長時間 $V-t$ 特性が指数則に従うときの最適 $V-t$ 試験法

正員 広瀬 英雄 (高岳製作所)

長時間 $V-t$ 特性が逆 n 乗則 (以下 PL) に従うとき, $\text{var} \{ \tau_x(V_x) \}$ を最小にする意味における最適 $V-t$ 試験法, 準最適試験法は, 従来の $V-t$ 試験法に比べ試験数が半数に削減できる場合があるように, 極めて効果的である⁽¹⁾。ここに, $\tau_x(V_x)$ は使用電圧 V_x 下での $x\%$ 破壊時間 (100 個の試料中, x 個が破壊する時間), $\text{var}(\cdot)$ は分散を表す。 $V-t$ 特性が PL に従うときの破壊時間の確率分布関数 $F(t)$ は, $V-t$ 特性とワイブル分布とを組み合わせれば,

$$F(t) = 1 - \exp \{ -(kV^n t)^\beta \} \quad \dots\dots\dots (1)$$

と表せる⁽²⁾。ここに, V は課電電圧, t は破壊時間, β, n, k は定数である。 $V-t$ 特性が指数則 (以下 EL) に従うときも, 一定電圧ストレスの下では, 寿命はワイブル分布に従うことを仮定すれば, PL とワイブル分布を組み合わせたように, EL とワイブル分布とを組み合わせることができる。このとき, 破壊時間の確率分布関数 $G(t)$ は,

$$G(t) = 1 - \exp \{ -[k \{ \exp(hV) \} t]^\beta \} \quad \dots\dots\dots (2)$$

と表わせる。ここに, V, t は先と同様の意味であり, β, h, k は定数である。そこで, PL の下での最適試験法が極めて効果的であったことから, EL の下でも最適試験法についてもこのことを調査してみることは有用であると考えられる。

さて, (1), (2) 式から, EL の下での最適・準最適試験法は, PL での $\log V$ を EL では V と置き換えれば, PL の手法と全く同じになると思われる。このことを以下に示す。

(証明)

τ_x, T, β は, PL, EL ともに同じとする。 $\beta, n(h), k$ を $\theta_a (a=1 \sim 3)$ と書き直せば, $\text{var}(\tau_x)$ は,

$$\text{var}(\tau_x) = \sum_{a=1}^3 \sum_{b=1}^3 \left(\frac{\partial \tau_x}{\partial \theta_a} \right) \left(\frac{\partial \tau_x}{\partial \theta_b} \right) v_{ab} \quad \dots\dots\dots (3)$$

で与えられる⁽¹⁾。ここに, (v_{ab}) は θ_a の分散共分散行列, 行列 (z_{ab}) の逆行列より求められる。 z_{ab} は,

$$z_{ab} = -E \left(\frac{\partial^2 \log L}{\partial \theta_a \partial \theta_b} \right) \quad \dots\dots\dots (4)$$

で, 尤度関数 L は,

$$L \propto \prod_i \{ f(t_i; V_i) \}^\delta \{ 1 - F(T; V_i) \}^{1-\delta} N_i \quad \dots\dots\dots (5)$$

で与えられ, $f = dF/dt$, N_i はレベルでの試料数, $\delta = 1 (t \leq T)$, $\delta = 0 (t > T)$ である。

さて, まず PL について, $\partial \tau_x / \partial \theta_a$, $\partial^2 q / \partial \theta_a \partial \theta_b$ ($q = f, 1 - F$) を計算してみると,

$$\tau_x = \exp \left[\frac{1}{\beta} \log \log \left(\frac{1}{1-x/100} \right) - \log z_0 \right] \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$z_0 = k V^n \quad \dots\dots\dots (7)$$

であるから,

$$\partial \tau_x / \partial \beta = \tau_x \cdot \left\{ -\frac{1}{\beta^2} \log \log \left(\frac{1}{1-x/100} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\partial \tau_x / \partial n = \tau_x \cdot (-\log V) \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\partial \tau_x / \partial k = \tau_x \cdot (-1/k) \quad \dots\dots\dots (10)$$

また,

$$\partial^2 q / \partial \beta^2 = -1/\beta^2 - (\log z)^\beta z^\beta \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\partial^2 q / \partial n \partial \beta = \log V \{ \delta - z^\beta (1 + \beta \log z) \} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\partial^2 q / \partial k \partial \beta = (1/k) \{ \delta - z^\beta (1 + \beta \log z) \} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\partial^2 q / \partial n^2 = -(\beta \log V)^2 z^\beta \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\partial^2 q / \partial k \partial n = -(\beta^2/k) (\log V) z^\beta \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\partial^2 q / \partial k^2 = -(\beta/k^2) \{ \delta - z^\beta (1 - \beta) \} \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$\left. \begin{aligned} z &= z_0 t, & q &= f, & \delta &= 1 & (t \leq T) \\ z &= z_0 T, & q &= 1 - F, & \delta &= 0 & (t > T) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (17)$$

次に, EL について同様の計算を行うと, $F, f \Rightarrow G, g = dG/dt, n \Rightarrow h, \log V \Rightarrow V$ と置き換えるだけで (8)~(17) 式は全く同じとなり, 従って, (3) 式は同じ, τ_x, T, β に対して PL, EL ともに同じ値となる。

このことは, (2) 式で $\exp(hV)$ を $(\exp V)^h$ と書き換えれば, 自然に結論づけられる。(証明終り)

(昭和 61 年 9 月 30 日受付)

文 献

- (1) 広瀬:「長時間 $V-t$ (電圧-寿命) 特性が逆 n 乗則 $t = KV^{-n}$ に従うときの最適 $V-t$ 試験法」電学論 A, 106, 10 (昭 61-10)
- (2) 広瀬:「長時間 $V-t$ 特性における最適数学モデル選定と寿命推定の統計的方法」電学論 A, (投稿中)

Optimum Long-term $V-t$ Test Method When $V-t$ Characteristics Follows The Exponential Law. By Hideo Hirose, Member (Research Laboratory, Takaoka Electric Mfg. Co., Ltd.).
広瀬英雄: 正員, (株)高岳製作所研究所