UDC 533.9.03:537.523.2
546.293

論文

48-A 29

大気圧 Ar 誘導プラズマトーチの着火機構

九州大学 野 本 幸 治

九州大学 赤 崎 正 則

1. ま え が き

大気圧高周波誘導プラズマトーチは、無電極であるため不純物の少ないプラズマを得ることができること、また大きい体積の高温低速のプラズマを長時間安定に維持することが可能であることにより、高温工学の分野、特に高温化学反応工学において広範な応用が期待されている。誘導プラズマトーチの定常的な特性についての実験的、理論的研究は、Reed 氏⁽¹⁾の研究以来多数報告されており、トーチの温度分布、エネルギー効率などの特性と高周波発振器およびトーチ発生管のパラメータとの関係が明らかにされつつある。⁽²⁾⁽³⁾

他方、プラズマトーチの着火、消滅に関する研究は、放電物理の観点からだけでなくトーチの設計の観点からも重要であるにもかかわらず、トーチの消滅の際のプラズマ周辺部の方位方向の最低維持電界に関する実験的研究が二、三報告されているに過ぎず、⁽⁴⁾⁽⁵⁾ 特にトーチの着火機構については未知の事がらが多い。

そこで、本論文ではアルゴンプラズマトーチの着火方法として広く利用されている接地炭素棒方式による着火の際の放電機構、特に前駆放電⁽⁶⁾から無電極プラズマトーチ（以後、主放電と呼ぶ）への移行過程について、局所的熱平衡がほぼ成立した定常的なリング状放電柱モデルを提案し、この放電柱に対してエネルギーつり合いの観点から基礎的な理論だてを行ない、トーチの着火に必要な発振器出力電圧を算定し実験との比較を行なった。

2. 接地炭素棒方式による着火と前駆放電

第1図は接地炭素棒方式による着火の場合の回路図(a)および前駆放電、主放電の様子(b)を示す図で、主放電〔第1図(b)の(iii)〕に先行して生じる前駆放電として、プラズマ発生管の管軸に沿って伸びる直線状の“Pencil mode”〔第1図(b)の(i)〕と、管壁に接したら線状の放電柱をもつ“Spiral mode”〔第1図(b)の(ii)〕の二つの形があり、これらは発振器出力電圧 V_A とアルゴンガス流量 Q によってその発生範囲が異なる。⁽⁶⁾ すなわち、 Q を一定に保ち V_A を増していくと、まず Pencil mode の放電が起こり、さらに V_A を増すと Spiral mode の放電を経て主放電へ移行し、主放電が発生すると炭素棒を取り去っても放電は持続する。一般に、Pencil mode の放電は低電

(a) 実験装置

(i) Pencil mode (ii) Spiral mode (iii) 主放電
(b) 前駆放電と主放電

第1図

Fig. 1.

Starting Mechanism of an Induction-Coupled Ar Plasma Torch at Atmospheric Pressure. By Y. NOMOTO, Member & M. AKAZAKI, Member (Faculty of Engineering, Kyushu University).

野本幸治：正員，九州大学工学部（現在，大分大学工学部）
赤崎正則：正員，九州大学工学部

圧、大流量領域で生じ、Spiral mode の放電は高電圧、少流量領域で発生するけれども、炭素棒の配置、 Q の値によって Pencil mode の放電を経ずに Spiral mode の放電が生じる場合もあり、前駆放電を経ないで主放電が着火する場合もある。⁽⁷⁾

3. 接地炭素棒方式による高周波誘導アルゴンプラズマトーチの着火理論

〈3・1〉 前駆放電の発生 第1図(a)のワークコイルを流れる電流 I_h によってプラズマ発生管内に誘起される方位方向の電界 E_θ は、通常 50 V/cm 以下であるから、大気圧アルゴンの場合は低気圧の場合のように電界 E_θ による電子の電離効果を期待することは困難である。したがって、大気圧下で主放電を生じさせるためには、何らかの方法で気体を予備電離させる必要がある。接地炭素棒方式による着火の場合は接地炭素棒とワークコイルの間の半径方向の電界によるコロナ放電、火花放電および無声放電によって予備電離が行なわれ、これが前駆放電の状態であると考えられる。また E_θ は管壁付近で最大値をとるから、前駆放電から主放電へ移行するためには前駆放電が管壁まで達する必要がある。一方、Pencil mode の放電はコロナであり、Spiral mode の放電は火花放電から始まると考えられるから、主放電を着火させるためには発振器出力電圧 V_h を気体の火花電圧 V_{hs} 以上に高める必要がある。すなわち、

$$V_h \geq V_{hs} \quad \dots\dots\dots (1)$$

V_{hs} は気体の種類、コイル、発生管および炭素棒の寸法、幾何学的配置、炭素棒および気体の温度、気体の流量などにより変化する。

〈3・2〉 前駆放電から主放電への移行 第2章で述べた Spiral mode の前駆放電は、炭素棒を管軸に固定し V_h を上昇させると第2図に示すように管壁に接したリング状の放電になる。そこで、半径 r_1 のプラズマ発生管内に生じた定常的なリング状の前駆放電から主放電へ移行する機構について考える。この場合

第2図 リング状前駆放電

Fig. 2. Ring shaped predischarge.

第3図 前駆放電柱の微小部分

Fig. 3. Element of the predischarge.

の放電柱は、リング状の放電柱とリングと炭素棒を結ぶ1本の放電柱からできているが、両放電柱が結合する付近の小部分を第3図に示すように半径 a 、長さ l の円柱と考え、同図のように座標軸を選ぶ。この放電柱へのエネルギーの供給源としては、第2図の半径方向の電圧 V_r によるものと方位方向の電界 E_θ によるものの2種がある。一方、放電柱からのエネルギー損失としては、熱伝導損、熱対流損、放射損が考えられる。

エネルギーつり合いの方程式 (Elenbaas Heller 方程式) は、(i) 圧力一定で、(ii) 放電が定常で局所熱平衡が成立し、気体の物性値が温度のみの関数であり、(iii) 放射損が無視できる、と仮定すると次のようになる。⁽²⁾

$$\rho C_p (\partial T / \partial t + v \cdot \nabla T) = \nabla \cdot (\kappa \nabla T) + P \dots (2)$$

ここに、 ρ : 質量密度、 C_p : 定圧比熱、 T : 温度、 t : 時間、 v : 速度、 κ : 熱伝導率、 P : 単位体積あたりの電気的入力

(i) の仮定は大気圧下で定常状態では成立し、(ii) の仮定は Spiral mode の前駆放電が発達した状態では、炭素電極上に直流アークの際に見られるような輝点を有する放電電流の大きい(数アンペア)放電となり、⁽⁸⁾ 時間的に連続した放電光が観測されること、半径方向の放電柱の導電率が上昇し半径方向の電界が弱まること、さらに大気圧中の放電であることから成立し、(iii) の仮定は 10⁴ K 以下のアルゴンガスの場合は満足されていると考えられる。⁽²⁾

放電柱内で方位方向の温度の傾きが管軸方向の温度の傾きに比べて著しく小さいので、気体の流れの方位方向成分を無視することにし、定常状態の下で気体の流れが y 方向成分 v_y のみを持っている場合には、連続の式から

$$\rho v_y = \rho_0 v_{y0} \quad (\text{一定}) \quad \dots\dots\dots (3)$$

であるから、(2)式は次のようになる。

$$P = \rho_0 v_{y0} C_p \frac{\partial T}{\partial y} - \nabla \cdot (\kappa \nabla T) \quad \dots\dots\dots (4)$$

第3図の放電柱の $y \leq 0$ の部分でのエネルギーつり合いを考えるために、(4)式をその体積 V について平均すと

$$\frac{1}{V} \int_V P dV = \frac{\rho_0 v_{y0}}{V} \int_V C_p \frac{\partial T}{\partial y} dV - \frac{1}{V} \int_S (\kappa \nabla T) \cdot \mathbf{n} dS \dots (5)$$

となる。ここに、

$$V = \pi a^2 l / 2 \dots (6)$$

S : 体積 V の表面積, $\mathbf{n}$: 法線ベクトル

(5)式を計算するために、この部分の温度分布を半径 r の二次式で近似する。すなわち、

$$T = c_1 r^2 + c_2 r + c_3 \dots (7)$$

ここに、 c_1, c_2, c_3 : 定数

境界条件として、 $r=0$ において $T=T_m$, $(\partial T / \partial r) = 0$, $r=a$ において $T=T_0$ をとると、(7)式は

$$T = -\frac{r^2}{a^2} (T_m - T_0) + T_m \dots (8)$$

となる。さらに、 $T < 10^4 \text{K}$ ではアルゴンの比熱 C_p の変化は小さいから、⁽⁸⁾ 簡単のために C_p を一定と考えると(5)式の右辺各項は次のようになる。すなわち右辺第1項は

$$\begin{aligned} \frac{\rho_0 v_{y0}}{V} \int_V C_p \frac{\partial T}{\partial y} dV &= \frac{\rho_0 v_{y0} C_p}{V} \int_0^a \int_0^{\pi} \int_0^l \frac{\partial T}{\partial r} r \sin \varphi d\varphi dz dr \\ &= \frac{8}{3\pi} \frac{\rho_0 v_{y0} C_p}{a} (T_m - T_0) \dots (9) \end{aligned}$$

右辺第2項は、

$$\begin{aligned} -\frac{1}{V} \int_S (\kappa \nabla T) \cdot \mathbf{n} dS &= -\frac{\pi a l}{V} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=a} \\ &= \frac{4\kappa_0}{a^2} (T_m - T_0) \dots (10) \end{aligned}$$

ここに、 κ_0 : $r=a$ における κ の値

次に(5)式の左辺を計算する。第2図で炭素棒とリング状放電柱を結ぶ半径方向の放電柱の電気抵抗を R とし、リング状放電柱とワークコイルの間の静電容量を C 、発振角周波数を ω とするとき、

$$R \ll 1/\omega C \dots (11)$$

が成立する場合には、炭素棒とコイルの間の印加電圧 V_r によって放電柱を流れる電流 I_r は、ほぼ C によって定まり次のようになる。

$$I_r \approx \omega C V_r \dots (12)$$

V 中での導電率 σ の平均値 $\bar{\sigma}$ を

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{V} \int_V \sigma dV \dots (13)$$

と定義すると(付録[I]参照)、(5)式の左辺は次のように表わされる。

$$P_i \equiv \frac{1}{V} \int_V P dV = \frac{1}{\bar{\sigma}} \left(\frac{I_r}{\pi a^2} \right)^2 + \bar{\sigma} E_\theta^2 \dots (14)$$

また、(5)式の右辺は(9)、(10)式から次のようになる。

$$P_i \equiv \left[\frac{8}{3\pi} \frac{\rho_0 v_{y0} C_p}{a} + \frac{4\kappa_0}{a^2} \right] (T_m - T_0) \dots (15)$$

次に、 I_r, E_θ を発振器ワークコイルへの印加電圧 V_h 、コイル電流 I_h を用いて表わす。リング状前駆放電がコイル長の中央で発生している場合には

$$V_r = V_h / 2 \dots (16)$$

となるから、(12)式より

$$I_r = \omega C V_h / 2 \dots (17)$$

となる。さらに、リング状放電柱を流れる電流が I_h に比べて小さいとし、前者の作用による電磁界を無視し、 E_θ をプラズマ発生管内での方位方向電界の最大値と考えると、(付3)、(付4)式および付第2図から、

$$E_\theta = \eta_m \omega / \epsilon_0 I_h = \eta_m V_h / r_2 A \dots (18)$$

ここに、 η_m : $\omega \mu_0 I_h$ で規格化した E_θ の最大値、 A : $\mu_0 r_2$ で規格化したワークコイルのインダクタンス、 μ_0 : 真空の透磁率、 r_2 : ワークコイル半径

となる。(17)、(18)式を用いると(14)式は次のようになる。

$$P_i = \left[\left(\frac{f C}{a^2} \right)^2 \frac{1}{\bar{\sigma}} + \left(\frac{\eta_m}{r_2 A} \right)^2 \bar{\sigma} \right] V_h^2 \dots (14')$$

(15)式の v_{y0} については次のように考える。すなわち、管内の気体の流れが層流の場合には、管内の平均流速 v_{y0} を用いて v_{y0} は次のように表わされる。⁽⁹⁾

$$v_{y0} = \lambda \bar{v}_{y0} = \lambda Q / \pi r_1^2 \dots (19)$$

ここに、

$$\lambda = 2 \left\{ 1 - \left(\frac{r_1 - a}{r_1} \right)^2 \right\} \dots (20)$$

また $T_m \gg T_0$ とすると、(15)式は

$$P_i = \left[\frac{8}{3\pi^2} \rho_0 C_p \frac{\lambda Q}{a r_1^2} + \frac{4\kappa_0}{a^2} \right] T_m \dots (15')$$

となる。 $T_0 = 300^\circ \text{K}$ にすると κ_0 が定まり、 α と C を与えると P_i は V_h をパラメータとして T_m の関数で求まり、 P_i は Q をパラメータとして T_m の関数として求まる。

次に、(14')、(15')式を用いて前駆放電から主放電へ移行するために必要な発振器出力電圧 V_h を算定することを考える。一例として、実験条件を $f = 3.4 \text{MHz}$, $r_1 = 29 \text{mm}$, $r_2 = 36 \text{mm}$, コイルのピッチ $d = 17 \text{mm}$,

第 4 図 V_{ht} の算定法Fig. 4. Method of determination of the voltage V_{ht} .

巻数 $N=6$, $Q=15\text{ l/min}$ とし、放電柱の写真から $\alpha=1\text{ mm}$ と推定し、炭素棒からアースへ流れる電流の測定値から $C=20\text{ pF}$ とし、アルゴンの物性値 $\rho_0=1.783\text{ kg/m}^3$, $c_p=520\text{ J/kg}^\circ\text{K}$, $\kappa_0=0.017\text{ W/m}^\circ\text{K}$ を用いて、⁽²⁾ (14'), (15') 式から P_i , P_e を求め T_m の関数として表わすと第 4 図のようになる。 P_i 曲線と P_e 曲線の交点 G_1, G_2 では、何らかの原因で放電柱の温度 T_m が上昇あるいは下降した場合、それぞれ $P_i < P_e$ あるいは $P_i > P_e$ となり、 T_m を下降あるいは上昇させるような作用が生じるから、前駆放電は安定に存在する。 V_h が上昇して P_i 曲線と P_e 曲線が G_3 点で接する場合、この点では T_m の上昇、下降にかかわらず $P_i > P_e$ となり、(5) 式で示されるような定常的なエネルギーつり合いの式が成立しなくなる。すなわち、(2) 式において $\partial T/\partial t > 0$ となり、 T が時間とともに上昇することになるから、 G_3 点を前駆放電から主放電への移行点と考えることができる。したがって、 $V_h=2.9\text{ kV}$ が着火電圧になる。

このような方法で (14'), (15') 式から定まる着火電圧を V_{ht} で表わすと、主放電着火の条件は (1) 式の条

第 5 図 着火条件と着火形態

Fig. 5. Starting conditions and type of starting.

件とともに次のように表わすることができる。

$$\left. \begin{array}{l} V_h \geq V_{hs} \\ V_h \geq V_{ht} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

(21) 式の着火条件を模式的に示すと第 5 図のようになる。すなわち、ガス流量、ワークコイル寸法などの実験条件を変えたとき、図のように V_{ht} , V_{hs} が変化したとすると、 $V_{ht} > V_{hs}$ のときは安定な前駆放電を経由して主放電が着火し（前駆放電支配形着火）、逆に $V_{hs} \geq V_{ht}$ の場合は火花放電開始と同時に安定な前駆放電を経由せずに主放電が着火する。（火花放電支配形着火）

4. 実験および検討

〈4・1〉 火花電圧 接地炭素棒方式により誘導プラズマトーチを着火させる場合、炭素棒電極と発振器ワークコイルの間の火花電圧（無声放電開始電圧） V_{hs} が着火条件を定める一要素になる。 V_{hs} は電極の寸法、配置により変化するが、誘導プラズマトーチの着火の際、特徴的なことは炭素棒電極が誘導加熱され、電極温度 T_e が上昇すること、およびプラズマ発生管中に気体の流れがあることである。そこで、第 6 図のような装置でアルゴンガスを管壁に沿って方位方向に噴射させ、同軸円筒電極間にガラス管が存在する場合の V_{hs} を T_e および Q を変化させて測定した。⁽⁷⁾ 外側円筒電極は直径 $70\text{ mm}\phi$ 、長さ 150 mm の銅製円筒で、これに 3.4 MHz の高周波電圧を印加し、内側円筒電極は直径 $6\text{ mm}\phi$ 、長さ 200 mm の炭素棒で外部商用周波交流電源により加熱して T_e を変化させた。

第 7 図は T_e を一定に保ち、 Q を変えた場合の V_{hs} の変化を T_e をパラメータとして示している。一般に Q の増大とともに V_{hs} は減少しているけれども、 T_e が高く Q が増大し、火花放電が起こる前に炭素棒電極の近傍でコロナが発生し始めると、 Q の増大とともに V_{hs}

第 6 図 火花電圧の測定装置

Fig. 6. Measuring apparatus for spark breakdown voltages.

第 7 図 Ar ガス流量を変化させたときの火花電圧

Fig. 7. Variations of spark breakdown voltages with the increase of the Argon gas flow.

は上昇する。また、 T_c が上昇して 570°K 以上になると、 V_{ht} - Q 曲線に段状特性が生じている。これらの実験結果から、 V_{hs} を減少させるためには T_c を高め、コロナ放電が発生しない範囲内で Q を増大させればよいことがわかる。

(4.2) アルゴンガス流量と着火電圧の関係

アルゴンガス流量 Q と着火電圧の関係を調べるために、第 1 図に示した装置で Q を一定に保ち、 V_h を徐々に上昇させ、Pencil mode および Spiral mode の前駆放電開始電圧 V_{hs} , V_{hs} と、Spiral mode の前駆放電から主放電へ移行するときの電圧 V_{ht} を測定した。⁽¹⁰⁾ 発振周波数は 3.4MHz であり、ワークコイルは直径 $72\text{mm}\phi$ 、ピッチ 17mm 、6 回巻で、プラズマ発生管は外径 $65\text{mm}\phi$ 、内径 $34\text{mm}\phi$ の水冷二重石英管で、炭素棒の直径は $6\text{mm}\phi$ である。

第 8 図は実験結果を示している。 V_{hs} は Q の増大とともに下降するけれども、Pencil mode の前駆放電が発生するようになると Q の増大とともに上昇し始める。このことは、 V_{hp} がコロナ開始電圧に、 V_{hs} が火花電圧にそれぞれ対応すると考えられるから、第 7 図の V_{hs} - Q 特性と一致している。

炭素棒電極からアースへ流れる電流とコイル電圧から放電柱とコイルの間の静電容量を算定すると $C \approx 30\text{pF}$ になった。また、Spiral mode の前駆放電柱の温度は ArI スペクトル線についての相対強度比法により測定すると $8,000^\circ\text{K}$ 以上あり、この場合、(付 2)

第 8 図 V_{hp} , V_{hs} , V_{ht} と Ar ガス流量の関係

Fig. 8. Variations of V_{hp} , V_{hs} and V_{ht} with the increase of the Argon gas flow.

第 9 図 P_i , P_t と T_m の関係

Fig. 9. Relations among P_i , P_t and T_m .

式から $\sigma > 100\text{V/m}$ となり、放電柱の半径を $a=1\text{mm}$ とすると炭素棒電極とリング状放電柱を結ぶ放電柱の抵抗 R は 45Ω 以下になる。一方、 $1/\omega C \approx 1.6 \times 10^3\Omega$ であるから、(11) 式の条件は十分満たされている。

$a=1\text{mm}$, $C=30\text{pF}$ として (14'), (15') 式を計算すると第 9 図のようになる。(14') 式において P_t は V_h^2 に比例しているから、片対数グラフに一つの V_h の値に対する P_t - T_m 曲線を描いておけば、この曲線を平行移動することによって他の V_h の値に対する曲線を得ることができる。第 9 図から第 4 図の場合と同様の手続きで V_{ht} を求めると第 8 図の実線のようになる。第 8 図の一点鎖線は、第 7 図の V_{hs} - Q 曲線から推定して、 Q の小さい領域まで V_{hs} 曲線を延長したものである。(21) 式および第 5 図から、理論的には第 8 図の A-B-C 曲線上で主放電が着火することになり、これは誤差の範囲内で実験結果と一致している。理論および実験から、着火電圧は Q に対して V 特性を示すことがわかる。また、第 9 図から主放電着火時の放電柱の温度 T_m は約 $9,000^\circ\text{K}$ になるが、これは ArI

第 10 図 V_{hf} とワークコイルピッチ d の関係
Fig. 10. Variations of V_{hf} with the increase of the spacing of the working coil.

スペクトル線の相対強度比法で測定された放電柱の温度 (8,500~9,500°K) と比較的良好一致している。

〈4・3〉 ワークコイルのピッチと着火電圧の関係

ワークコイルのピッチ d を変えることにより (14') 式において η_m と A が変わる。この場合の V_{hf} の変化の様子を調べるために、内径 58mmφ のパイレックスガラス一重管をプラズマ発生管とし、 $Q=10\text{ l/min}$ に一定に保ち、直径 72mmφ の 4 回巻ワークコイルを使用し、ピッチを 14.5mm から 29mm まで変化させて V_{hf} を測定した。この場合の発振周波数 f は 3.6MHz で、 d の変化による f の変動は無視しえる程度であった。第 10 図は実験結果で、 $a=1\text{ mm}$ 、 $C=20\text{ pF}$ として (14')、(15') 式から求めた V_{hf} の計算値と比較的良好一致していることがわかる。

〈4・4〉 炭素棒電極位置と着火電圧の関係

ワークコイルおよびプラズマ発生管の形状、 Q 、 f を一定に保つと、 a および C が一定である場合には (14')、(15') 式の値は変わらないから、理論的に V_{hf} は一定になる。この場合、 V_{hs} を変化させると、第 5 図に示したように $V_{hs} < V_{hf}$ の場合には前駆放電支配形の着火になり、主放電着火に先立ち安定な前駆放電が生じ、 $V_{hs} \geq V_{hf}$ の場合には火花放電支配形の着火になり、安定な前駆放電を経由しないで主放電が着火することになる。これらのことを確かめるために、第 1 図に示した装置で発振器ワークコイルに対する炭素棒電極の位置あるいは炭素棒電極の太さを変え、 V_{hs} を変化させて着火特性を調べた。⁽⁷⁾ ワークコイルは直径 72mmφ、ピッチ 17mm、6 回巻であり、 $f=3.4\text{ MHz}$ である。プラズマ発生管は内径 58mmφ のパイレックスガラス一重管で、 $Q=15\text{ l/min}$ に一定に保ち、炭素棒電極は直径 13mmφ と 6mmφ の 2 種を使用した。

第 11 図は実験結果で、横軸はワークコイルの長さ

第 11 図 炭素棒電極位置と着火特性

Fig. 11. Variations of starting characteristics with changing the positions of the carbon rod.

方向にコイルの中央から測った炭素棒電極先端位置 x を示している。実線および破線はそれぞれ着火電圧と Spiral mode の前駆放電開始電圧を、また $\circ$ 印と $\times$ 印はそれぞれ前駆放電支配形着火と火花放電支配形着火であることを示している。同図から前駆放電支配形着火、すなわち $V_{hs} < V_{hf}$ の場合、着火電圧は炭素棒電極の太さ、位置に無関係に $V_{hf}=2.6\text{ kV}$ となり、 $a=1\text{ mm}$ 、 $C=20\text{ pF}$ として (14')、(15') 式から求まる値 (第 4 図) $V_{hf}=2.9\text{ kV}$ と比較的良好一致している。また V_{hs} 、 V_{hf} の大小により着火形態が異なることも第 5 図の特性と一致している。

5. む す び

以上に述べた理論および実験結果から次のような結論が得られる。

(1) 接地炭素棒方式による大気圧高周波誘導アルゴンプラズマトーチの着火電圧は、火花電圧 V_{hs} と (14')、(15') 式から定まる主放電への移行電圧 V_{hf} により定まり、着火条件は (21) 式で与えられる。

(2) $V_{hs} > V_{hf}$ の場合は前駆放電を経て着火し、 $V_{hs} \geq V_{hf}$ の場合は前駆放電を経ないで着火する。

(3) V_{hs} は炭素棒電極温度が高いほど、アルゴンガス流量が多いほど低下するが、コロナが発生するとその傾向は逆転する。

(4) V_{hf} はアルゴンガス流量が多いほど、ワークコイルのピッチが大きいくほど増大する。

(5) 本論文では (14')、(15') 式において a および C を算定するために実測値を用いたが、これらを V_{hs} 、 Q などの既知量を用いて表わす必要がある。また、火

花電圧を理論的に算出する必要がある。

(昭和47年9月4日受付, 同47年11月6日再受付)

文 献

- (1) T. B. Reed: J. Appl. Phys. **32**, 821 (1961)
- (2) R. C. Miller & R. J. Ayen: J. Appl. Phys. **40**, 5260 (1969)
- (3) H. U. Eckert: J. Appl. Phys. **41**, 1520 (1970)
- (4) G. R. Seeman, A. S. Penfold & J. A. Thornton: J. Appl. Phys. **39**, 340 (1968)
- (5) C. Sherman & J. F. McCoy: J. Appl. Phys. **36**, 2080 (1965)
- (6) M. Ohji, et al.: Rep. Res. Inst. Appl. Mech. **14**, 1 (1966) Kyushu Univ.
- (7) 赤崎・野本: 放電研究 No. 48, p. 78 (昭 47)
- (8) A. B. Cambel: Plasma Physics and Magneto Fluid Mechanics (1963) McGraw-Hill
- (9) 岡本: 応用流体力学 (誠文堂新光社)
- (10) 赤崎・野本: 昭44電気四学会連次 No. 200
- (11) R. S. Devoto: Phys. Fluids **9**, 1230 (1966)

付 録

(I) 体積 V 中での導電率 σ の平均 $\bar{\sigma}$ の計算 体積 V 中の温度分布が(8)式で与えられるから,

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{V} \int_V \sigma dV = \frac{1}{T_m - T_0} \int_{T_0}^{T_m} \sigma(T) dT$$

$\sigma(T)$ として, Devoto 氏⁽¹¹⁾ の計算値を近似的に $T \leq 8,000^\circ\text{K}$ のとき

$$\sigma_1(T) = A_1 \exp(-B_1/T) \text{ (v/m)}$$

$$A_1 = 2.26 \times 10^6, B_1 = 6.21 \times 10^4$$

$8,000^\circ\text{K} \leq T < 15,000^\circ\text{K}$ のとき

$$\sigma_2(T) = A_2 \exp(-B_2/T) \text{ (v/m)}$$

$$A_2 = 1.96 \times 10^5, B_2 = 4.26 \times 10^4$$

のように表わすと,⁽²⁾ $\bar{\sigma}$ は次のようになる。

(i) $T_m \leq 8,000^\circ\text{K}$ のとき

$$\begin{aligned} \bar{\sigma} &= \frac{A_1}{T_m - T_0} \int_{T_0}^{T_m} \exp(-B_1/T) dT \\ &= \frac{A_1 B_1}{T_m - T_0} \{ \Phi(x_m) - \Phi(x_0) \} \end{aligned}$$

ここに,

$$x_m = B_1/T_m, x_0 = B_1/T_0$$

$$\Phi(x) = \exp(-x) F(x)/x$$

$$F(x) = 1 + x \exp x E_i(-x)$$

$E_i(-x)$: 積分指数関数

$T_0 \ll T_m$ の場合, $\Phi(x_0) \ll \Phi(x_m)$ となるから,

$$\begin{aligned} \bar{\sigma} &= \frac{A_1 B_1}{T_m} \Phi(x_m) = A_1 \exp\left(-\frac{B_1}{T_m}\right) F(x_m) \\ &= \sigma_1(T_m) F(B_1/T_m) \dots\dots\dots (\text{付 1}) \end{aligned}$$

(ii) $8,000^\circ\text{K} \leq T_m < 15,000^\circ\text{K}$, $T_0 \ll 8,000^\circ\text{K}$ のとき,

$$\begin{aligned} \bar{\sigma} &= \frac{1}{T_m} \left[\int_{T_0}^{8,000} \sigma_1(T) dT + \int_{8,000}^{T_m} \sigma_2(T) dT \right] \\ &= (1/T_m) \{ A_1 B_1 \Phi(x_{8,000}) \\ &\quad + A_2 B_2 [\Phi(x'_m) - \Phi(x'_{8,000})] \} \\ &= \sigma_2(T_m) F(B_2/T_m) \\ &\quad - (8,000/T_m) \sigma_1(8,000) \{ F(B_2/8,000) \\ &\quad - F(B_1/8,000) \} \\ &= \sigma_2(T_m) F(B_2/T_m) - 2.79 \times 10^5/T_m \\ &\quad \dots\dots\dots (\text{付 2}) \end{aligned}$$

ここに, $x_{8,000} = B_1/8,000$, $x'_{8,000} = B_2/8,000$, $x'_m = B_2/T_m$

(II) ワークコイルを流れる交流電流によって誘起される方位方向の電界 E_θ の計算 付第1図に示すような半径 r_2 の円輪を流れる電流 $\sqrt{2} I_h e^{j\omega t}$ によって, 点 $M(r, \theta, z)$ に生じるベクトルポテンシャルを $\sqrt{2} A e^{j\omega t}$ とすると, A は θ 方向成分 $A_{\theta 0}$ のみを持ち, 次のようになる。

$$A_{\theta 0} = \frac{\mu_0 I_h}{\pi k} \sqrt{\frac{r_2}{r}} \left\{ \left(1 - \frac{k^2}{2} \right) K(k) - E(k) \right\}$$

ここに, $K(k)$: 第1種完全円積分,

$E(k)$: 第2種完全円積分

$$k^2 = 4r_2 r / \{ (r_2 + r)^2 + (z - z_0)^2 \}$$

したがって, この場合の方位方向の電界の絶対値を $E_{\theta 0}$ で表わすと次のようになる。

$$E_{\theta 0} = \frac{\mu_0 I_h}{\pi k} \sqrt{\frac{r_2}{r}} \left\{ \left(1 - \frac{k^2}{2} \right) K(k) - E(k) \right\}$$

半径 r_2 のコイルがピッチ d で N 回巻かれている場合の E_θ を1巻の円輪による $E_{\theta 0}$ の重ね合せによって近似すると, コイル長の中央を z 座標の原点として, 次のように表わすことができる。

付第1図 コイルを流れる電流の作る電磁界の計算のための座標

app. Fig. 1. Co-ordinates for calculations of electromagnetic fields produced by current through a coil.

付第 2 図 D, α を変えたときの η_m の計算
app. Fig. 2. Calculations of η_m for various D and α .

$$\eta = \frac{1}{\pi V \alpha} \sum_i^N \left[\frac{1}{k_i} \left\{ \left(1 - \frac{k_i^2}{2} \right) K(k_i) - E(k_i) \right\} \right] \quad \text{..... (付 3)}$$

ここに,

$$k_i^2 = 4\alpha / \{(1+\alpha) + \beta_i^2\}, \quad \alpha = r/r_2$$

$$\beta_i = D \{ (N-1)(z' + 1/2) - (i-1) \}$$

$$D = d/r_2, \quad z' = z/(N-1)d, \quad \eta = E_\theta / \omega \mu_0 I_h$$

$N=6$ の場合, α をパラメータとして横軸に D をとり, z 方向についての η の最大値を η_m で表わす

と付第 2 図のようになる。

(III) ワークコイルの自己インダクタンス 半径 δ の導線を半径 r_2 で 1 巻した円形導線の表面のみを電流が流れるとき, その自己インダクタンス L_0 は, $r_2 \gg \delta$ として

$$L_0 = \mu_0 r_2 \{ \ln(8r_2/\delta) - 2 \}$$

で表わされ, 同一の円形導線が間隔 d で平行に置かれているとき, その相互インダクタンス M_i は

$$M_i = \mu_0 r_2 \{ \ln(8r_2/d) - 2 \}$$

となる。半径 r_2 のコイルがピッチ d で N 回巻かれている場合, 上の円形導線を間隔 d で N 個平行に並べ, 同一方向に電流が流れるようにインダクタンスのない導線で結んだもので近似すると, その自己インダクタンス L は,

$$L = N L_0 + 2 \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{i=1}^{N-j} M_i$$

となる。ここに,

$$M_i = \mu_0 r_2 \{ \ln(8r_2/d) - 2 - \ln i \}$$

したがって,

$$\begin{aligned} L \equiv L / \mu_0 r_2 = & [N \{ \ln(8r_2/\delta) - 2 \} \\ & + N(N-1) \{ \ln(8r_2/d) - 2 \} \\ & - 2 \ln \{ 1! 2! \dots (N-1)! \}] \quad \text{..... (付 4)} \end{aligned}$$