UDC 621.3.013.5: 621.318.042:

論文

61-A6

鉄心材料の B - H 特性と漏れ磁束

正員 石田 忠雄 (山形大)

正員 上之園 親佐 (京都大)

1. 緒 言

交流励磁による鉄心回路の漏れ磁束に関連して、古くは Roters 氏⁽¹⁾がギャップを有する磁気回路における磁束の取扱い、あるいは鉄心棒形状に関係する漏れパーミアンスの算定法などを明らかにした。

また最近では、中田氏ら⁽²⁾⁻⁽⁴⁾は変圧器の鉄心を通る磁束に関して、実測結果と共に有限要素法による詳細な解析を行なった。更に、中村氏ら⁽⁵⁾は表面磁荷法を用いて変圧器の漏れ磁界分布の計算を試み、斉藤氏ら⁽⁶⁾は変圧器タンクの磁束分布と電流損の関係について測定結果と計算法を示した。

磁気回路における漏れ磁束は、これを大別して二つに分けることができる。その一つは、鉄心棒を全く通らずに空間だけで励磁コイルと鎖交する漏れ磁束であり、他の一つは磁束の磁路として、一部は鉄心棒を通り残りは空間を通る漏れ磁束である。しかも、後者の漏れ磁束は励磁電流に対してある程度位相が遅れるばかりか、鉄心棒形状によってはかなり大きく、この漏れ磁束が変わる。

交流励磁による鉄心の B - H 特性はこれまで多くの人々により研究され、良く知られているが、 B - H 特性に基づく普通透磁率の周波数特性と鉄心棒からの漏れ磁束の関係を明らかにした論文は少ない。

そこで、環状鉄心を供試品として交流励磁による環状鉄心の B - H 特性、その周波数特性、更にひずみ波励磁電流による B - H 特性の補正法などを明らかにして、当該鉄心の透磁率と漏れ磁束の関係、鉄心磁気回路の各区間に分布している磁束の大きさと位相差の関係、鉄心棒を通る磁束とその漏れ磁束の関係などを実

験と解析とから明らかにした。また、これらの実験と解析結果から、鉄心材料の普通透磁率として複素普通透磁率を用いるべきこと、鉄心を通る磁束、漏れ磁束、鉄心の磁気抵抗などは複素数で表わすべきことを明らかにした。

2. B - H 特性と漏れ磁束

〈2・1〉 隣接した鉄心区間を通る磁束相互間の位相差

図1で示すように、鉄心軸のある点 i を通る磁束は、交流励磁のため励磁電流に対して遅れ角 θ_i をとって ϕ_i で表わされる。同一鉄心軸で、この点から Δx だけ離れた点 $i+1$ における磁束は、漏れ磁束があると遅れ角 θ_{i+1} をもつ ϕ_{i+1} となり、前者と異なる値で示される。従って、鉄心の Δx 区間における漏れ磁束 $\Delta\phi$ は

$$\Delta\phi = \phi_i - \phi_{i+1} \dots \dots \dots (1)$$

で与えられる。しかし、一般には簡単のため漏れ磁束を次式のように

$$\Delta\phi = \phi_i - \phi_{i+1} \dots \dots \dots (2)$$

スカラー量として取扱っている。このように交流励磁による鉄心磁気回路では、励磁電流と磁束の間に程度の差はあるが位相差が存在する。

いま、磁界の強さ $\vec{H} = H$ として H を基準ベクトルにとると、磁束密度 B は(3)式で与えられる。

$$\vec{B} = B(\cos \theta' - j \sin \theta') \dots \dots \dots (3)$$

ただし、 θ' は励磁電流がひずみ波のときこれを等価正弦波電流に置換した場合の H に対する B の位相差(遅れ角)である。従って、普通透磁率は次式のように

図1 小区間鉄心からの漏れ磁束

Fig. 1. Leakage flux from a small section of iron core.

Relation with B - H Characteristics on Iron Core Circuits and their Leakage Flux. By Tadao Ishida, Member (Faculty of Engineering, Yamagata University) & Chikasa Uenosono, Member (Emeritus Professor, Kyoto University)

石田忠雄: 正員, 山形大学工学部電気工学科

上之園親佐: 正員, 京都大学名誉教授

(a) 励磁コイルを有する三脚鉄心
(a) Three legs-iron core winding with exciting coil.
(b) 三脚鉄心の等価磁気回路
(b) Equivalent magnetic circuit of three legs-iron core.

図 2

Fig. 2.

複素普通透磁率 μ で示される。

$$\mu = \frac{B(\cos \theta' - j \sin \theta')}{H} \quad (4)$$

ここで、鉄心のある区間 (長さ l , 断面積 S) の磁気抵抗を考えると、これも (5) 式で示すように複素磁気抵抗 Z_i になる。

$$Z_i = \frac{l}{\mu S} = \frac{lH(\cos \theta' + j \sin \theta')}{SB} \\ = a + jb \quad (5)$$

ただし、 $a > 0$, $b > 0$

ところで図 2 (a) に示すように、中脚に励磁コイルを巻いた三脚鉄心において、中脚の YQ で三脚鉄心を切断して考えると、対称な 2 個の鉄心枠に分離できる。簡単のため、起磁力を 1 点に集中しておく、この三脚鉄心の等価磁気回路は同図 (b) のような二脚鉄心で表わされる。ここで、

Z_0, Z_1, Z_2, Z_3 : 鉄心各区間の複素磁気抵抗

R_1', R_2' : 鉄心の X と U, W と V 間の空間に対応する漏れ磁気抵抗を表すもので、 $R_1' = R_2'$ である。

ϕ_1 : 起磁力 $F (=F)$ により $Y \rightarrow X \rightarrow R_1' \rightarrow U \rightarrow Q \rightarrow P \rightarrow Y$ を通る磁束であり、 R_1' に関して漏れ磁束になる。

ϕ_2 : 起磁力 F により $Y \rightarrow X \rightarrow W \rightarrow R_2' \rightarrow V \rightarrow U \rightarrow Q \rightarrow P \rightarrow Y$ を通る磁束であり、 R_2' に関して漏れ磁束である。

ϕ_3 : 起磁力 F により $Y \rightarrow X \rightarrow W \rightarrow T \rightarrow S \rightarrow V \rightarrow U \rightarrow Q \rightarrow P \rightarrow Y$ の鉄心枠だけを通る磁束である。

と定めると、図 2 (a) の等価磁気回路は同図 (b) で示

される。ところが、鉄心の複素磁気抵抗の大きさは、 R_1', R_2' に比べて極めて小さいので、

$$|\phi_3| \gg |\phi_2|, |\phi_1| \quad (6)$$

である。更に、 ϕ_2 は ϕ_1 に比べて $2Z_2$ という鉄心の複素磁気抵抗が余分に入る、

$$|\phi_1| > |\phi_2| \quad (7)$$

となり、結局 (8) 式の関係が成り立つ。

$$|\phi_3| \gg |\phi_1| > |\phi_2| \quad (8)$$

一方、 ϕ_3 の F に対する位相差は、鉄心の複素磁気抵抗 ($Z_0 + 2Z_1 + 2Z_2 + Z_3$) で定まるが、簡単のためこれを $(a_3 + jb_3)$ で表わす。また、 ϕ_2 の F に対する位相差は鉄心の複素磁気抵抗と漏れ磁気抵抗の和 ($Z_0 + 2Z_1 + 2Z_2 + R_2'$) で定まるが、同様にこれを $(a_2 + jb_2)$ とおく。 R_2' は鉄心の複素磁気抵抗の実数部に比べて大きいので、

$$a_2 \gg a_3 \quad (9)$$

となり、反対に b_3 は b_2 に比べて Z_3 の実数部だけ大きいので、

$$b_2 < b_3 \quad (10)$$

となる。更に、 ϕ_1 の F に対する位相差は ($Z_0 + 2Z_1 + R_1'$) で定まるので、これを $(a_1 + jb_1)$ とおく。ところで、 $R_1' = R_2'$ であり、これらは Z_0, Z_1, Z_2 の実数部に比べて大きいので、

$$a_1 \approx a_2 \quad (11)$$

となる。また、 b_2 は b_1 に比べて $2Z_2$ の虚数部だけ大きいので、

$$b_1 < b_2 \quad (12)$$

になる。

ここで、 ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 の F に対する位相差をそれぞれ $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ とすると、これらは次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \theta_1 &= \tan^{-1} \frac{b_1}{a_1} \\ \theta_2 &= \tan^{-1} \frac{b_2}{a_2} \\ \theta_3 &= \tan^{-1} \frac{b_3}{a_3} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

(9)~(13) 式より次の (14) 式を経て $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ に関して (15) 式の関係を得る。

$$\left. \begin{aligned} a_1 &\approx a_2 \gg a_3 \\ b_1 &< b_2 < b_3 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\theta_1 < \theta_2 \ll \theta_3 \quad (15)$$

すなわち、 F に対して ϕ_1 は少しばかり遅れ位相になり、 ϕ_2 は ϕ_1 に比べて遅れ位相で小さい。更に、 ϕ_3 は ϕ_2 より大幅に遅れた位相で、しかもかなり大きい。以上の関係をもとにして、起磁力と磁束に関する

図 3 鉄心を通る磁束と漏れ磁束に関するベクトル図

Fig. 3. Vector diagram on magnetic flux distributed in iron core and on corresponding leakage flux.

ベクトル図を描いたのが図3である。ただし、同図では図2(a),(b)に対応して

$$\begin{cases} \Phi_{WT} = \Phi_3 \\ \Phi_{XW} = \Phi_2 + \Phi_3 \\ \Phi_{YX} = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 \end{cases}$$

である。

図3で示す磁束相互の関係を表わす一例として三脚鉄心における実測値を示す。これは純鉄くりぬき鉄心を用いた三脚鉄心の中脚に励磁コイルを巻付けたもので、励磁コイルから見ると鉄心枠形状は上下対称、左右対称である。ここで、純鉄ブロック状鉄心としたのは、工作に簡単うえ純鉄の透磁率が割に低いので漏れ磁束が大きいこと、透磁率の周波数特性が顕著に現われることなど漏れ磁束の諸特性を明らかにするには便利なためである。

供試三脚鉄心の形状、構造および寸法を図4に示す。励磁コイルは同図が示すように鉄心の中脚に取付けてあり、直径 0.9 mm のポリエステル銅線を用い、その巻数 $N=560$ (28 巻×20 層) である。

磁気回路の鉄心を通る磁束はさぐりコイルと増幅器

付積分器で測定した。磁束は積分器の出力電圧に時定数を乗ずることにより求められる。なお、励磁コイルに対しては交流電源に RC 発振器と電力増幅器を接続して周波数 50~500 Hz の交流電流が供給される。

鉄心を通る磁束の測定は、例えば励磁コイルを取付けた中心の P 点にさぐりコイルを巻付けて行ない、 P 点から T 点までの約 20 箇所の磁束を測定した。純鉄くりぬき三脚鉄心各点における磁束の測定結果を図5(a)に、励磁電流に対するそれらの磁束の位相差は同図(b)にこれを示した。同図で横軸には P 点から始まり測定した鉄心上の位置をとり、基点は図4の y_1 軸と x_1 軸との交点である Q 点にとった。また、 R 点は x_1 軸で励磁コイルの外縁にあたる点であり、 S 点を経て P 点から最も遠い鉄心 y_2 軸の中央の T 点に至る。この三脚鉄心は起磁力から見て左右対称・上下対称で、中脚を除いて鉄心各軸の断面積が等しい(ただし、鉄心 y_1 軸については断面積の半分に相当する磁束をとる)ので、 $P \rightarrow Q \rightarrow R \rightarrow S \rightarrow T$ 間の磁束だけを測定した。なお、各周波数に対する励磁電流は、いずれの場合も $I_{ex.m}=0.97$ A (波高値) である。代表的な例として、図5(a),(b)で示す周波数 50 Hz に対する磁束について述べる。

(a)図で鉄心磁気回路における最大の磁束は P 点に現われ、大きさは図中で $\overline{PA}$ で示され、また最小の磁束は T 点に生じて大きさは同様に $\overline{TD}$ で示される。従って、 A 点より水平線 $\overline{AB}$ を引くと、磁束を表わす曲線 ACD と $\overline{AB}$ との間の垂線は、鉄心上の各点において最大の磁束に対する漏れ磁束(スカラー差)を表わす。いま、励磁電流が一定で、その周波数が高くなるとそれにつれて鉄心の透磁率が低下するので、高い周波数の磁束は小さくなる。また、(b)図

図 4 純鉄くりぬき三脚鉄心

Fig. 4. Three legs-iron core made of cutting through iron plate.

(a) 三脚鉄心の鉄心を通る磁束
(a) Magnitude of magnetic flux distributed in each small section of three legs-iron core.

(b) 三脚鉄心における鉄心を通る磁束の励磁電流に対する位相差
(b) Phase difference between exciting current and magnetic flux distributed in each small section of three legs-iron core.

図 5
Fig. 5.

より鉄心上の測定位置が $P \rightarrow Q \rightarrow R \rightarrow S \rightarrow T$ と励磁コイルの中央点より離れるに従い、磁束の位相差 α は 35 度から 76 度と大きくなり、鉄心に対して鉄損を供給する電流成分の割合が増える場合と同様になる。更に周波数が高くなると位相差の増加の割合も増える。ここで、(a) 図の $P \rightarrow Q \rightarrow R \rightarrow S \rightarrow T$ における磁束と、(b) 図の同じ範囲にわたる磁束の位相差は、図 3 の $\phi_{YX} \rightarrow \phi_{XW} \rightarrow \phi_{WT}$ とそれぞれの位相差に対応するものである。

(2.2) 磁束の漏れ割合の周波数特性 図 6 は磁

図 6 漏れ磁束がある場合の等価磁気回路
Fig. 6. Equivalent magnetic circuit when magnetic circuit is recognized the existence of leakage flux.

気回路の鉄心を小区間に分割して考えた場合の複素磁気抵抗と、これらの小区間に関係する空間における漏れ磁気抵抗を表わす。ここで、

$\dot{Z}_1$: 鉄心小区間 AB の複素磁気抵抗

$\dot{Z}_2$: 鉄心小区間 BD または CA の複素磁気抵抗

ϕ_1 : 鉄心 AB 区間を通る磁束

ϕ_2 : 鉄心 BD または CA 区間を通る磁束

R_1' : 鉄心 AB 区間に関係する空間の漏れ磁気抵抗

R_2' : 鉄心 BD または CA 区間に関係する空間の漏れ磁気抵抗

ϕ_1' : R_1' を通る漏れ磁束

ϕ_2' : R_2' を通る漏れ磁束

とすると、

$$\phi_1' = \phi_2 \frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_1 + R_1'} \approx \phi_2 \frac{\dot{Z}_1}{R_1'} \dots\dots\dots (16)$$

ただし、 $|\dot{Z}_1| \ll R_1'$

$$\frac{\phi_1'}{\phi_2} \approx \frac{\dot{Z}_1}{R_1'} \dots\dots\dots (17)$$

ここで、 R_1' は μ_0 と空間における等価磁路長、等価断面積に関係するが、周波数には無関係である。

また、磁束密度が未飽和領域にある場合の鉄心 AB 区間について、

$\mu_1(f_1)$: f_1 Hz の磁束に対する鉄心の複素透磁率

$\mu_1(f_2)$: f_2 Hz の磁束に対する鉄心の複素透磁率

$\dot{Z}_1(f_1)$: f_1 Hz の磁束に対する鉄心の複素磁気抵抗

$\dot{Z}_1(f_2)$: f_2 Hz の磁束に対する鉄心の複素磁気抵抗

とすると、複素透磁率のため鉄心の磁気抵抗は次のように複素数で示される。

$$\dot{Z}_1 = \frac{l_1}{\mu_1 S_1} \dots\dots\dots (18)$$

前述のように、鉄心の磁束密度は未飽和領域にあるから、 $f_1 < f_2$ であると

$$|\dot{\mu}_1(f_1)| > |\dot{\mu}_1(f_2)| \dots\dots\dots (19)$$

であり、

$$|\dot{Z}_1(f_1)| < |\dot{Z}_1(f_2)| \dots\dots\dots (20)$$

となる。従って、(17), (20)式から次式の関係が成り立つ。

$$\left[f_1 \text{ Hz に対する } \left| \frac{\phi_1'}{\phi_2} \right| \right] < \left[f_2 \text{ Hz に対する } \left| \frac{\phi_1'}{\phi_2} \right| \right] \dots\dots\dots (21)$$

上式から、周波数が高くなると一般に磁束の漏れ割合が増えることがわかる。続いて鉄心の次の小区間を考えると、磁束の漏れ割合は次式で与えられる。

$$\frac{\phi_2'}{\phi_3} = \frac{2\dot{Z}_2 + \frac{R_1' \dot{Z}_1}{R_1' + \dot{Z}_1}}{2\dot{Z}_2 + \frac{R_1' \dot{Z}_1}{R_1' + \dot{Z}_1} + R_2'} \dots\dots\dots (22)$$

$$\frac{\phi_2'}{\phi_3} \approx \frac{2\dot{Z}_2 + \dot{Z}_1}{2\dot{Z}_2 + \dot{Z}_1 + R_2'} \dots\dots\dots (23)$$

(23)式中の $(2\dot{Z}_2 + \dot{Z}_1)$ は(16)式の $\dot{Z}_1$ に対応するもので、いずれも対象とする鉄心区間の複素磁気抵抗である。

ここで、一例として純鉄くりぬき三脚鉄心の磁束(図5(a)参照)に関して、鉄心を通る磁束に対する漏れ割合 K_p を(24)式を用いて求める。

$$K_p = \frac{(P \text{ 点における磁束}) - (T \text{ 点における磁束})}{P \text{ 点における磁束}} \dots\dots\dots (24)$$

供試鉄心の各周波数に対する磁束の漏れ割合をまとめたのが表1である。次に、励磁電流に対する磁束の位相差について考える。磁束の位相差が最小になるのは図4のP点、最大になるのはT点である(図5(b)参照)。いま、P点における磁束の位相差でT点とP点とのそれぞれの磁束の位相差の差を除いた値を、(26)式で示すように K_α とすると、 K_α は磁気回路全体における磁束の位相差の増加の割合を示す。

$$K_\alpha = \frac{(T \text{ 点の位相差}) - (P \text{ 点の位相差})}{P \text{ 点の位相差}} \dots\dots\dots (25)$$

(25)式を図5(b)の曲線に適用した結果をまとめたのが表2である。

以上の測定結果から、各周波数に対する励磁電流を一定値にした場合、周波数が高くなるほど磁気回路全体の磁束の漏れ割合が増えること、また磁束の励磁電流に対する位相差の変化の割合も増加することがわかる。

〈2.3〉鉄心を通る磁束の位相差と漏れ磁束の位相差 前掲の図2(b)の等価磁気回路と図3のベクトル図が示すように、鉄心棒

表1 磁束の漏れ割合 K_p

Table 1. K_p , ratio of leakage flux to magnetic flux distributed in iron core.

周波数 (Hz)	P点における磁束 ϕ_P ($\times 10^{-6}$ Wb)	T点における磁束 ϕ_T ($\times 10^{-6}$ Wb)	K_p (%)
50	31.8	12.0	62
150	22.3	6.0	73
300	16.9	3.2	81
500	14.1	1.8	87
1,000	11.4	0.6	95

励磁電流 $I_{e, m} = 0.97 \text{ A}$

表2 磁束の位相差の変化の割合 K_α

Table 2. K_α , ratio of variation in phase differences to basic phase difference between magnetic flux and exciting current.

周波数 (Hz)	T点における位相差 α_T (度)	P点における位相差 α_P (度)	$\alpha_T - \alpha_P$ (度)	K_α (%)
50	77	35	42	120
150	98	41	57	139
300	118	43	75	174
500	129	45	84	187
1,000	145	47	98	209

励磁電流 $I_{e, m} = 0.97 \text{ A}$

だけを通る磁束 ϕ_3 に比べて一部は鉄心を、残りは空間を通る漏れ磁束 ϕ_2, ϕ_1 はその値が小さいばかりでなく、励磁電流に対する位相差も小さい。

ここで図7に示すように、アクリル板にさぐりコイルを巻付け、アクリル板を図4の三脚鉄心の鉄心 x_1 軸と x_2 軸の間をまたぐように垂直に設置して、対象とする空間の漏れ磁束 ϕ' とその位相差 α' を実測した。一方、アクリル板の置かれた鉄心小区間に直接巻付けたさぐりコイルにより、鉄心を通る磁束 ϕ

図7 漏れ磁束測定用さぐりコイル

Fig. 7. Search coil to measure leakage flux.

図 8 純鉄くりぬき3脚鉄心の鉄心を通る磁束と漏れ磁束

Fig. 8. Both magnitude and phase difference of magnetic flux distributed in each small section of three legs-iron core made of cutting through iron plate and those of corresponding leakage flux.

とその位相差 α を測定した。

図4の純鉄くりぬき3脚鉄心における鉄心を通る磁束ならびに漏れ磁束の大きさと位相差について、周波数 50 Hz に対して図8(a)に、周波数 500 Hz に対して同図(b)に示す。鉄心を通る磁束に比べて漏れ磁束の大きさは、周波数 50 Hz に対して (1/10~1/40) 程度、周波数 500 Hz に対して約 1/10 と小さい。同時に、鉄心を通る磁束に対する漏れ磁束の占める割合は周波数が高いほど大きいことが(a)、(b)図からわかる。更に、漏れ磁束の位相差と鉄心を通る磁束のそれとの間にはかなりの差があり、周波数 50 Hz に対して前者は後者の約 1/3、周波数 500 Hz に対して約 1/2 である。

図 9 ケイ素鋼板打ち抜き積層3脚鉄心の鉄心を通る磁束と漏れ磁束

Fig. 9. Both magnitude and phase difference of magnetic flux distributed in each small section of three legs-laminated cores which are constructed by silicon steel plate and those of corresponding leakage flux.

以上の測定結果から、鉄心を通る磁束に対して漏れ磁束をスカラー的に加算すると、誤差が問題になる場合も考えられる。

次に、ケイ素鋼板積層3脚鉄心について、鉄心を通る磁束と漏れ磁束との大きさ、励磁電流に対する位相

差を周波数 50 Hz, 500 Hz に対して測定した結果を図 9 (a), (b) に示す。ただし、純鉄三脚鉄心の中脚鉄心の断面積 $S_1=1.0 \times 0.5 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ であるが、ケイ素鋼板積層三脚鉄心の中脚の断面積 $S_1=0.5 \times 0.5 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ である。ケイ素鋼板積層三脚鉄心の漏れ磁束は、純鉄三脚鉄心に比べてかなり小さく、そのうえ位相差も目立って小さい。また、純鉄三脚鉄心の場合と同様、漏れ磁束の位相差と鉄心を通る磁束の位相差の間には相当な違いがある。

3. 結 論

(1) 交流励磁による鉄心の $B-H$ 特性から普通透磁率として複素普通透磁率を用いる必要があること、そのため鉄心の磁気抵抗は複素磁気抵抗になり、更に鉄心を通る磁束、漏れ磁束なども複素数で表わされる。

(2) 漏れ磁束があると、隣合う鉄心区間を通る磁束の大きさに違いがあるばかりか、それぞれの位相差の間にも相違が認められる。

(3) 起磁力源に近い鉄心区間を通る磁束は励磁電流に対して少し遅れた位相になり、起磁力源から遠く

離れるに従い、次第にその位相は遅れる。

(4) 鉄心の磁束密度が未飽和領域にある場合、鉄心を通る磁束の漏れ割合は周波数が高くなるほど増加する。

(5) 鉄心を通る磁束の励磁電流に対する位相差と漏れ磁束のそれとはかなりの差があるので、両磁束の和はベクトル和として求めるほうがよい。

最後に、実験に協力いただいた研究室の各位に対しまして心から感謝いたします。

(昭和 60 年 5 月 7 日受付)

文 献

- (1) H. C Roters: Electromagnetic devices (1961)
- (2) 中田・石原・中野: 「三相内鉄形三重構造変圧器の磁気特性の解析」, 電学誌, 91, 877 (昭 46-5)
- (3) 中田・河瀬: 「積層鉄心接合部の磁気特性の解析」, 電学論 B, 102, 57 (昭 57-2)
- (4) 中田・河瀬: 「有限要素法による積層鉄心接合部の磁界解析」, 同上 B, 103, 357 (昭 58-5)
- (5) 中村・野村・岩本: 「変圧器漏れ磁界の 3 次元解析」, 同上 B, 96, 443 (昭 51-9)
- (6) 斎藤・乾: 「変圧器タンクの磁界分布とわず電流損」, 同上 B, 96, 465 (昭 51-9)