間接式抵抗炉炉内温度の均一化法と その温度上昇特性の解析

名古屋工業大学

名古屋工業大学

名古屋大学

南 里 孝 行

石 野 幸 三

市 川 真 人

1. ま え が き

熱加工、熱処理用の角形間接式電気抵抗炉において炉内温度の均一化は重要な問題である。また、密閉、空炉状態で炉内温度が所定時間に指定温度に到達するよう炉を設計することは、抵抗炉設計の第一歩である。従来、炉内温度の均一化については、経験および定性的な考察に基づき種々の方法が考えられてきた。しかし、これらの方法による炉内温度の均一化に関する定量的、理論的解析は皆無であり、そのため効果的な炉内温度の均一化を実現し得ていない。密閉空炉の昇温特性に関しては、炉壁内熱伝導が一次元ないし比較的簡単な場合について、Paschkis⁽¹⁾, Brovvers⁽²⁾氏らおよび筆者ら⁽³⁾が発表し、古くは川崎舎氏⁽⁴⁾が実炉の炉壁を適当にいくつかの一次元熱伝導領域に分割して、各々一次元熱伝導問題として研究している。また、林氏⁽⁵⁾が実炉に関する実測資料に基づき、すでによく知られている実験式を得、炉設計の有力な指針を与えているが、同実験式に含まれる係数値の理論的意味づけが必ずしも実用上明らかなでないうらみがある。更に、筆者らの一人市川ら⁽⁶⁾が理想化した角形炉の一例について、炉内昇温特性をデジタル計算機により解析している。

本文では、炉を密閉、空炉状態と仮定し、解析可能

とするため、理想化された角形炉に関し以下の仮定をする。発熱体および炉内空気は熱容量を無視し、発熱体の加熱電力一定で、理想熱絶縁断熱壁をもつものとし、この条件のもとで、次の三つの代表的な均一化法

(I) 炉内壁面中央部、隅部に面する発熱体の加熱電源を回路分割方式にして、隅部発熱体の表面電力密度を中央部発熱体の表面電力密度よりも大きくする。

(II) 炉内壁面に耐火性、高熱伝導率の炉材を内張りする。

(III) (I), (II) の併用。

に関し、炉内壁および発熱体の昇温特性に関し一般的な解析方法を提案し、更に炉内均熱度の定量的な評価として、炉内壁面の最高温度と最低温度との温度差(簡単に最大温度差と言う)をとり、これら三つの方法による炉内均熱度を検討し、炉内温度均一化のための炉設計に対し有力な指針を与えた。また、角形炉の昇温特性が一般的かつ簡単に論じられるよう、炉内壁平均温度を想定し、この平均温度が炉壁内熱伝導が一次元的である無限大平面炉の昇温解を用いて簡単に算出されうことを示し、その近似計算式を与えた。

2. 解析方法

〈2・1〉 支配方程式の無次元化 第1図に示す角形炉の伝熱問題を一般的に論じるため関係諸量を無次元化すれば、支配方程式は次式のように与えられる。

炉壁内部において、

$$\left. \begin{aligned} (1+\partial\phi)\partial\phi/\partial\tau &= \partial/\partial X \cdot \{(1+\gamma\phi)\partial\phi/\partial X\} \\ &+ \partial/\partial Y \cdot \{(1+\gamma\phi)\partial\phi/\partial Y\} \\ &+ \partial/\partial Z \cdot \{(1+\gamma\phi)\partial\phi/\partial Z\} \end{aligned} \right\} \quad (\text{熱伝導方程式})$$

Equalization of Inner Wall-Temperature Distribution of Rectangular Indirect Resist. Furnaces and Related Analyses. By T. NANRI, Member, K. ISHINO, Member (Faculty of Engineering, Nagoya Institute of Technology) & M. ICHIKAWA, Member (Faculty of Engineering, Nagoya University).

南里孝行: 正員, 名古屋工業大学工学部

石野幸三: 正員, 名古屋工業大学工学部

市川真人: 正員, 名古屋大学工学部

θ : 温度, θ_0 : 炉壁, 発熱体, 炉内空気の初期温度, $\lambda = \lambda_0(1 + \alpha\theta)$: 熱伝導率, $s\rho = (s\rho)_0(1 + \beta\theta)$: 体積比熱, $\lambda_0, (s\rho)_0$: 熱伝導率, 体積比熱の 0°C の値, α, β : 熱伝導率, 体積比熱の温度係数, $Q_h = A_w q_r = A_h q_h$: 発熱体加熱電力, A_w, A_h : 炉内壁, 発熱体の表面積, q_r : 炉内壁面平均熱流密度, q_h : 発熱体表面電力密度, l_1 : 炉壁の厚さ, l_2, l_3, l_4 : x, y, z 軸方向の炉内壁長の半分の長さ, d : 発熱体と炉内壁面との間隔, ϵ_w : 炉内壁面の放射率 (代表値 ≈ 0.5), ϵ_h : 発熱体の放射率 (代表値 ≈ 0.9)

第 1 図 角形炉系の諸定数

Fig. 1. Definitions of symbols employed in rectangular wall furnace considered.

$$\left. \begin{aligned} \text{炉内壁面において} \\ (1 + \gamma\phi)\partial\phi/\partial n = -q' \\ \text{炉外壁面において,} \\ \partial\phi/\partial n = 0 \end{aligned} \right\} \text{(境界条件)}$$

$\partial\phi/\partial n$ は炉内, 外壁面の法線方向の微分係数を示し, $n \rightarrow X, Y, Z$ である。

$$\phi(X, Y, Z, 0) = 0 \quad \text{(初期条件)}$$

ここで

$$\begin{aligned} \phi &= (\theta - \theta_0)/\theta_r, \quad \tau = t_i/t_r, \quad \theta_r = q_r l_1/\lambda_0', \\ t_r &= (s\rho)_0' l_1^2/\lambda_0', \quad X = x/l_1, \quad Y = y/l_1, \\ Z &= z/l_1, \quad q' = q/q_r, \quad \lambda_0' = \lambda_0(1 + \alpha\theta_0), \\ (s\rho)_0' &= (s\rho)_0(1 + \beta\theta_0), \quad \gamma = \alpha'\theta_r, \quad \delta = \beta'\theta_r, \\ \alpha' &= \alpha/(1 + \alpha\theta_0), \quad \beta' = \beta/(1 + \beta\theta_0) \quad \dots (2) \end{aligned}$$

であり, $\theta = \theta(x, y, z, t_i)$, $q = q(x, y, z, t_i)$, $\phi = \phi(X, Y, Z, \tau)$, $q' = q'(X, Y, Z, \tau)$, t_i : 時間, q : 熱流密度, ϕ : 無次元温度, τ : 無次元時間, q' : 無次元熱流密度, θ_r : 基準温度, t_r : 基準時間, X, Y, Z : 無次元距離とする。

2.2 炉内壁面に供給される熱流密度の算出

解析の都合上, 発熱体が H 個の独立した発熱体 ($\bar{h}$) ($\bar{h} = 1, 2, \dots, H$) から構成され, 炉内壁面が W 個の温度の異なる部分, 炉内壁面 ($\bar{w}$) ($\bar{w} = 1, 2, \dots, W$) に分割されるものとする。炉内における放射伝熱⁽⁷⁾および対流伝熱⁽⁸⁾を考慮すれば, 任意の炉内壁面 ($\bar{w}$) 部

に入る無次元熱流密度 q_w' は

$$\begin{aligned} q_w' &= (h_w \theta_r / q_r) (\phi_{\text{air}} - \phi_w) \\ &+ \sum_{w'=1}^W \frac{\sigma \theta_r^4}{q_r} F_{w\bar{w}'} [\{\phi_{w'} + (273 + \theta_0)/\theta_r\}^4 \\ &- \{\phi_w + (273 + \theta_0)/\theta_r\}^4] \\ &+ \sum_{h'=1}^H \frac{\sigma \theta_r^4}{q_r} F_{w\bar{h}'} [\{\phi_{h'} + (273 + \theta_0)/\theta_r\}^4 \\ &- \{\phi_w + (273 + \theta_0)/\theta_r\}^4] \quad \dots (3) \end{aligned}$$

また, 任意の発熱体 ($\bar{h}$) 部から出る無次元表面電力密度 q_h' の関係式として

$$\begin{aligned} q_h' &= Q_h / A_h q_r = (h_h \theta_r / q_r) (\phi_{\bar{h}} - \phi_{\text{air}}) \\ &+ \sum_{w'=1}^W \frac{\sigma \theta_r^4}{q_r} F_{h\bar{w}'} [\{\phi_{\bar{h}} + (273 + \theta_0)/\theta_r\}^4 \\ &- \{\phi_{w'} + (273 + \theta_0)/\theta_r\}^4] \\ &+ \sum_{h'=1}^H \frac{\sigma \theta_r^4}{q_r} F_{h\bar{h}'} [\{\phi_{\bar{h}} + (273 + \theta_0)/\theta_r\}^4 \\ &- \{\phi_{h'} + (273 + \theta_0)/\theta_r\}^4] \quad \dots (4) \end{aligned}$$

が得られ, 更に, 仮定により炉内空気にエネルギーが蓄積されないことから次式を得る。

$$\begin{aligned} (\theta_r / q_r) \left\{ \sum_{w'=1}^W A_{w'} h_{w'} (\phi_{w'} - \phi_{\text{air}}) \right. \\ \left. + \sum_{h'=1}^H A_{h'} h_{h'} (\phi_{h'} - \phi_{\text{air}}) \right\} = 0 \quad \dots (5) \end{aligned}$$

ただし

$$\begin{aligned} A_{\bar{h}} F_{h\bar{w}'} &= A_{w'} F_{w'\bar{h}}, \quad A_{\bar{h}} F_{h\bar{h}'} = A_{h'} F_{h'\bar{h}}, \\ A_w F_{w\bar{w}'} &= A_{w'} F_{w'\bar{w}}, \\ \sum_{w'=1}^W F_{w\bar{w}'} + \sum_{h'=1}^H F_{w\bar{h}'} &= \epsilon_w, \\ \sum_{w'=1}^W F_{h\bar{w}'} + \sum_{h'=1}^H F_{h\bar{h}'} &= \epsilon_h \quad \dots (6) \end{aligned}$$

であり, また $h_w, h_{w'}$: 炉内壁面 ($\bar{w}$), ($\bar{w}'$) 部における熱伝導率, $h_{\bar{h}}, h_{h'}$: 発熱体 ($\bar{h}$), ($\bar{h}'$) 部における熱伝導率, Q_h : 発熱体 ($\bar{h}$) 部の加熱電力, $A_{\bar{h}}, A_{h'}$: 発熱体 ($\bar{h}$), ($\bar{h}'$) 部の表面積, $A_w, A_{w'}$: 炉内壁面 ($\bar{w}$), ($\bar{w}'$) 部の面積, $F_{h\bar{w}'}, F_{w'\bar{h}}$: 発熱体 ($\bar{h}$) 部と炉内壁面 ($\bar{w}'$) 部, 炉内壁面 ($\bar{w}$) 部と発熱体 ($\bar{h}$) 部との交換係数*, $F_{h\bar{h}'}, F_{h'\bar{h}}$: 発熱体 ($\bar{h}$) 部と ($\bar{h}'$) 部と ($\bar{h}'$) 部と ($\bar{h}$) 部との交換係数, $F_{w\bar{w}'}, F_{w'\bar{w}}$: 炉内壁面 ($\bar{w}$) 部と ($\bar{w}'$) 部, ($\bar{w}'$) 部と ($\bar{w}$) 部との交換係数, $\phi_{\bar{h}}, \phi_{h'}$: 発熱体 ($\bar{h}$), ($\bar{h}'$) 部の無次元温度 ($(\theta_{\bar{h}} - \theta_0)/\theta_r, (\theta_{h'} - \theta_0)/\theta_r$), $\phi_w, \phi_{w'}$: 炉内壁面 ($\bar{w}$) 部, ($\bar{w}'$) 部の無次元温度 ($(\theta_w - \theta_0)/\theta_r, (\theta_{w'} - \theta_0)/\theta_r$), ϕ_{air} : 炉内空気の無次元平均温度 ($(\theta_{\text{air}} - \theta_0)/\theta_r$), $\theta_{\bar{h}}, \theta_{h'}$: 発熱体 ($\bar{h}$), ($\bar{h}'$) 部の温度, $\theta_w, \theta_{w'}$: 炉内壁面 ($\bar{w}$), ($\bar{w}'$) 部の温度, θ_{air} : 炉内空

*: Radiant-exchange factor

気平均温度、 σ : ステファン-ボルツマン定数。

ここで、炉内空気の流れを自然対流状態で、しかも層流とし、簡単のため炉内壁面(w)部、発熱体(h)部における熱伝達率を

$$\left. \begin{aligned} h_w &= H_c \theta_r^{1/4} |\phi_w - \phi_{air}|^{1/4} \\ h_h &= H_c \theta_r^{1/4} |\phi_h - \phi_{air}|^{1/4} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

とする。ただし、 H_c は定数とする。(4)、(5)式から ϕ_h, ϕ_{air} を求め、これらを(3)式に代入し q_w' を求める。

ここで、炉内壁面相互間、炉内壁面と発熱体間および発熱体相互間の交換係数を求めることがまず最初に必要であるが、一般に発熱体の形状、配置などを考慮して、厳密に交換係数を求めることは極めて難しい。従って、筆者らは第2図に示すように発熱体の表面積を板状に展開し、(I)の均一化法の解析への応用を考慮して、炉内壁面を三つの部分、すなわち中央部、隅部(1){炉内壁2面が作る稜線部}、隅部(2){炉内壁3面が交わって作る“かど”の部分}に分割して(発熱体も同様に三分割、第2図参照)近似的に交換係数を算出した。ただし、発熱体は炉内空間に様に分布配置してある、と仮定している。従って、算出された交換係数は本来微小部分に分割算定されるべき実炉のそれと幾分は異なる。しかし、交換係数が少々事実と相違しても放射系の物理的性質、すなわち系全体の温度分布を一樣化する傾向があるため、本文で論じる炉内壁および発熱体昇温特性への交換係数差異の影響は事

実上ほとんど現われないと判断した。

〈2・3〉 炉内平均温度 三角形炉の温度上昇特性が一般的にしかも簡単に論じられるよう、無次元炉内平均温度 ϕ_{av} を想定し、次式のように定義する。

$$\phi_{av} = \frac{1}{A_w} \sum_{w'=1}^W A_{w'} \phi_{w'} \dots\dots\dots (8)$$

以上、(1)~(8)式を用い、ディジタル計算機により炉内壁、発熱体の昇温特性を解析する。

3. 炉内温度の均一化

本章では、炉壁材の熱伝導率、体積比熱を温度に無関係に一定とし、かつ $\theta_0 = 0^\circ\text{C}$ とする。この条件のもとで、〈3・1〉~〈3・3〉節では炉内において対流伝熱を無視し($H_c = 0$)、放射伝熱のみを考慮し、(I)、(II)、(III)の均一化法について論じ、〈3・4〉節で対流伝熱の影響について述べる。

〈3・1〉 (I) の均一化法 この方法において、現状での発熱体最高使用温度の制約⁽⁹⁾などを考慮して、炉内壁面の均熱度をできる限りよくするよう、発熱体①、②、③の各部分(第2図参照)について、各表面積が発熱体全体に対し占める割合ならび各部加熱電力の配分を決定する必要がある。第2図に示す立方体炉例について、 $A_w'/A_h' = 0.554$, $l'/l = 5/3$, $q_r = 0.8 \text{ W/cm}^2$, $\theta_r = 800^\circ\text{C}$ とし (A_w', A_h' は炉内壁、発熱体の全無次元表面積), A_{h3}'/A_h' (まず A_{h3}'/A_h' を定めると第2図から $A_{h2}'/A_h' = 2(\sqrt{A_{h3}'}/A_h' - A_{h3}'/A_h')$, A_{h1}'/A_h'

θ_r ; 基準温度 $= q_r l_1 / \lambda_0$ ($\theta_0 = 0^\circ\text{C}$ と仮定)

発熱体	中 央 部 ①	隅 部 (1) ②	隅 部 (2) ③
無次元諸量			
温 度	$\phi_{h1} = \theta_{h1} / \theta_r$	$\phi_{h2} = \theta_{h2} / \theta_r$	$\phi_{h3} = \theta_{h3} / \theta_r$
表面電力密度	$q_{h1}' = q_{h1} / q_r$	$q_{h2}' = q_{h2} / q_r$	$q_{h3}' = q_{h3} / q_r$
表 面 積	$A_{h1}' = 48(l' - d' - b')^2$	$A_{h2}' = 96(l' - d' - b')b'$	$A_{h3}' = 48b'^2$
加 熱 電 力	$Q_{h1}' = A_{h1}' q_{h1}'$	$Q_{h2}' = A_{h2}' q_{h2}'$	$Q_{h3}' = A_{h3}' q_{h3}'$

$\theta_{h1}, \theta_{h2}, \theta_{h3}$; 発熱体温度

内 壁 面	中 央 部 ①	隅 部 (1) ②	隅 部 (2) ③
無次元諸量			
温 度	$\phi_{w1} = \theta_{w1} / \theta_r$	$\phi_{w2} = \theta_{w2} / \theta_r$	$\phi_{w3} = \theta_{w3} / \theta_r$
表 面 積	$A_{w1}' = 24(l' - d')^2$	$A_{w2}' = 48(l' - d')d'$	$A_{w3}' = 24d'^2$

$\theta_{w1}, \theta_{w2}, \theta_{w3}$; 内壁面温度

無次元炉内平均温度; $\phi_{av} = \theta_{av} / \theta_r$, θ_{av} ; 炉内平均温度

無次元最大温度差; $\phi_{d,max} = \text{Max} |\phi_{wi} - \phi_{wj}| = \theta_{d,max} / \theta_r$

$\theta_{d,max}$; 最大温度差 ($1 \leq i, j \leq 3$)

$A_h' = A_{h1}' + A_{h2}' + A_{h3}'$, $A_w' = A_{w1}' + A_{w2}' + A_{w3}'$, $Q_h' = Q_{h1}' + Q_{h2}' + Q_{h3}'$

第2図 交換係数算出のための炉内壁面および発熱体の分割法

Fig. 2. Sectionalizations of furnace inner walls and of electric heaters for calculation of radiant-exchange factors.

第3図 (I)の均一化法を適用した角形炉の発熱体加熱電力

Fig. 3. Heating powers supplied to electric heaters of rectangular wall furnace when equalizing method (I) is applied.

$= (1 - \sqrt{A_{h3}'/A_h'})^2$ を得る) を変化させ、各 A_{h3}'/A_h' に関し最大温度差をほぼ最小にする発熱体①, ②, ③の無次元加熱電力を求め、各発熱体無次元加熱電力の全発熱体無次元加熱電力に対する割合を、 A_{h3}'/A_h' を横軸変数にして図示したものが第3図である。また、このときの最大温度差、発熱体温度(いずれも実温度)を第4図に示す。ここで、発熱体①, ②, ③の加熱電力分配を表示する際、無次元加熱電力の代わりに無次元表面電力密度(各発熱体無次元加熱電力をその無次元表面積で割ったもの)を便宜上用いた。なお、以下の図も同様である。第4図から、発熱体③の表面積を小さくして表面電力密度を大きくすればするほど、これは高温になるが、炉内の均熱度は良くなることわかる。しかし、発熱体の使用温度には限度があり、発熱体の最高使用温度を考慮してできるだけ均熱度を良くするには、 $A_{h3}'/A_h' \approx 0.01$ 程度にする必要がある。このとき、発熱体①, ②, ③の表面電力密度が等しい場合(普通の炉設計に相当)に比較し、炉内の均熱度は約40%改善され、最大温度差はほぼ100°C以下になる。

次に、基準温度 θ_r および炉内壁長の半分の無次元長さ l' が、炉内平均温度 θ_{av} 、最大温度差 $\theta_{d,max}$ 、発熱体温度 $\theta_{h1}, \theta_{h2}, \theta_{h3}$ に及ぼす影響などを検討した。すなわち、 $\theta_r = 800^\circ\text{C}$ (前掲例)、 $1,000^\circ\text{C}$ 、 $2,000^\circ\text{C}$ ； $l' = 5/3$ (前掲例)、 $10/3$ の各場合について、 $\theta_{d,max}$ 、 θ_{av} 、 $\theta_{h1}, \theta_{h2}, \theta_{h3}$ の計算結果を第5図に示す。なお、図中5,6の場合炉外壁面中央部の温度をも合わせて示した。また、図中〔 〕の場合は既掲計算例であることを示す(第6図以下も同様)。第5図から次のことが知られる。

普通の炉設計の場合 ($q_{h1}' = q_{h2}' = q_{h3}'$ 、曲線〔1〕、2,3)

(1) 〔1〕, 3の場合から、 $q_r, l', A_w/A_h'$ が一定で、

- 1: $A_{h3}'/A_h' = 0.00543$ ($q_{h2}' = 79 q_{h1}'$, $q_{h3}' = 1,185 q_{h1}'$)
- 2: $A_{h3}'/A_h' = 0.008$ ($q_{h2}' = 35 q_{h1}'$, $q_{h3}' = 525 q_{h1}'$)
- 3: $A_{h3}'/A_h' = 0.01108$ ($q_{h2}' = 28 q_{h1}'$, $q_{h3}' = 420 q_{h1}'$)
- 4: $A_{h3}'/A_h' = 0.0119$ ($q_{h2}' = 28 q_{h1}'$, $q_{h3}' = 420 q_{h1}'$)
- 5: $q_{h1}' = q_{h2}' = q_{h3}'$ ($\theta_{h1} \approx \theta_{h2} \approx \theta_{h3}$)

第4図 炉内壁および発熱体の昇温特性

Fig. 4. Temperature rise characteristics of furnace inner walls and of electric heaters.

- 〔1〕: $\theta_r = 800^\circ\text{C}$, $l' = 5/3$, $d' = 1/12$
 - 2: $\theta_r = 1,000^\circ\text{C}$, $l' = 10/3$, $d' = 1/6$
 - 3: $\theta_r = 2,000^\circ\text{C}$, $l' = 5/3$, $d' = 1/12$
 - 〔4〕: $\theta_r = 800^\circ\text{C}$, $l' = 5/3$, $d' = 1/12$
 - 5: $\theta_r = 1,000^\circ\text{C}$, $l' = 10/3$, $d' = 1/6$
 - 6: $\theta_r = 2,000^\circ\text{C}$, $l' = 5/3$, $d' = 1/12$
- $q_{h1}' = q_{h2}' = q_{h3}'$ ($\theta_{h1} \approx \theta_{h2} \approx \theta_{h3}$)
 $q_{h2}' = 28 q_{h1}'$, $q_{h3}' = 420 q_{h1}'$, $A_{h3}'/A_h' = 0.01108$

第5図 θ_r, l' をパラメータにした炉内壁および発熱体の昇温特性

Fig. 5. Temperature rise characteristics of furnace inner walls and of electric heaters with parameter θ_r, l' .

θ_r が大きくなると同一炉内平均温度に対する最大温度差は大きくなる。

(2) 2の場合は、もし $l' = 5/3$ であるとすれば3の場合における θ_r の1/2倍であるから、3の場合よ

り同一炉内平均温度に対する最大温度差は小さくなるはずであるが、 U' が 3 の場合の 2 倍 ($U'=10/3$) となっているため、この影響を受け、同一炉内平均温度に対する最大温度差は 3 の場合とほとんど等しくなる。すなわち、 $q_r, A_w'/A', \theta_r$ が一定で、 U' が大きくなると同一炉内平均温度に対する最大温度差は大きくなる。

(3) $q_r, A_w'/A_k'$ が一定の場合, 同一炉内平均温度に対する発熱体温度は l', θ_r にほとんど無関係である (図には混乱を避け示してない)。

(4) ここでは示さなかったが、 $A_w'/A_n', l', \theta_r$ が一定で、 q_r を大きくすると、同一炉内平均温度に対する最大温度差、発熱体温度は大きくなる。また、 l', θ_r, q_r が一定で、 A_w'/A_n' を大きくすると、同一炉内平均温度に対する最大温度差はほとんど変化せず、発熱体温度は大きくなる。

(I) の均一化法による炉設計の場合 ($q_{h1}' \approx q_{h2}'$
 $\approx q_{h3}'$, 曲線〔4〕, 5, 6, ただし, 全加熱電力一定)

(5) $q_r, A_w'/A_n'$ が一定の場合, 同一炉内平均温度に対する最大温度差, 発熱体温度は l', θ_r にほとんど依存しない。

(6) 5, 6 の場合、熱伝導率としてシャモットれんがの代表値 $\lambda_0 = 2.196 \times 10^{-3} \text{ (cal/cm} \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C)}$ をとれば、5 の場合 $l_1 = 11.5 \text{ cm}$, $l = 38.4 \text{ cm}$, 6 の場合 $l_1 = 23 \text{ cm}$, $l = 38.4 \text{ cm}$ となる。すなわち、5 の場合は 6 の場合における炉壁厚の半分 ($= 11.5 \text{ cm}$) のところで熱絶縁した状態に相当し、5, 6 の場合、同一炉内平均温度に対する炉外壁面温度はかなり異なるが (外壁温度 5, 6 曲線)、発熱体温度、最大温度差はほとんど等しくなる。これは普通の炉設計である 2, 3 の場合にも成立する。従って、耐火壁を理想熱絶縁状態とする本文での仮定は、炉内平均温度に対する最大温度差、発熱体温度を検討する限りにおいて問題ない。

最後に、(1)の均一化法による炉設計に関し、 q_r および A_w'/A_h' が最大温度差、炉内平均温度、発熱体温度に及ぼす影響を以下考察する。 $A_w'/A_h'=0.554$, $l'=5/3$ で、 $q_r=0.5 \text{ W/cm}^2 (=q_r(0.5))$ と記す、以下同様) ($\theta_r=500^\circ\text{C}$), $q_r=0.65 \text{ W/cm}^2$ ($\theta_r=650^\circ\text{C}$), $q_r=0.8 \text{ W/cm}^2$ ($\theta_r=800^\circ\text{C}$) の場合に関し、最大温度差、炉内平均温度、発熱体温度を図示したものが第6図である。また、この図から同一炉内平均温度に対する最高温発熱体③の温度 $\theta_{h3}(0.65)$, $\theta_{h3}(0.8)$ を $q_r(0.5)$ の場合の温度 $\theta_{h3}(0.5)$ を基準として第7図に示した。第6図、第7図から次のことがわかる。 q_r が小さいほど、同一炉内平均温度に対し最大温度差は小さく、発熱体温度も低くなり、発熱体の寿命、炉内均熱度の点で好ましくなるが、一方、炉内平均温度が所定温度

に到達するのに要する加熱時間は増大する。また、発熱体③の温度比 $\theta_{a3}(0.8)/\theta_{a3}(0.5)$, $\theta_{a3}(0.65)/\theta_{a3}(0.5)$ はそれぞれ $(q_r(0.8)/q_r(0.5))^{1/4}$, $(q_r(0.65)/q_r(0.5))^{1/4}$ より、炉内平均温度が本例ではほぼ 650°C 以下では幾分高く、それ以上では幾分小さくなるが、一般に $A_w'/A_h', l'$ が一定で、 q_r の値を k 倍にとれば、発熱体③の温度は近似的に $k^{1/4}$ 倍になるとみて十分であろう。そして、これは q_r を変えずに A_w'/A_h' を k 倍にとれば、発熱体③の温度は $k^{1/4}$ 倍になることも意味している（(4)式参照）。また、ここでは示さなかったが、 q_r, θ_r, l' が一定で、 A_w'/A_h' を変化させて

第 6 図 q_r をパラメータにした炉内壁および
発熱体の昇温特性

Fig. 6. Temperature rise characteristics of furnace inner walls and of electric heaters with parameter q_r .

第7図 発熱体③の温度比

Fig. 7. Temperature-ratios of heater ③ in case of $q_r=0.5 \text{ W/cm}^2$, 0.65 W/cm^2 , 0.8 W/cm^2 .

も最大温度差、炉内平均温度はほとんど変わらない。

以上第5図～第7図は、 $A_{h3}/A_{h1}=0.01108$ の場合について検討した結果であるが、他の場合も同様の傾向を有する。従って、炉内壁均熱度を最もよくする条件を示している第3図、並びに、その際の昇温状況を示している第4図は立方体炉に関しかなり一般的な性質を示しているものと判断する。更に、一般的な角形炉の場合にもある程度拡張適用され得るであろう。

〈3・2〉(Ⅱ)の均一化法 この方法の定性的な概念は、通常の耐火壁（シャモットれんが）内面に高熱伝導率の耐火物を内張りして、炉内壁面と平行な熱流の熱抵抗を小さくすることである。炉内壁面に内張りする耐火性に富み、高熱伝導率の炉材として、カーボランダムれんがを使用する（このれんがの熱伝導率は一般にシャモットれんがの5～10倍以上）。この均一化法において、炉内均熱度はカーボランダムれんがの熱伝導率、厚さおよび q_r に依存し、解析計算の結果によれば、 $l', \theta_r, A_w/A_h'$ にほとんど影響されないことが知られた。

カーボランダムれんがの熱伝導率およびその厚さ d_e が炉内温度均一化に及ぼす影響を検討するため、このれんがの熱伝導率およびその無次元厚さ $d_e' = d_e/l_1$ をパラメータにした最大温度差、炉内平均温度、発熱体温度を第8図に示す。図から次のことが知られる。

(1) $d_e' = 1/12$ でその熱伝導率がシャモットれんがの5倍と10倍の場合、最大温度差はだいたい80℃および50℃以下となり、炉内均熱度は普通の炉設計に比し、だいたい55%および70%程度改善される。

(2) カーボランダムれんがの熱伝導率はシャモットの10倍で、 d_e' を1/12から1/6と2倍にすると、最大温度差はほぼ30℃以下となり、均熱度は普通の炉設計に比べだいたい80%程度改善される。なお、 d_e' を2倍にすることは実効的に熱伝導率を2倍にすることとおおむね等しい。

(3) (Ⅱ)の均一化法による炉設計では、解析計算の結果によれば、同一炉内平均温度に対する発熱体温度は普通の炉設計の場合とほとんど等しくなる。

従って、(Ⅱ)の均一化法は(Ⅰ)の均一化法より、発熱体の寿命、炉内壁温度の均一化の点で優れている。しかし、カーボランダムれんがの体積比熱は、シャモットれんがのそれより一般に大きいから、同一形状、大きさで、同一発熱体加熱電力の炉において、炉内壁にカーボランダムれんがを内張りした場合は、内張りしない場合に比し炉内平均温度が所定温度に到達するのに要する加熱時間は相当大きくなる（第8図参照）。加熱時間を短縮するには、発熱体加熱電力を大きくす

第8図 内張りれんがの熱伝導率およびその無次元厚さをパラメータにした炉内壁および発熱体の昇温特性

Fig. 8. Temperature rise characteristics of furnace inner walls and of electric heaters for furnaces with good conductive lining (for comparison, curves {1} show the case without good conductive lining).

ることが考えられる。次に、 $A_w/A_h' = 0.517$, $l' = 5$, $d_e' = 1/12$, カーボランダムれんがの熱伝導率はシャモットれんがの10倍、この体積比熱は前例と同一とし、 $q_r = 1 \text{ W/cm}^2$ ($\theta_r = 1,000^\circ\text{C}$), $q_r = 2 \text{ W/cm}^2$ ($\theta_r = 2,000^\circ\text{C}$) の場合の最大温度差、炉内平均温度、発熱体温度を第9図に示す。この図から q_r が 2 W/cm^2 の場合、 1 W/cm^2 の場合より無次元加熱時間は非常に短縮されることがわかる。しかし、炉内均熱度の改善率は、 q_r が 0.8 W/cm^2 のとき約70%であったのが、 2 W/cm^2 の場合約40%程度に低下する。なお $q_r = 1 \text{ W/cm}^2$ の場合、改善率は約65%である。

終わりに、発熱体の表面積、表面電力密度が A_h [cm^2], q_h [W/cm^2], 炉内壁面の面積、平均熱流密度が A_w [cm^2], q_r [W/cm^2] で、炉内壁面平均温度が T_{av} (K) である場合、発熱体温度 T_h (K) を簡単に評価する近似式を与える。(4)式において、 $h_h = 0$, $H = 1$, $W = 1$ ($\phi_w/\bar{w} = 1$ を炉内壁面無次元平均温度 ϕ_{av} とみなし $q_h/\bar{h} = 1 = q_h$, $F_{hw}/\bar{h} = 1 = F_{hw}$, $F_{h'}/\bar{h} = 1 = F_{h'}$ と置く) とし、この式から発熱体温度の近似式として

$$T_h \approx \left\{ A_w q_r / (\sigma A_h F_{hw}) + T_{av}^4 \right\}^{1/4} \quad \dots (9)$$

$$(F_{hw} = \varepsilon_h - F_{hh}, A_w q_r = A_h q_h)$$

を得る。ここで、 F_{hw} : 発熱体と炉内壁面との交換係数代表値、 F_{hh} : 発熱体自身の交換係数代表値、とす

第 9 図 q_r をパラメータにした炉内壁および発熱体の昇温特性 (良伝導材内張りの場合)

Fig. 9. Temperature rise characteristics of furnace inner walls of electric heaters with parameter q_r (for furnaces with good conductive lining).

る。(9)式において、簡単に $F_{kw} \approx \varepsilon_h/2$ として発熱体温度を算定すれば、発熱体温度近似値として十分である。

〈3・3〉 (I) と (II) の均一化法の併用 第 8 図の 2, 3 の場合、更に (I) の均一化法を併用し、最大温度差、炉内平均温度、発熱体温度を図示したものが第 10 図である。第 8 図、第 10 図から次のことがわかる。

(I), (II) の均一化法を併用した炉設計では、普通の炉設計に比し、均熱度は 1 の場合だいたい 70%, 3 の場合だいたい 80% 程度改善される。また、(II) の均一化法による炉設計に、更に (I) の均一化法を適用した場合、(II) の均一化法のみによる炉設計における均熱度に対する改善率はだいたい 40% 程度である (第 10 図参照)。この改善率は、普通の炉設計に (I) の均一化法を適用した場合 (〈3・1〉 節参照) と同様になる。

〈3・4〉 対流伝熱の影響 $q_{h1}' = q_{h2}' = q_{h3}'$ とし、 H_c をパラメータにした最大温度差、炉内平均温度、発熱体温度、炉内空気平均温度を第 11 図に示す。ここで $H_c = 1.84 \times 10^{-4} (\text{W}/\text{cm}^2 \cdot \text{K}^{5/4})$ は、実際の炉壁と空気との自然対流伝熱から実験的に求められた値⁽¹⁰⁾である。 H_c がおおむねこの値をとる場合、対流伝熱による最大温度差、炉内平均温度、発熱体温度への影響はほとんど無視される。しかし、 H_c をこの値の 10 倍と仮定した場合、対流伝熱は最大温度差、発熱体温度にかなり影響を及ぼし、炉内均熱度は良くなる。ただし、炉内平均温度への影響はない。しかし、 $H_c = 1.84 \times 10^{-3} (\text{W}/\text{cm}^2 \cdot \text{K}^{5/4})$ は自然対流よりむしろ強制対流の場合に相当し、技術的見地からすれば炉内に耐熱ファンを取付け、強制対流状態 (流気式

カーボランダムと炭素比熱はシャモットの 1.5 倍

1. $A_{h3}'/A_h' = 0.01108$
($q_{h2}' = 28 q_{h1}'$, $q_{h3}' = 420 q_{h1}'$)	カーボランダム
の熱伝導率
がシャモット
の 5 倍
[2]: $q_{h1}' = q_{h2}' = q_{h3}'$
($\theta_{h1} = \theta_{h2} = \theta_{h3}$)	
3. $A_{h3}'/A_h' = 0.01108$
($q_{h2}' = 28 q_{h1}'$, $q_{h3}' = 420 q_{h1}'$)	カーボランダム
の熱伝導率
が 10 倍
[4]: $q_{h1}' = q_{h2}' = q_{h3}'$
($\theta_{h1} = \theta_{h2} = \theta_{h3}$)	

第 10 図 (I), (II) の均一化法を併用した場合の炉内壁および発熱体昇温特性

Fig. 10. Temperature rise characteristics of furnace inner walls and of electric heaters using equalizing methods (I), (II).

炉) とし、均熱度の改善を図ることを意味している。また、(I), (II), (III) の均一化法を適用した炉においても、解析結果によれば自然対流伝熱による最大温度差、炉内平均温度、発熱体温度への影響はほとんど無視される。

4. 炉内平均温度近似式

紙面の都合上詳細は省略し、結論だけを述べる。第 1 図に示す角形炉の熱伝導率、体積比熱の無次元温度係数 γ, δ および炉の形状、大きさをパラメータにした (8) 式による“無次元”炉内平均温度上昇特性は、 $q_r, \theta_r, A_w'/A_h', H_c$ にほとんど依存しない。また、炉内壁面各部の無次元熱流密度 q' を至る所一定値 1 と仮定し、この仮定に基づき解析した場合と、(1)~(7) 式により解析した場合とでは、炉内壁面各部の温度上昇において非常に異なるが、無次元炉内平均温度上昇に関してはほぼ一致する。この仮定に基づき第 1 図に示す角形炉内壁面各部昇温特性を解析した結果、炉内壁面各部無次元昇温特性は、 γ, δ によらず以下の諸性質をもつことが知られ、あとに示すような一般的かつ簡単な無次元炉内平均温度近似式が得られた。

(1) 第 1 図に示す炉内壁面部分展開図および温度分布の概略は第 12 図のようになる (ここで、 $M = 6 l_2'$, $K = 6 l_3'$, $L = 6 l_4'$, 格子幅 $= 1/6$, $l_2' = l_2/l_1 \geq 1$, $l_3' = l_3/l_1 \geq 1$, $l_4' = l_4/l_1 \geq 1$)。

第 11 図 対流伝熱による炉内壁および発熱体昇温特性への影響

Fig. 11. Effects of convective heat transfer on temperature rise characteristics of furnace walls and of electric heaters.

(2) 炉内壁各面の中央部温度上昇は等しく、この角形炉と同一の境界、初期条件、炉壁材、炉壁厚を有する無限大平面炉の炉内壁面温度上昇ともほぼ等しくなる。

(3) 各面中央部に対する各面各部の温度比は一定の規則性を有する。この規則性と第 12 図および (8) 式から、角形炉無次元炉内平均温度の一般的な近似式として次式を得た。

$$\phi_{av} \approx \left[1 - \frac{l_1^2}{8(l_2 l_3 + l_3 l_4 + l_4 l_2)} \left\{ 1.1 + 0.42\tau \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2(l_2 + l_3 + l_4)}{l_1} (0.27 + 2\tau) \right\} \right] \phi(\tau) \dots (10)$$

なお、既に述べたところの (I)、(II)、(III) の均一化法を採用した場合の数多くの解析例のすべての場合につき、(10) 式による計算結果は (8) 式に対し良い近似を与えることを検証した。

5. あとがき

発熱体表面電力密度が一樣で、炉内壁面に高熱伝導率の耐火材を内張りしない普通の炉設計と比較し、 l, θ, r 、内張りする炉材の熱伝導率およびその厚さにもよるが、おおむね (I) の均一化法を適用した炉では均熱度がだいたい 40% 以上、(II) の均一化法を適用した場合は 70% 以上、(I) と (II) の均一化法を併用した場合は 80% 以上改善される。更に、これら均一化法において、炉内空気をファンにより強制流動させれば、いっそう均熱度は改善される。また、一般的な角形炉の無次元炉内平均温度近似式として

$$\phi_{av} \approx \left[1 - \frac{(l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 + l_4^2)}{8(l_1 l_2 + l_2 l_3 + l_3 l_4 + l_4 l_1)} \right] \phi(\tau)$$

第 12 図 第 1 図に示す角形炉内壁面の部分展開図とその温度分布の概要

Fig. 12. Sectional development of furnace inner surface and outline of its non-dimensional temperature distribution

$$\times \{1.1 + 0.42\tau + (\text{幅} + \text{高さ} + \text{長さ}) \\ \times (0.27 + 2\tau) / (\text{炉壁厚})\} \\ \times (\text{無限大平面炉の無次元昇温解})$$

を得た。ただし、幅、高さ、長さは炉内寸法である。

終わりに、この研究の当初、有力な示唆と助言とを賜った大同製鋼(株)の吉本 弘、野田浩両氏、計算と結果の整理に助力いただいた名古屋工業大学大学院生 星野幸吉氏(現、豊田自動車工業)に謝意を表わすとともに、本論文作成のためのぼう大な計算は名古屋大学、京都大学、北海道大学大型計算機センタ設置 FACOM 230-60 により処理したことを付記し、謝辞にかえる。

(昭和 49 年 6 月 7 日受付、同 50 年 4 月 3 日再受付)

文 献

- (1) Paschakis, et al. . Elektrotech. u. Maschinenbau 56, 3, 98 (1938)
- (2) Paschakis, et al. . Trans. ASME p. 105 (1942-2)
- (3) Brovvers: UIE 4th Congress paper No. 1002 (1959)
- (4) 南里, 他: 電学誌 91, 1651 (昭 46-9), 91, 1857 (昭 46-10)
- (5) 市川, 他: 電学誌 86, 1160 (昭 41-7)
- (6) 川崎: 同上 48, 302 (昭 3-3)
- (7) 林: 電気化学 12, No. 262 (昭 19)
- (8) Ichikawa, et al. : UIE 6th Congress paper No. 607 (1968)
- (9) Meadams: Heat transmission p. 72 (1954) (Mcgraw-Hill)
- (10) Schuh: Heat transfer in structures p. 295 (1965) (Pergamon Press)
- (11) 安藤: 工業電熱設計 p. 6, 25 (昭 44) (日刊工業新聞社)
- (12) 鈴木, 他: 共訳工業用加熱炉(上巻) p. 23, 99, 547 (昭 44) (コロナ社)