低気圧陽光柱の特性と準安定原子の電離の影響

静岡大学 野 畑 金 弘

1. ま え が き

定常状態の低気圧陽光柱において、放電管半径 R がイオンの平均自由行程 λ_i よりも大きい場合、Schottky 理論⁽¹⁾がある。この理論では荷電粒子は管壁方向へ両極性拡散によって失なわれる。これに対して $R < \lambda_i$ では、イオンと中性ガス原子との衝突を考えない取り扱いとなり、Langmuir 理論⁽²⁾がある。

Self 氏ら⁽³⁾は、 λ_i が R よりも特に大きくも小さくもない場合にも適用できるように、連続の式および輸送式を電子およびイオンについて用い、半径方向の密度分布および移動度を計算している。この場合、イオン温度およびイオンと中性ガスとの衝突周波数は場所によらず一定としている。また、非線形の慣性項がイオンに対する運動量輸送式に含まれており、プラズマとさやとの境界が自然に現われる⁽⁴⁾。

さて、半径と気圧との積 Rp の値は小さいけれども、 $R > \lambda_i$ で半径方向のイオンの移動が移動度や拡散を用いて与えられる場合でも、従来の理論と実験との間に非常に大きな差が存在する。Bickerton 氏ら⁽⁵⁾は He ガスで Rp が小さい場合、電子温度の実験値が修正された Schottky 理論から得られた値と異なっていることを示している。 Rp が $0.1 \text{ cm} \cdot \text{Torr}$ でも、その差は非常に大きい。

筆者はこの場合について取り扱い、修正された Schottky 理論において境界条件について考慮し、またプラズマ中のイオンの温度を室温と同じにせずこれを求めて、両極性拡散係数を吟味し、計算による電子温度の値が実験値に近い値になることを示す。

さらに Rp の値を一定にしておいて放電電流を増

すと、一般に E/p の値が低下する。この原因は準安定原子による電離と考えられている。本論文では He についてこの効果を定量的に求め、これを含めて計算した結果が実験値とよく一致することを示す。

次に、磁界が放電管の軸方向に存在する場合を取り扱う。このような陽光柱について Lehnert 氏⁽⁶⁾は、ある臨界磁界 B_c において、らせん振動が発生することを見いだしている。低気圧の陽光柱で、磁界の大きさが B_c 以前ではあるが、大きな値の場合について Schottky 理論をそのまま用いて E/p の値を求めると実験値との差が大きい。ここで準安定原子による電離を考慮した筆者の理論式を適用して計算すると、実験値とよく一致することを示す。

2. 磁界のない場合

定常状態の陽光柱では、毎秒単位体積中の荷電粒子の発生数と損失数が等しい。これより荷電粒子密度 n の半径方向分布が零次のベッセル関数 $J_0(x)$ に従うことが示される。ここで $x = \sqrt{Z_e/D_e} r$ 、 Z_e は 1 個の電子が中性原子と衝突して毎秒電離する数、 D_e は両極性拡散係数。また、巨視的なつり合いの関係も成立する。すなわち、軸方向単位長さあたりの体積中で毎秒発生する荷電粒子の数は、両極性拡散によりこの部分の陽光柱の境界から毎秒失なわれる数に等しい。 n が $J_0(x)$ に従う場合 $r=R$ で $x=x_1$ とおくと、この巨視的つり合いの式からも $(x_1/R)^2 = Z_e/D_e$ を得る。よって

$$Z_e = x_1^2 D_e / R^2 \dots\dots\dots (1)$$

Schottky 理論では $x_1 = 2.405$ である。なお、 Z_e は次式で与えられる⁽⁷⁾。

$$Z_e = \frac{600 a m p_0}{e V \pi} \left(\frac{2 k T_e}{m} \right)^{3/2} e^{-\frac{e V_i}{k T_e}} \left(1 + \frac{e V_i}{2 k T_e} \right) \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 e および m は電子の電荷および質量、 k は

Characteristics of the Low Pressure Positive Column and Effects of the Ionization of Meta-Stable Atoms. By K. NOBATA, Member (Faculty of Engineering, Shizuoka University).
野畑金弘：正員，静岡大学工学部電気工学科

ボルツマン定数, また $p_0 = 273 p/T_0$ で T_0 はガス温度, V は電離電圧である。 a は電離能率の初期こう配の近似値で, He の場合 0.046。なお, (2) 式では電子のエネルギー分布は Maxwell 分布としている。

両極性拡散係数 D_a は

$$D_a = \frac{D_e \mu_i + D_i \mu_e}{\mu_e + \mu_i} \approx \frac{k(T_e + T_i) \mu_i}{e} \dots (3)$$

ここで, μ_e および D_e は電子の移動度および拡散係数, μ_i および D_i はイオンの移動度および拡散係数で, CGS, esu 単位で示す。

He 中における電子の移動速度は E/p_0 に比例しており⁽⁸⁾⁽⁹⁾, これらの実験値から移動度が求められる。

$$\mu_e = 5.27 \times 10^{17} / \nu_{ee} \text{ より 電子の衝突周波数 } \nu_{ee} \text{ は} \\ \nu_{ee} = 2.54 \times 10^9 p_0 \dots (4)$$

また, He イオンの移動度について Hornbeck 氏の実験値⁽¹⁰⁾を用い, $\mu_i = 7.18 \times 10^{13} / \nu_{ei}$ より ν_{ei} が次のように示される。

$$\nu_{ei} \approx 3.3 \times 10^7 p_0 (0.9 + 0.031 E/p_0)^{1/2} \dots (5)$$

(5) 式中の E は [V/cm] の単位で示す。

He イオンで E/p_0 が小さいとき, イオン温度を 300 K として (5) 式の ν_{ei} の値からイオンの平均自由行程を求めると, $\lambda_i = 4.16 \times 10^{-3} / p_0$ (cm) となる。またイオン温度が 2×10^4 K ぐらいで電荷交換のみを考えたときの平均自由行程は $1.5 \times 10^{-2} / p_0$ の程度になる⁽¹¹⁾。なお, 正イオンが同種のガス原子と衝突する場合, 電荷交換の断面積は弾性衝突の断面積よりも大きい。なお, 筆者はここで気圧が 1 Torr 以下の場合を考えているので, He_2^+ は考えない⁽¹²⁾。

(1)~(3) 式から He について $x_1 = 2.405$, $T_i = 300$ K とした場合の T_e と Rp の関係が得られる。(Schottky 理論) 後述するように, これを筆者の実験値および Klarfeld 氏の実験値⁽¹³⁾と比較すると, Rp が $0.2 \text{ cm} \cdot \text{Torr}$ 程度以下で差が非常に大きくなる。

さて λ_i の値より, $Rp_0 > 10^{-2} \text{ cm} \cdot \text{Torr}$ では半径方向のイオンの移動は両極性拡散によると考えられる。筆者は He について, $Rp_0 > 10^{-2} \text{ cm} \cdot \text{Torr}$ の場合の陽光柱について以下で考える。

〈2・1〉 イオン温度の増加の影響

陽光柱では両極性拡散が存在し, 半径方向の電界は電子を減速させ, イオンを加速させる方向にある。よって, イオンは半径方向に向かって加速され, エネルギーを増すので, イオン温度をガス温度と同一とすることができない。半径方向の密度分布について Frost 氏は, 半径方向の電界によって μ_i の値が変化することを考慮し, μ_i を一定とした場合と比較して若干の差があることを示している⁽¹⁴⁾。しかし, ここでは近似的に密度分布が

零次のベッセル関数に従うとして計算する。

半径方向の電界を E_r とすると, 電荷密度を n とし,

$$\frac{E_r}{p_0} = \frac{D_i - D_e}{\mu_e + \mu_i} \frac{1}{p_0 n} \frac{dn}{dr} \approx \frac{k T_e x_1 J_1(x)}{e R p_0 J_0(x)} \quad (6)$$

で与えられる。 E_r の値は r によって変化する。 $r = 0$ で $E_r = 0$ 。また $x = x_1 = 2.405$ のとき, すなわち境界の密度が 0 のとき, そこの E_r の値は無限大となる。ここで, E_r の平均値 $\bar{E}_r$ として次式の形のもの考える。

$$\bar{E}_r = \frac{\int_0^R 2\pi r n E_r dr}{\int_0^R 2\pi r n dr} = \frac{k T_e x_1 \int_0^{x_1} x J_1(x) dx}{e R \int_0^{x_1} x J_0(x) dx} \dots (7)$$

上式は $x_1 = 2.405$ のとき, T_e を (K), R を (cm) の単位で示すと $\bar{E}_r = 2.5 \times 10^{-4} T_e / R$ (V/cm) となり, この値は $r = 0.65 R$ の位置における E_r の値と同じである。よって $\bar{E}_r$ の値は, 境界にやや近い所の E_r の値と同じであることを示す。イオンのエネルギーがガス原子のエネルギーより十分大きいとき, その値は電界に比例する。よってこの場合, 放電管の断面全体についてのイオンのエネルギーの平均値は, 電界の平均値に比例する。

さて, 軸方向電界 E_z と E_r は互いに直角であるから, イオンに働く電界は $\sqrt{E_z^2 + E_r^2}$ となる。この平均値を E_i とする。 $\bar{E}_r \gg E_z$ では $E_i \approx \bar{E}_r$ 。(5) 式中の E の値として E_i を用いて ν_{ei} を得る。

次にイオンが中性ガス原子と衝突して失なうエネルギーの割合は, $\kappa_i = \kappa_0 (1 - T_e/T_i)$ で示され, 弾性衝突では $\kappa_0 \approx 0.5$, 電荷交換の場合 $\kappa_0 \approx 1$ である。ここでは κ_0 をおおよそ 1 とする。電界 E_i があるときのイオンのエネルギー eU_i は, 電子の場合⁽¹⁵⁾と同様に, イオンが電界方向へ移動する間に電界から得るエネルギーと衝突により失なうエネルギーが等しいことより与える。すなわち

$$eU_i \approx \{eU_0 + \sqrt{(eU_0)^2 + 2.36(eE_i \lambda_i)^2}\} / 2 \dots (8)$$

ここで, eU_0 は中性ガス原子のエネルギーである。イオンのエネルギーが大きいとき eU_i は E_i に比例する。イオン温度は $eU_i = 3 k T_i / 2$ から求められる。 $\bar{C}_i$ をイオンの平均熱運動速度とすると, $\lambda_i = \bar{C}_i / \nu_{ei}$ であるので, λ_i も E_i / p_0 の関数で示される。

さて, (8) 式を用いて E_i / p_0 と T_i の関係が得られ, さらに (5) 式と (3) 式よりイオンの平均エネルギーを考慮したプラズマ中の両極性拡散係数が求められ

る。プラズマ中のイオン温度が場所により異なり、したがって両極性拡散係数も場所によって異なるとすると、取り扱いが複雑となる。よって筆者は、ここで示したような平均値を用いて計算する。イオン温度の増加は、結局 ν_{ei} を増加させ、 D_{oi} の値を減少させる。よって、このような D_{oi} を用い (1) 式より計算して求めた T_e は、イオン温度を 300 K とした場合より低くなる。〔後で示す第 1 図の曲線 (c) はこの計算結果を示す。〕ただし後述するように、 x_1 が 2.405 より小さくなると、 E_r の値が小さくなるのでイオン温度は低くなり、その影響は小さくなる*。

〈2.2〉境界条件の考慮 陽光柱プラズマが管壁で囲まれている場合、管壁近くの荷電粒子は熱的速度で管壁へ失なわれ、この部分への陽光柱プラズマ部分からの荷電粒子の補給は両極性拡散によって行なわれる。また電子の平均熱運動速度は正イオンのそれよりも非常に大きい。その結果として、管壁の近くに正イオンが電子よりも多いさやができる。さや中の電界は電子の移動を抑制する方向に存在する。陽光柱プラズマ部分からさやとの境界部分へ拡散してくる損失荷電粒子流の大きさは、この境界からさやへ流入する荷電粒子流の大きさと等しい。

Bohm 氏⁽¹⁶⁾によると、さやが安定に存在するには、さやへ流入するイオンのエネルギーが $kT_e/2$ 以上でなくてはならないことを示している。したがって、さやに接する境界近傍のプラズマではイオン温度が非常に高い。いま、前節で述べた平均のイオン温度に対応する両極性拡散係数を D_{oi} とし、一方、境界付近のイオン温度に対応する両極性拡散係数を D_{oi}' とする。境界から離れた位置のプラズマ中のイオン温度が低い場合でも、境界付近ではイオン温度が非常に高く、そこで ν_{ei} が大きな値となり、 D_{oi}' は D_{oi} より若干小さい。

いま、さやに接するプラズマ部分の密度こう配を $(dn/dr)_b$ とすると、境界のプラズマ部分から毎秒両極性拡散により失なわれる荷電粒子の数は、放電管の軸方向の単位長さあたり $-2\pi R D_{oi}' (dn/dr)_b$ である。さやの長さは短いので中心軸から境界部分までの距離はほぼ R とおいてよい。さやに接するプラズマで大きな電界があって、イオン温度が非常に高い部分は境界近くの狭い範囲と考え、この部分を通過する間に荷電粒子の数はほとんど変化がないとして次のよう

におく。

$$-2\pi R D_{oi}' \left(\frac{dn}{dr} \right)_b \cong -2\pi R D_{oi} \left(\frac{dn}{dr} \right)_p \quad (9)$$

ここで、 $(dn/dr)_p$ はさやから離れたプラズマ部分の荷電粒子の密度分布を、その分布の形に従って境界まで延長したときの境界におけるこう配である。プラズマ中の密度分布を零次のベッセル関数に従うとすると、 $(dn/dr)_p = -n_0(x_1/R)J_1(x_1)$ で示される。ここで、 n_0 は $r=0$ における n の値。 $x_1=2.405$ では $(dn/dr)_p = -1.248 n_0/R$ である。 $x_1 J_1(x_1)$ の値は x_1 が小さいほど小となる。

次に低気圧陽光柱では、さやの長さはイオンの平均自由行程に比して短く、さやの中でのイオンとガス原子との衝突は無視できる。よって、さやへ流入したイオンはすべて管壁に到達する。さやとプラズマとの境界付近の密度がどのようになるかは境界条件によって与えられる。修正された Schottky 理論では

$$-D_{oi}' (dn/dr)_{r=R} = n_b \bar{C}_{ib}/4 \quad \dots\dots\dots (10)$$

の関係が用いられている⁽⁹⁾。 n_b は境界付近のプラズマにおけるイオン密度、 $\bar{C}_{ib}$ はイオンの平均熱運動速度。(1) 式と (10) 式より x_1 と T_e の両者が得られる。 x_1 の値は $R\rho$ の大きい場合 2.405 に漸近する。なお、Bickerton 氏らは $T_e=300$ K に対応する $\bar{C}_{ib}$ を用いているので、修正された Schottky 理論より計算した $R\rho$ の小さい場合の T_e の値は実験値より低い。

さて、さやについての Bohm 氏の条件より、さや入口においてイオンの管壁に向う方向（半径方向すなわち管壁に垂直な方向）の速度成分に対する運動エネルギーを $kT_e/2$ とする。それに対応するイオンの運動速度は $\sqrt{kT_e/m_i}$ である。さや入口においてイオンは管壁に向う方向の速度成分をもっているが、その逆方向すなわちプラズマ方向へ向う速度成分をもったイオンはない。しかしながら、さやに近いプラズマ部分ではお互いに逆方向に向うイオンが存在する。さやに近いプラズマ部分の密度を n_b とすると、ほぼその半分がさやへ流入し、さや入口におけるイオン密度はほぼ $n_b/2$ であると考えられる。よって、さやへ流入するイオン流は $n_b \sqrt{kT_e/m_i}/2$ で与えられる。なお、さやに接するプラズマ中のイオンの全運動エネルギーを $3kT_e/2$ と仮定すると、プラズマに接する境界の単位面積に毎秒流入するイオン流は $n_b \sqrt{3kT_e/m_i}/4$ で $n_b \sqrt{kT_e/m_i}/2$ に近い値である。

以上より筆者は (10) 式の代わりに次式を用いる。

$$-D_{oi}' (dn/dr)_p \cong (n_b/2) \sqrt{kT_e/m_i} \dots\dots\dots (11)$$

*: 平均のイオン温度の計算例〔第 1 図曲線 (f) の場合〕を示すと、 $R=1$ cm, 放電電流 100 mA の場合に、 $P=1, 0.6, 0.3, 0.2, 0.1$ Torr について、それぞれ 434, 634, 1,159, 1,852, 3,728 K である。

〈2・3〉 低気圧における電子温度および境界近傍の荷電粒子密度 第1図に He 中で、 Rp に対する電子温度の実験値と計算値が示してある。実験値は Klarfeld 氏の実験値〔曲線(b)〕および筆者の実験値が示してある。

筆者の実験値は第2図のような放電管を用いて得た。この放電管は直径 2 cm の円板状の酸化陰極を持ち、電極近傍を除く他の大部分の直径は 2.2 cm で陰極直径に近い。また放電管には固定探針と可動探針があり、それらはすべて棒状探針で直径 0.2 mm であり、長さは固定探針が 1.5 mm、可動探針が 1 mm である。実験に用いた He の気圧は 0.1 Torr から 1 Torr の間で、この場合、放電電流は 100 mA である。電子温度の測定は主として P_3 および P_M の探針を用いた。

一方、 D_a として D_{ap} を用い、(1)、(2)式および

- (a) Schottky 理論
- (b) Klarfeld 実験値
- (c) 計算値 (イオン温度を考慮する)
- (d) 計算値 (準安定原子による電離を含まない)
- (e) 計算値 ($\sigma_{mm}=1 \times 10^{-14} \text{ cm}^2$, σ_{me} を含む)
- (f) 計算値 ($\sigma_{mm}=1 \times 10^{-14} \text{ cm}^2$)
- (g) 計算値 ($\sigma_{mm}=0.4 \times 10^{-14} \text{ cm}^2$)
- : 実験値

第1図 He 中における Rp に対する T_e の関係

Fig. 1. Relation between T_e and Rp in helium positive column.

第2図 放電管

Fig. 2. Discharge tube.

(11)式を用いた計算結果は、第1図の曲線(d)で示してある。これより筆者の計算値が実験値とかなりよく一致していることがわかる。なお、第1図には Schottky 理論の計算値も示してある(曲線(a))。Schottky 理論は Rp の小さい所で実験値との差が大である。

なお、Bickerton 氏らは $R=1.8 \text{ cm}$, $p=0.048 \text{ Torr}$ の場合について、境界における密度 n_0 と放電管軸上の密度 n_0 との比を与えている⁽⁶⁾。この値は 0.5 であり、この場合についての筆者の計算値は 0.49 で彼らの値とよく一致する。なお Rp の値の小さい場合には、後述する準安定原子の電離による影響は小さい。

3. 準安定原子による電離の効果

〈3・1〉 準安定原子による電離 ここで、He について準安定原子による電離を定量的に取り扱う。まず準安定原子の量を知ることが必要である。準安定原子の密度は発生と損失との平衡によって与えられる。準安定原子の損失について Biondi 氏⁽¹⁷⁾は、アフタグロー中でマイクロ波を用いて測定し、準安定原子の拡散係数として $520/p \text{ (cm}^2/\text{s)}$ を、また中性ガス原子との衝突による損失についての微視的断面積として $9.6 \times 10^{-21} \text{ cm}^2$ を与えている。

また Phelps 氏⁽¹⁸⁾はアフタグロープラズマの光吸収測定で、singlet 2^1S 準安定原子の破壊周波数の気圧に対する変化を求めている。拡散距離を Λ として、 $\Lambda^2=0.053 \text{ cm}^2$ で電子密度が小さいとき、気圧が 7 Torr より低い場合には拡散損失が主であり、これより高いときは体積損失、すなわち中性ガス原子との衝突による放射損失が大となる。さらに電子密度が大になると電子との衝突による triplet 2^3S への変換

が顕著になる。(12)式による毎秒の変換割合として、 $3.5 \times 10^{-7} S n_e$ を与えている。ここで S は 2^1S の密度である。一方、 2^3S の破壊周波数の測定では、 $\Lambda^2=2.1 \text{ cm}^2$ で気圧が 7 Torr ぐらいより低い場合に拡散損失が主であることを示している。気圧が大きくなると 2 原子との衝突による準安定分子への変換が大きくなる。また拡散係数として 2^1S に対して $(440 \pm 50)/p \text{ (cm}^2/\text{s)}$ を、 2^3S に対して $(470 \pm 25)/p \text{ (cm}^2/\text{s)}$ を与えている。さて、筆者は 1 Torr 以下を考えるので準安定原子の体積損失は少ないとし、また準安定原子を 1 種類として取り扱い、その密度を M 、拡散係数を D_m とする。

次に準安定原子は二体衝突による電離を行なう。

この反応の断面積を σ_{mm} 、ガス原子の平均熱運動速度

を $\bar{C}_g$ とすると、毎秒の電離数は $\sigma_{mm} \bar{C}_g M^2/2$ となる。ここで $1/2$ なる係数がついているのは、同種の原子間の衝突ではお互いに区別されないで、衝突回数を求める場合に必要となるためである。

準安定原子同志の衝突電離について、Biondi 氏は 2^1S 状態の二体衝突を取り扱っている。これに対して Phelps 氏ら⁽¹⁹⁾は、 2^3S 状態の二体衝突によって電離が生ずることを示しており、その断面積は室温で 10^{-14} cm^2 程度であるとしている。筆者は、ここで 2^1S および 2^3S の両者とも二体衝突によって電離するとし、その両者に対して同一値の σ_{mm} を考える⁽²⁰⁾。

なお、準安定原子と電子との衝突によっても電離が生じる⁽²¹⁾。Long 氏ら⁽²²⁾によると、 2^3S と電子との衝突による電離の断面積は電子のエネルギーが 4.78 eV 以上で次第に増大し、 8 eV 付近より大きい所ではだいたい一定値 $6.5 \times 10^{-16} \text{ cm}^2$ である。準安定原子と電子との衝突による電離断面積を σ_{me} とすると、この値は電子エネルギーによって変化する。よって、電子のエネルギー分布を考慮して、平均した断面積を $\bar{\sigma}_{me}$ とし、 dn_e を速度が C_e と $C_e + dC_e$ の間にある電子の数とすると、 $\bar{\sigma}_{me} = (1/n_e \bar{C}_e) \int_{C_m}^{\infty} \sigma_{me} C_e dn_e$ 。ここで $C_m = \sqrt{2e(V_i - V_m)/m_e}$ 、 V_i および V_m は電離電圧ならびに準安定準位への励起電圧である。

以上より準安定原子密度の時間的変化は、

$$\partial M / \partial t = n_e Z_{em} + D_m \nabla^2 M - \sigma_{mm}' \bar{C}_g M^2 - \bar{\sigma}_{me} \bar{C}_e n_e M \dots (14)$$

ここで $\sigma_{mm}' = \sigma_{mm}/2$ 、 Z_{em} は1個の電子が中性原子と衝突して毎秒つくる準安定原子の数であり、 2^1S および 2^3S の生成割合⁽²³⁾の合計をとる。

なお準安定原子の拡散損失 $D_m \nabla^2 M$ は、拡散距離 A を用いて $-D_m M/A^2$ とおく。

$\sigma_{mm}' = 0.5 \times 10^{-14} \text{ cm}^2$ 、準安定原子の温度を 300 K 、 $D_m = 520/p \text{ (cm}^2/\text{s)}$ 、 $1/A^2 = (2.405/R)^2 \text{ (cm}^{-2})$ では $M \ll 4.8 \times 10^{13}/R p^2$ の場合に $D_m M/A^2 \gg \sigma_{mm}' \bar{C}_g M^2$ である。また Long 氏らの値を用い、 2^1S と 2^3S が同一の $\bar{\sigma}_{me}$ の値を持つと仮定して、 $\bar{\sigma}_{me} \bar{C}_e \bar{n}_e$ の値を求めると、たとえば $p = 0.2 \text{ Torr}$ 、放電電流 150 mA の場合には、 D_m/A^2 の値よりだいたい1けた程度小さい。なお、 $\bar{n}_e$ は放電路の断面内における n_e の平均値である。

定常状態の陽光柱で D_m/A^2 に比して $\sigma_{mm}' \bar{C}_g M^2 + \bar{\sigma}_{me} \bar{C}_e n_e M$ が小さい場合には、 $M \cong n_e Z_{em}/(D_m/A^2)$ となり、 M は n_e に比例する。この場合 $\sigma_{mm}' \bar{C}_g M^2 + \bar{\sigma}_{me} \bar{C}_e n_e M = \sigma_{mm}' \bar{C}_g M^2 \{1 + (\bar{\sigma}_{me} \bar{C}_e D_m / \sigma_{mm}' \bar{C}_g Z_{em} A^2)\}$ となり、括弧の中は n_e にも M にもよらない。

$R = 1.1 \text{ cm}$ 、 $p = 0.2 \text{ Torr}$ 、 $I = 100 \text{ mA}$ では、この値は $1.7 \sigma_{mm}' \bar{C}_g M^2$ となる。

一方、 $\sigma_{mm}' \bar{C}_g M^2 + \bar{\sigma}_{me} \bar{C}_e n_e M$ が $D_m M/A^2$ に比して大きい場合には、この値はほぼ $n_e Z_{em}$ となる。

(14)式の各項に $2\pi r$ を乗じて $r=0$ より R まで積分し、これを πR^2 で割る。放電路の断面内における M の平均値を $\bar{M}$ 、 M^2 および $n_e M$ の平均値を $\beta(\bar{M})^2$ および $\beta \bar{n}_e \bar{M}$ とおくと定常状態では次式を得る。

$$\bar{M} = \frac{(D_m/A^2 + \beta \bar{\sigma}_{me} \bar{C}_e \bar{n}_e) + \sqrt{(D_m/A^2 + \beta \bar{\sigma}_{me} \bar{C}_e \bar{n}_e)^2 + 4 \beta \sigma_{mm}' \bar{C}_g Z_{em} \bar{n}_e}}{2 \beta} \quad (15)$$

M の r 方向分布が $J_0(x)$ に比例し、 $r=R$ で $x_1 = 2.405$ のとき $\beta = 1.44$ である。半径方向の密度分布が一様になるに従って β は1に近い値となる。

さて、放電路の断面全体について毎秒発生する荷電粒子の数は

$$Z_e \int_0^R 2\pi r n_e dr + \sigma_{mm}' \bar{C}_g \int_0^R 2\pi r M^2 dr + \bar{\sigma}_{me} \bar{C}_e \int_0^R 2\pi r n_e M dr$$

である。ここで

$$F = \frac{\sigma_{mm}' \bar{C}_g \int_0^R 2\pi r M^2 dr}{Z_e \int_0^R 2\pi r n_e dr} + \frac{\bar{\sigma}_{me} \bar{C}_e \int_0^R 2\pi r n_e M dr}{Z_e \int_0^R 2\pi r n_e dr} \dots \dots \dots (16)$$

とおくと、断面全体についての毎秒の荷電粒子の発生数は $(1+F) Z_e \int_0^R 2\pi r n_e dr$ となる。このようにする

と準安定原子による電離の効果を Z_e が $(1+F)$ 倍になることによって等価的に表わすことになる。電子密度は放電電流 I_d によって変わるので、 F は I_d によって変わる。 $F < 1$ では準安定原子の電離は、電子による中性原子の電離より少ない。準安定原子の電離が非常に大きくなり、 $\beta \sigma_{mm}' \bar{C}_g \bar{M}^2 + \beta \bar{\sigma}_{me} \bar{C}_e \bar{n}_e \bar{M} \gg D_m \bar{M}/A^2$ では $F \cong Z_{em}/Z_e$ となり、 F の値は n_e および M の値に関係しない。このとき電子密度の分布は零次のベッセル関数に従う。 Z_{em} が Z_e より大きいとき F は1より大である。

ここで、電子密度の分布が零次のベッセル関数に従うとすると、(1)式の代わりに次式ようになる。

$$Z_e \cong \{x_1^2 / (1+F) R^2\} D_{ap} \dots \dots \dots (17)$$

<3・2> 放電電流による E/p の変化 (1) 式の

代わりに(17)式を用い、さらに(2),(3),(11)式より磁界がない場合の Rp に対する T_e の値が種々な放電電流について計算できる。第1図の曲線(e)は、放電電流 100 mA で $\sigma_{mm}=1 \times 10^{-14} \text{ cm}^2$ とし、また準安定原子と電子との衝突による電離は 2^3S と 2^1S とを同じとして、Long 氏らの値を用いた場合の計算値を示す。なお同一放電電流で、準安定原子と電子との衝突による電離を無視して、 $\sigma_{mm}=1 \times 10^{-14} \text{ cm}^2$ とした場合の計算値を曲線(f)で、 σ_{mm} の値をやや小さい値として $\sigma_{mm}=0.4 \times 10^{-14} \text{ cm}^2$ とおいた場合の計算値を曲線(g)で示す*。

次に磁界がない場合について、各 Rp の値に対する計算値の T_e とそれぞれの Rp に対応する E/p の実験値より T_e と E/p の関係を与える。これを第3図に示す。この場合、 T_e の計算値に対応する E/p の実測値は同一放電電流 100 mA の場合に得られたものである。 T_e の計算値は σ_{mm} や σ_{me} の値のとり方で若干異なる。第3図(a)は準安定原子同志の衝突の電離断面積を $\sigma_{mm}=1 \times 10^{-14} \text{ cm}^2$ とし、また電子による準安定原子の電離の断面積に Long 氏らの値を用いた。(b)および(c)は準安定原子同志の衝突電離のみを考えた場合で、(b)は $\sigma_{mm}=1 \times 10^{-14} \text{ cm}^2$ のとき、(c)は $\sigma_{mm}=0.4 \times 10^{-14} \text{ cm}^2$ の場合である。この計算で D_m の値として Biondi 氏の実験値を用いた。 T_e の値が定まれば、それに対応する E/p の値は定まる。すなわち、 E/p は T_e のみの関数で、この関数には放電電流の影響は入らない。なお、図には筆者の実験値の T_e と E/p の関係も示してある。電界の測定には、第2図に示した放電管の探針 P_1 と P_3 を用い、 T_e の測定も同時に行なった。

次に放電電流を変化したときの電子温度を計算し、第3図を利用して E/p を求めた結果を第4図に示す。図は $R=1.1 \text{ cm}$ の場合で、 $p=0.3, 0.6$ および 1 Torr の場合について I_d を $10 \sim 500 \text{ mA}$ まで変えてある。

なお $R=1.1 \text{ cm}$ の場合、 $p=0.3 \text{ Torr}$ で I_d が 150 mA 、 0.6 Torr で 100 mA 、 1 Torr で 50 mA の程度よりも放電電流が大きい場合には、 $\sigma_{me} \bar{C}_e \bar{n}_e \bar{M}$ の値が $\sigma_{mm} \bar{C}_e \bar{M}^2$ よりも大きくなる。また、気圧が 0.6 あるいは 1 Torr のように高くなると D_m の値は減少する。この場合、放電電流が大きいところでは、 $\beta \sigma_{mm} \bar{C}_e \bar{M}^2 + \beta \sigma_{me} \bar{C}_e \bar{n}_e \bar{M}$ は $D_m \bar{M} / A^2$ よりも大きく、 $\bar{n}_e Z_{em}$ に近い値となってくる。したがって、こ

第3図 He 中における T_e と E/p の関係
Fig. 3. Relation between T_e and E/p in helium.

第4図 放電電流による E/p の値の変化
Fig. 4. E/p plotted against discharge current in helium positive column.

の場合には電流による E/p の変化はそれほど大きくない。

4. 磁界が存在する場合

〈4.1〉 磁界中陽光柱のイオンエネルギーと境界条件 磁界を横切る電子と正イオンの移動度および拡散係数をそれぞれ μ_e^* , μ_i^* および D_e^* , D_i^* で示す。このときの両極性拡散係数を D_a^* とすると、

$$D_a^* = \frac{k(T_e + T_i)}{e} \frac{\mu_e^* \mu_i^*}{\mu_e^* + \mu_i^*} \quad (18)$$

また半径方向の電界は

*: ここで M は 2^1S と 2^3S の和であり、 σ_{mm} は2個の準安定原子の衝突による電離の断面積をすべて同じとしたときの値である。 σ_{mm} の値が $1 \times 10^{-14} \text{ cm}^2$ よりも小さい場合に、どのような影響を与えるかを知るために、若干小さい値 $0.4 \times 10^{-14} \text{ cm}^2$ とおいた。

$$E_r = \frac{k(T_i \mu_i^* - T_e \mu_e^*)}{e(\mu_e^* + \mu_i^*)} \frac{1}{n} \frac{dn}{dr} \dots\dots\dots (19)$$

で示される。 B/p の値が大きくなって $\mu_i^* > \mu_e^*$ となると、 E_r/p の値は磁界がない場合に比べて小さい。よって、磁界がある場合の平均的なイオン温度はあまり大きくならないので、電子温度に対するイオン温度の影響は小さい。

磁界が非常に大きい場合には D_{e*} の値が小さく、管壁付近の電荷密度が小さくて、 x_1 を2.4とおいて電子温度を計算することができる。この場合、放電管の陰極の表面積が放電管の断面積より小さいときには、低気圧陽光柱で磁界の大きい所で放電プラズマの直径が管直径より小さくなる。しかし、第2図に示したように陰極直径と陽光柱部分の管径がほとんど同じ場合には、磁界の増加によってプラズマ直径が管直径より減少することはない。

次に磁界がそれほど大きくない場合には、(11)式を用いて x_1 を求める必要がある。磁界がそれほど大きくない場合には、イオンの旋回の直径がかなり大きいので、さやの中でイオンの運動は磁界がない場合とほぼ同じように考えてよい。境界について Bohm 氏の条件を考え、さや近傍のプラズマ中のイオンの一方向の運動エネルギーを $kT_e/2$ とすると、 $\mu_i^* \gg \mu_e^*$ の場合、前節で述べた D_{e*} に対応する磁界中の場合の値 D_{e*} に比してさや付近の両極性拡散係数 D_{e*} が大となる。しかし、この場合もさやに接して境界条件を整えている部分は狭い領域と考え、(9)式に示したような取り扱いが成りたつとし、 D_{e*} として D_{e*} を用いる。すなわち、(18)式中の T_i および μ_i^* としてプラズマ中の平均値を用いる。(11)、(17)式中の D_{e*} の代わりに D_{e*} を用いて x_1 と T_e の値が得られる。第5図は磁界を加えたときの n_b/n_0 の値の計算値を Bickerton 氏らの与えた値⁽⁵⁾と比較したものである。

〈4.2〉 磁界に対する E/p の関係 低気圧の陽光柱において、磁界の値を増加して B_c に近くなると、 E/p の変化がゆるやかになる。この場合、後述するように準安定原子による電離を考えないで計算して得た T_e から求めた E/p の値は実験値よりかなり低い。そこで B_c よりも前においても損失が増加しているようにみえる。しかし、測定によって振動が見られない状態においても、その差が明らかに存在する。

この場合においても、準安定原子による電離の効果を含めて T_e を計算し、その T_e より求めた E/p の値は実験値に近い値である。

さて、(11)式および(17)式中の両極性拡散係数とし

第5図 n_b/n_0 の値の磁界の強さによる変化

Fig. 5. n_b/n_0 as a function of B . Helium, $p=0.048$ Torr, $R=1.8$ cm.

て(18)式を用い、イオン温度としてプラズマ中の平均値を用いる。(11)、(17)式および(2)式より磁界の大きさに対する T_e の値が計算される。この T_e から第3図を用いて得た E/p の結果の例を第6図および第7図に示す。第6図および第7図で曲線(a)および(a')は $\sigma_{nm}=1 \times 10^{-14} \text{ cm}^2$ で、また電子による準安定原子の電離の断面積として 2^3S に対する Long 氏らの値を使用した場合で、それぞれ 100 mA と 300 mA の場合である。(b)、(b')、(c)、(c')は電子による準安定原子の電離を含まず、(b)および(b')は $\sigma_{nm}=1 \times 10^{-14} \text{ cm}^2$ 、(c)および(c')は $\sigma_{nm}=0.4 \times 10^{-14} \text{ cm}^2$ でそれぞれ 100 mA と 300 mA の場合を示す。

第6図は $R=1.1$ cm, $p=0.2$ Torr の場合で、曲線(a)および(a')は、磁界の大きい場合に実験値の E/p の値より小さい。しかし、磁界の小さい所では曲線(b)および(b')に近い。磁界が大きい場合には電子温度が減少し E/p が小さい。このため Z_{em} の値が磁界のない場合よりも著しく小さいので、準安定原子密度が小さい。よって、磁界が大きいところでは $\sigma_{me} \bar{C}_e \bar{n}_e \bar{M}$ が $\sigma_{nm}' \bar{C}_e \bar{M}^2$ より大きくなる。磁界が大きいところで得られた E/p の値が実験値より低いので、この場合、電子による準安定原子の電離の影響がかなり大きいことを示している。曲線(b)、(b')は(a)、(a')より実験値に近い。また曲線(c)、(c')は実験値に近いが、電流による E/p の変化が小さい。

次に第7図は $R=1.1$ cm, $p=0.11$ Torr の場合で、放電電流が 300 mA の場合の曲線(a')は、磁界の大きい所で実験値より小さい。100 mA の場合の曲線(a)では実験値よりわずかしかならない。これは、気圧が低いので準安定原子密度が減少し、準安定原子の電離の影響が $p=0.2$ Torr の場合より小さくなるためである。なお、曲線(b')は(a')より実験値に近い。曲線(c)、(c')は実験値とかなり近い値であるが、電流による E/p の変化が小さい。また図には Bicker-

第 6 図 磁界の強さによる E/p の値の変化

Fig. 6. E/p plotted against the magnetic field strength. Helium, $p=0.2$ Torr, $R=1.1$ cm.

第 7 図 磁界の強さによる E/p の値の変化

Fig. 7. E/p plotted against RB . Helium, $p=0.11$ Torr, $R=1.1$ cm

ton 氏の実験値, $R=1.8$ cm, $P=0.048$ cm, $I_d=100$ mA の場合が参考のため示してある(曲線(d))。この場合振動はない⁽⁵⁾。

次に, 準安定原子による電離を無視して Rp に対する T_e を計算すると, その値は準安定原子の電離を考慮した場合より大きい。よって, 各 Rp に対するこの計算値の T_e と E/p の実験値から T_e と E/p の関係を求めると第 3 図の曲線 (a), (b), (c) より上のはうになる。この T_e と E/p の関係を用い, 準安定原子の電離を考えないで計算した場合には磁界の大きい所で得られた E/p の値が実験値よりかなり低い

値となり, その差は相当大きい。その例を $R=1.1$ cm, $p=0.11$ Torr の場合について第 7 図 (e) に示す。これに対して準安定原子による電離を考えると, 実験値に近い値が得られる。

5. む す び

低気圧のヘリウム陽光柱において, プラズマとさやとの境界において, さやへ流入するイオン流の大きさを考慮し, またプラズマ中のイオン温度を求め, さらに準安定原子の電離の効果を含めて電子温度が計算された。 Rp が 0.1 cm-Torr 付近以下でも, 計算値は実験値に近い値となった。また準安定原子の電離を考慮して, 放電電流を 10 mA から 500 mA まで変化したときの電子温度を計算し, それより求めた E/p の値は実験値とよく一致した。

次に, 準安定原子の電離を考慮した陽光柱理論を磁界のある場合の陽光柱にも適用することによって, 実験値に近い結果を得ることができた。

本研究の実験について種々ご援助をいただいた中嶋英司氏, 大橋秀昭氏および柿島徳一氏に深く感謝する。(昭和 47 年 7 月 24 日受付, 同 49 年 2 月 8 日再受付)

文 献

- (1) W. Schottky: Physik. Zeits. 25, 635 (1924)
- (2) L. Tonks & I. Langmuir: Phys. Rev. 34, 876 (1929)
- (3) S.A. Self & H.N. Ewald: Phys. Fluids 9, 2486 (1966)
- (4) K.B. Persson: Phys. Fluids 5, 1625 (1962)
- (5) R.J. Bickerton & A. von Engel: Proc. Phys. Soc. B 69, 468 (1956)
- (6) B. Lehnert: Proceedings of the Second International Conference on Peaceful Use of Atomic Energy (United Nations, Geneva, 1958) 32, 349
- (7) A. von Engel & M. Steenbeck: Elektrische Gasentladungen, vol. 1, Berlin Springer (1932)
- (8) A.V. Phelps, J.L. Pack & L.S. Frost: Phys. Rev. 117, 470 (1960)
- (9) J.M. Anderson: Phys. Fluids 7, 1517 (1964)
- (10) J.A. Hornbeck: Phys. Rev. 84, 615 (1951)
- (11) B.M. Smirnov & M.I. Chibsov: Soviet Phys. Tech. Phys. 10, 88 (1965)
- (12) A.V. Phelps & S.C. Brown: Phys. Rev. 86, 102 (1952)
- (13) B. Klarfeld: J. Tech. Phys. USSR 4, 44 (1937); 5, 725 (1938)
- (14) L.S. Frost: Phys. Rev. 105, 354 (1957)
- (15) L.B. Loeb: Basic Processes of Gaseous Electronics, p. 221 (1961)
- (16) A. Guthrie & R.K. Wakerling: The characteristics of Electrical Discharges in Magnetic Fields p. 80 (1949)
- (17) M.A. Biondi: Phys. Rev. 88, 660 (1952)
- (18) A.V. Phelps: Phys. Rev. 99, 1307 (1955)
- (19) A.V. Phelps & T.P. Molnar: Phys. Rev. 89, 1202 (1953)
- (20) H.S.W. Massey: Electronic and Ionic Impact Phenomena III, 1806 (1971)
- (21) J.B. Hasted: Physics of Atomic Collisions, p. 142 (1964)
- (22) D.R. Long & R. Geballe: Phys. Rev. A, 1, 260 (1970)
- (23) H.S.W. Massey & E.H.S. Burhop: Electronic and Ionic Impact Phenomena, I, 306 (1969)