となり、単位 $2, 2'$ は粒子数平衡式(3), (4)となる。熱伝導方程式は(5)式となる。

$$\frac{d^2 X_e}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dX_e}{dr} + \frac{p_0^2}{D_a^{(0)}} (S_{0I} X_e + S_{1I} X_e X_1 + S_{11} X_1^2) = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 X_1}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dX_1}{dr} + \frac{p_0^2}{b D_1^{(0)}} \left\{ S_{01} X_e \right. \\ \left. - (1-b) \frac{A_{10}}{p_0} X_1 - (S_{1I} + S_{12} + S_{12'}) X_e X_1 \right. \\ \left. - 2 S_{11} X_1^2 + \frac{A_{21}}{p_0} X_2 + A_{2'1} \frac{X_{2'}}{p_0} \right\} = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{A_{21} X_2}{p_0} = S_{02} X_e + S_{12} X_1 X_e \quad (3)$$

$$\frac{A_{2'1} X_{2'}}{p_0} = S_{02'} X_e + S_{12'} X_1 X_e \quad (4)$$

$$\frac{d^2 T_g}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT_g}{dr} + \frac{JE}{K} = 0 \quad (5)$$

$$J = e v_d N_0 X_e \quad (6)$$

$$K = H \frac{\sqrt{T_g}}{1 + S/T_g} \quad (7)$$

(1), (2)式での $1, 2$ 項目は拡散項であり、これは直接電離 S_{0I} , 励起衝突 S_{0I} , 階段電離 S_{1I} , 共鳴放射閉じ込めからの escaping A_{10} , 自然放射 $A_{21}, A_{2'1}$ などと平衡している。 X_j は基底単位にある原子の数密度

N_0 (cm^{-3}) に対する相対密度で, N_j (cm^{-3}) を j 単位の粒子数密度とすると, $X_j = N_j/N_0$ である。 $D_j^{(0)}$ ($\text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$) は 0°C , 1 Torr における拡散係数, S_{jk} ($\text{s}^{-1} \cdot \text{Torr}^{-1}$) は j 単位から k 単位への電子の衝突周波数因子, $A_{10}(\text{s}^{-1})$ は共鳴放射閉じ込めからの escaping 確率, b は単位 1 励起原子のうち準安定励起状態にある原子の割合で $b \approx 0.6$ である。(5)式の $1, 2$ 項目は熱拡散項で電流による発熱と平衡している。(6)式は電流密度で(7)式は熱伝導率である。 H はガスにより決まる定数で S はサザランド定数であり、ネオンの場合 $H = 3.39 \times 10^{-5}$, $S = 56$ である。(1), (2), (3), (4)式および(5)式を連立させて、ルンゲ・クッタ法で解いた。(2)式中 $S_{11} X_1^2$ の係数は1個の電子発生に際し、2個の励起原子が消滅するというモデルを採用している。

3. 計算のチェックのための実験

図1の計算手順に必要な基礎量としての E, P, T_g を次の方法で測定している。 P は油マノメータ, E は放電管に取付けた2本の可動探針, T_g は可動サーミスタでそれぞれ測定し、更に管外側にサーミスタを取付けて管壁温度 T_w も測定している。

〈3・1〉電子エネルギー分布 計算に用いている SP の検証の目的で、放電管の径方向に対する電子エネルギー分布 $F(\epsilon)$ を変調高周波法で、また空間電位 V_r を単探針法で測定し、場所による差 ΔV_r を求めている。 $F(\epsilon)$ の測定例を図3にボルツマン方程式の解⁽⁹⁾と共に示す。このように電子エネルギー分布は理論値と実測値の間に良い一致があり、実測が可能な場合は非常に有効であるが、He より Ne の場合には雑音および振動が発生しやすく、常に精度の良い実験が

図 3 電子のエネルギー分布

Fig. 3. Electron energy distributions.

図4 静特性

Fig. 4. Electric field-discharge current characteristics.

できるとは限らない。それゆえ、現段階では全面的に実測電子エネルギー分布を用いることができなかった。

図3に見られる理論値と実測値との差は、Heの場合にみられる、使用する、衝突断面積の相違による変動幅内程度⁽¹⁰⁾であり、衝突断面積に一因があると考えられることと、SPの計算は分布全体の積分になるので、高エネルギー部が主要な電離係数以外は実際上大きな差にはならない。

〈3・2〉 静特性 ($E/p_0-I/R$ 特性) 図1の計算手順で、放電パラメータの計算結果の良否を判断するのに静特性を用いた。静特性の実測と拡散方程式の解(以下 TD. Eq と略記)を Cherrington の実測⁽¹¹⁾例と共に図4に示す。TD. Eq についての既報告⁽⁸⁾との相違は、単位 2, 2' を考慮した点と管壁の条件を、 X_i については $|X_i(R)/X_i(0)| < 0.005$, T_g については $T_g(R) = T_g \pm 0.5$ (K) とした点である。

単位 2, 2' を考慮すると、単位 1 のみの場合より静特性全体が低電流側へ移行し、実測と一致する範囲が放電電流 10 mA 以上と広がる。しかし、10 mA 以下のところでは相違している。これは TD. Eq では管壁のシースが考慮されていない点に一因があると考えられ、今後の課題としたい。図4には更に、 $p_0R=0.54$ と 1.36 の場合について、 $T_g=0^\circ\text{C}$ 一定として解いた拡散方程式の解を D. Eq として示し、Cherrington の値と比較してある。 $T_g=0^\circ\text{C}$ 一定としている点で問題は残るが、 $p_0R=0.5\sim 1.4$ の範囲では、一応著者のモデルが有効であると判断できる。計算全体としての良否の検討に $E/p_0-I/R$ 特性を用いることは、十分厳しい条件を与えていることになる。

4. スォームパラメータの径方向特性

図5には、実測を行なった ΔV_s と T_g とを TD. Eq による値と共に示してある。 ΔV_s は放電管中心軸上

図5 空間電位およびガス温度の径方向特性

Fig. 5. Radial characteristics of space potential and gas temperature.

の空間電位 V_s と半径 r のところでの V_s との差であり、 $E/p_0=3.8$ の場合である。 $r>0.6$ での V_s の測定が難しく比較ができないが、この範囲では一致していると考えられる。 T_g は室温 $T_r=20.5^\circ\text{C}$ と 26.0°C の場合の放電電流 10 mA における実測と、ほぼ同じ電流を与える TD. Eq による値である。放電管では管壁での熱の蓄積があるのに対し、TD. Eq には考慮されていないことが一因とも考えられ、室温による差も大きく、この程度の差はやむを得ないと考え今後の課題としたい。現段階では、この ΔV_s と T_g の径方向特性から SP の径方向特性が一応妥当なものと判断している。

図1の解析手順からわかるように、解析が完了した時点では陽光柱の SP がすべて求まる特徴があるので、総合的な計算結果の検討ができる。解析結果の一例を図6、図7に示す。解析例は $E=3.51$ V/cm, $p_0=0.88$ Torr, $T_g=311.5$ K, $E/p_0=4.0$ V/cm-Torr, $I=10.2$ mA の場合である。放電管軸方向の電界は中心軸上の値とほぼ同じなので、解析では管断面全体にわたって E は一定と考え、径方向 T_g の変化による p の変化を考慮し、 E/p_0 が径方向に変化するとして取扱っている。

図6、図7を参照すると、管壁の近くでシースの存在のため、そこでは SP の値が零に近い値に減少すると考えられるが、本解析ではシースが考慮されていないため減少しない形になっている。この点を考慮し、図中、管壁近くの値を一点鎖線で示している。シースを考慮した検討は今後の課題である。

図6で S_{jk} は電子の衝突周波数因子で

$$S_{jk} = \frac{N_0 \nu_{jk}}{p_0 N_j}$$

$$= \sqrt{\frac{2e}{m}} \int_0^\infty \sqrt{\epsilon} \frac{N_0}{p_0} Q_{jk}(\epsilon) F(\epsilon) d\epsilon$$

ここで、 $\nu_{jk}(\text{s}^{-1})$: j 準位から k 準位への衝突周波数、 $Q_{jk}(\text{cm}^{-2})$: 衝突断面積、 $\epsilon(\text{eV})$: エネルギー、 $D_a, D_i(\text{cm}^2/\text{s})$: 両極性拡散係数および励起原子の拡散係数

図7の V_a, V_i はそれぞれ電子およびイオンの移動

図6 スォーム・パラメータの径方向特性(1)

Fig. 6. Radial characteristics of swarm parameters (1).

図7 スォーム・パラメータの径方向特性(2)

Fig. 7. Radial characteristics of swarm parameters (2).

速度 (cm/s), D_a, D_i は電子およびイオンの拡散係数 (cm^2/s), $A_{10}(\text{s}^{-1})$ は共鳴放射閉じ込めからの escaping の確率, $E/p_0(\text{V/cm} \cdot \text{Torr})$ は T_e による p の変化を p_0 換算したときの値である。

5. 放電パラメータの径方向特性

本論文では、電子と準安定励起原子に対する拡散方程式と熱伝導方程式との連立解を求めているので、放電パラメータとして電子および励起原子の径方向数密度分布が得られる。

〈5・1〉 電子および励起原子の径方向特性 図8, 図9に中心軸の数密度で規格化した電子と励起原子の径方向特性を示す。

図8は準位1のみを考慮した場合と、準位1, 2, 2'を考慮した場合との比較で $E/p_0=4.0$ の場合である。電子 X_e についてはほとんど同じで、励起原子 X_1 は電流が大きくなる準位1のみの場合のほうが膨らんでいる。

図9は準位1, 2, 2' 考慮の場合で、 E/p_0 が3.0と4.0についての比較である。 X_e, X_1 両者とも放電電流の少ない $E/p_0=4.0$ の場合のほうが、3.0の場合よりも放電管中心部に集中した形になっている。図示していないが $E/p_0=6.0$ の場合は、4.0の場合に比べて X_e では膨らみ、 X_1 では集中し両者 J_0 分布へ接近している。準位2, 2' についての励起原子はほぼ同じ径方向特性なので X_2 についてのみ示した。 E/p_0 が3.0と4.0では後者がやや中心部に集中した形になっているがあまり差がない。 $E/p_0=6.0$ の場合は膨らんで J_0 分布へ近づいている。静特性については図4

図8 電子および励起原子の正規化した径方向数密度分布(1)

Fig. 8. Radial distributions of normalized electron and excited atom number density (1).

図 9 電子および励起原子の正規化した径方向数密度分布 (2)

Fig. 9. Radial distributions of normalized electron and excited atom number density (2).

図 10 電子の発生量と消滅量の径方向特性

Fig. 10. Radial characteristics of the generated and disappeared electrons.

に既に示してある。

〈5・2〉 電子の発生と消滅 電子の発生量と消滅量は、拡散方程式を解くとき定常状態としているので両者等しくなる。

図 10 は電子の直接衝突による電離を G0I, 励起原子同士の衝突による電離を G1I, 階段励起衝突による電離を G1I, 拡散による電子の消滅を DIXE として放電管内の半径 r の位置でのそれぞれの衝突電離による電子の発生量 $\Delta X_e(G0I), \Delta X_e(G1I), \Delta X_e(G1I)$, 拡散消滅量 $-\Delta X_e(DIXE)$ を示したものである。ここで発生量とは, X_e に軸方向単位長さあたり, 半径 r , 厚さ Δr のリング状円筒の体積 $2\pi r \Delta r$ を乗じた

ものであり, 拡散消滅量とは, リング状円筒の内面からの拡散による流入量と外面からの拡散流出量との差のことである。半径 $r \approx 0.4$ のところでの電子の発生が最も大きい。この場合も上記電子発生 of 三者の和と拡散消滅量との間には平衡状態が保たれている。この場合の消滅は体積再結合と両極性拡散が考えられるが, 前者は再結合係数が小さく省略できるので⁽¹²⁾, 両極性拡散のみとなる。従って, この図はイオンに捕えられた電子の位置特性を示している。

〈5・3〉 準安定励起原子の発生と消滅 準安定励起原子 X_1 の発生について, 基底準位からの励起を G0I, 励起準位 2, 2' からの寄与を G02, G02', 三者の和を G0T で表わす。 r の位置でのそれぞれの発生量を $\Delta X_1(G0I), \Delta X_1(G02), \Delta X_1(G02')$ とすると三者の和が発生量 $\Delta X_1(G0T)$ となる。ここで発生量とは電子の場合同様, リング状円筒の体積を乗じている。

励起原子 X_1 の消滅についても, 共鳴放射閉じ込みからの消滅を DA 10, 励起原子同士の衝突による消滅を DS 11, 階段電離に伴う消滅を DS1I, 拡散による消滅を DIX 1 で表わし, 四者の和を DIST で表わす。 r の位置でのそれぞれの消滅量を $-\Delta X_1(DA 10), -\Delta X_1(DS 11), -\Delta X_1(DS 1I), -\Delta X_1(DIX 1)$ で表わすと四者の和が消滅量 $-\Delta X_1(DIST)$ となる。なお, 準位 1 は準安定状態なので自然放射はない。ここでの消滅量は拡散を除いてリング状円筒の体積を乗じてあり, 拡散については電子の場合と同様の内容である。励起原子 X_1 も平衡状態なので, 当然全発生量と全消滅量との間に, $\Delta X_1(G0T) = |-\Delta X_1(DIST)|$ の関係をもつ解が得られている。以上の発生・消滅の結果を図 11, 図 12 に示す。励起原子の最大の発生場所は $r \approx 0.5$ にあり, 電子の完全最大の場合 $r \approx 0.4$ より管壁側へ移っている。

消滅についてみると, $-\Delta X_1(DA 10)$ が最も大きく気圧が低いので閉じ込めが弱く, 放射光が管外へ出て行くことが多いことを示している。消滅は DA 10, DS 11, DS1I, DIX 1 の順に少なくなり, DS1I と DIX 1 が最小でほぼ同じ値を示している。なお, DIX 1 について言えば, 図示していないが $E/p_0=3$ のとき最も小さく, $E/p_0=4$ では図 12 のようにほぼ DS1I と同じ値になり, $E/p_0=6$ では DS1I より大きくなる。一方, 図 12 の消滅最大を示す r の位置が, DS 11 と DS1I では $r \approx 0.4$ と管内側へより, DA 10 と DIX 1 は $r \approx 0.6$ と管内側へよっていることは, 図 10 に見るように励起原子 X_1 に基づく電子発生最大が $r \approx 0.4$ にあるのに対応し, 後

図 11 準安定原子の発生量の径方向特性

Fig. 11. Radial distributions of the generated metastable atoms.

図 12 準安定原子の消滅量の径方向特性

Fig. 12. Radial distributions of disappeared metastable atoms.

者は管壁に近いところでの消滅の支配を意味し、励起原子の発生が $r \approx 0.5$ を最大に $r > 0.5$ のところでも相当数あることに対応している。

6. む す び

本論文の成果は次のとおりである。

(1) 図 1 のような計算手順で、スオームパラメータや放電パラメータをお互いに関連のある量として統

一的に計算した。この過程で、電子エネルギー分布はボルツマン方程式を解いて非マクスウェルで取扱ひ、更に拡散方程式を解いて、従来の径方向零次ベッセル関数近似の仮定を除去している。また計算結果の良否を検討するために

(a) スオームパラメータの検証には電子エネルギー分布の実測

(b) 放電パラメータの検証には $E/p_0 - I/R$ 特性(静特性)の実測

を行ない、実測値と理論値の比較を行なった。なお、

(b) 項の理論値としては、単位 2, 2' を考慮した解析を行ない実測値との一致を改善している。

(2) 放電パラメータで電子の発生・消滅について検討を加え、径方特性を明らかにした。

(3) 準安定励起原子の発生・消滅機構を明らかにすることができた。すなわち、共鳴放射閉じ込めからの放射消滅が最も大きく、拡散による消滅が最も少ない。

(4) 各種放電機構の支配的となる場所が同時にわかり、放電管内陽光柱の様子が統一的に知れることになる。

終りに計算に協力いただいた本学学生、今泉幸喜君に感謝いたします。

(昭和 60 年 4 月 24 日受付)

文 献

- (1) W. Schottky: "Diffusions theorie der positiven Säule", *Phys. Zeits.*, **25**, 635 (1924)
- (2) L. Tonks & I. Langmuir: "A General Theory of the Plasma of an Arc", *Phys. Rev.*, **34**, 876 (1929)
- (3) 例えば、放電ハンドブック, p. 113 (昭 49)
- (4) 土手・市川: 「低ガス圧円筒陽光柱における電子温度の統一理論」, 電学論 A, **99**, 161 (昭 54-4)
- (5) 土手・市川・清水: 「準安定原子の電離を考慮した陽光柱の電子温度理論」, 電学論 A, **99**, 369 (昭 54-8)
- (6) K. Mašek & T. Růžička: "Low-Current Helium Discharge at Low Pressure", *Czech. J. Phys.*, **B 21**, 43 (1971)
- (7) F. Dothan & Yu. M. Kagan: "Composition of the positive Column of a helium glow discharge at intermediate pressures", *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **12**, 2155 (1979)
- (8) 畑中・前田・宗像・西辻: 「粒子数平衡式を用いたネオングロー放電陽光柱の解析」, 電学論 A, **101**, 211 (昭 56-4)
- (9) 坂口・畑中・瀬戸・西辻: 「拡散方程式によるネオングロー放電陽光柱の静特性の解析」, 電学論 A, **103**, 405 (昭 58-8)
- (10) 畑中・小林・西辻: 「ネオングロー放電陽光柱解析のための電子衝突断面積と輸送係数について」, 電学論 A, **100**, 309 (1980)
- (11) 瀬戸・西辻・坂口: 「グロー放電陽光柱における電子エネルギー分布について」, 電学論 A, **103**, 1 (1983)
- (12) B. E. Cherrington: "Modeling of Low-Pressure Gas Discharges", *IEEE. Trans. Electron Devices*, **ED-26**, 148 (1979)
- (13) 山本・長谷部: 電子管工学 III, p. 43 (昭 40)