電気トリーの分岐構造とホートンの法則

正 員 工 藤 勝 利 (明治大)

一般に、電気トリーの形状は樹枝状構造をとることが多い。このような樹枝状構造は、何も電気トリーに限って見られるのではなく、自然界ではよく観察される。樹枝状構造の生じる最もよい例としては、河川の分岐や樹木の分岐などが挙げられる。Horton と Strahler は川の分岐の形状を統計的に調べて法則としてまとめた⁽¹⁾⁽²⁾。これはホートンの法則と呼ばれており、この法則は河川以外の樹木の分岐やガラスの割れめなどの分岐構造にも成り立つことがわかっている⁽³⁾。今回、インパルスを加えたときの電気トリーの分岐構造においても、分岐の本数に関するホートンの第一法則が成り立つことがわかったので報告する。

試料としては、PMMA 樹脂を用い、寸法は 15mm × 20mm で厚さ 10mm とした。電極系は針対平板電極とし、電極間のギャップ長は 10mm とした。針電極としては先端曲率半径 3μm のオグラ針を用いた。針電極の挿入は、試料を 160°C で 30 分間加熱後に行った。用いた電圧波形は正、負の標準波インパルス電圧 (1×40μs) であり、1 回のみ試料に電圧を印加した。実験はすべて室温中で行った。電気トリーの観察は光学顕微鏡で行い、電気トリーの分岐構造をできる限り正確にスケッチした。分岐の本数に関するホートンの第一法則においては、Horton-Strahler の方式によって一般に次数化がなされている。すなわち、分岐を持たない先端を 1 次、1 次と 1 次が合流したものを 2 次、2 次と 2 次が合流したものを 3 次、以下順次このように次数化を行う。つまり、同じ次数のものが合流することによって次数が 1 つ高くなり、異なる次数が合流する場合は、その中の高い方の次数をとるものとする。最高次の枝の次数を x とすると、ある次数 (u) の枝の数 (N_u) とその次数との間には、次の関係が成立する⁽¹⁾⁽²⁾。

$$N_u = R_b^{x-u} \dots \dots \dots (1)$$

(1) 式から横軸に次数をとり、縦軸に枝の本数の対数をとると、両者の間には直線関係が成り立つ。式中の R_b は分岐比と呼ばれているものである。

図 1 は、正のインパルス 120kV を印加したときの電気トリーのスケッチの例である。Horton-Strahler の方式に従って電気トリーの次数化を行うと、この場合、5 次まで次数化できる。図 2 は正、負のインパ

図 1 電気トリーの代表的なスケッチ例

Fig. 1. Sketch of typical electrical tree.

図 2 分岐の数と次数の関係

Fig. 2. Relation between the number of branches and branching order.

スを印加したときに得られた電気トリーの分岐に関して、(1) 式を適用したものである。電気トリーの枝の数と次数の間には、比較的よい直線関係が得られる。インパルス電圧を印加したときの電気トリーの分岐構造に関しては、ホートンの第一法則が比較的良好に成り立つことが明らかになった。また、正、負インパルスによらず、電気トリーの分岐構造にホートンの法則が成り立つことも明らかになった。

文 献

Branching Structure of Electrical Tree and Horton's Law. By Katsutosi Kudo, Member (Faculty of Engineering, Meiji University).

工藤勝利：正員，明治大学工学部電気工学科

- (1) R.E. Horton: *Bull. Geol. Soc. Am.*, **56**, 275 (1945)
- (2) A.N. Strahler: *Ibid.*, **63**, 1117 (1952)
- (3) 高木：「かたち探求」，219 ダイヤモンド社 (昭 53)