UDC 621.318.1: 537.621.3

論 文

51-A30

鋼材構成の物体の弱磁界における等価透磁率の評価法

防衛大学校 義井 胤 景
防 衛 庁 森 恵 一
防衛大学校 篠 村 一 也

1. ま え が き ^{(2)~(5)}

船体、車両、機雷、砲弾、武器など鋼材により構成された磁性物体を磁氣的に探知する事は、交通管制、水中および土中にある危険物の探査、空港におけるボディチェックなどに必要な技術である。しかし、これらの複雑な形状と構造を持つ磁性物体の地球磁界により誘導される周辺磁界を定量的に解析する事は極めて困難な問題である。この問題の一解法として等価透磁率（磁性物体全体の見かけ上の平均透磁率）という概念を導入し、これにより物体の周辺磁界を求める方式を提案したものである。

本論文は鋼材で構成された磁性物体を1個の均一な磁気密度の長軸回転だ円体と見なし、一様な外部磁界により磁化された場合の等価透磁率を求める方法として、形状寸法、鋼材の磁化特性、内部構造の異なる各種の回転だ円体磁気模型を作成し、それにより実験的に求めた等価透磁率と一般化した仮定による等価透磁率の近似式との一致性により、この式が実用し得ることを検証している。

本研究の結果、一般の複雑な形状と構造を持つ磁性物体の周辺磁界は、その寸法、形状、鋼材の占積率と初透磁率とを知ることにより等価透磁率が求められ、それにより解析する事が可能であることが明らかとなった。

2. 磁性物体の等価透磁率

〈2・1〉 等価透磁率と外部磁界との関係⁽¹⁾ いま一般の磁性物体を均一な磁気密度の長軸回転だ円体と見なし、一様な磁界 H_0 の中に置いた場合を考える。3直交軸を考え、 $0x$ を長軸および回転軸とし、 $0y, 0z$ を短軸とする。物体内部の点の磁界 H は

$$H = H_0 - H_m \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 H_m は磁化による自己減磁磁界で、外部磁界 H_0 とは逆方向になる。内部の点の磁化 I は

$$I = \kappa H \dots\dots\dots (2)$$

κ は磁化率で、内部の点の磁化による磁界 H_m は

$$H_m = DI \dots\dots\dots (3)$$

D は反磁化係数。全体の磁気モーメント M は

$$M = VI \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 V はだ円体の容積とする。

$$V = 4\pi a b^2/3 \dots\dots\dots (5)$$

$2a, 2b$ はだ円体の長軸および短軸の長さとする。透磁率を μ とし、磁化率 κ との関係は次式で与えられる。ただし、ここで扱う透磁率 μ 、磁化率 κ は磁気密度が均一な場合であるので、磁気密度が不均一な場合の等価透磁率 μ 、等価磁化率 κ と同意味である。

$$\mu = 1 + 4\pi\kappa \dots\dots\dots (6)$$

これらの式より次の関係式が得られる。

$$I = \frac{\kappa}{1 + \kappa D} H_0 = \frac{\mu - 1}{4\pi + (\mu - 1)D} H_0 \dots\dots (7)$$

$$H_m = \frac{\kappa D}{1 + \kappa D} H_0 = \frac{(\mu - 1)D}{4\pi + (\mu - 1)D} H_0 \dots\dots (8)$$

これらの式を長軸 (x 軸) 方向と短軸 (y 軸, z 軸) 方向とに分けて考え、次のようにそれぞれの方向成分の記号 x, y, z を付ける。

The Evaluation Method of the Equivalent Permeability of the Body constructed with the Steel Materials in the Weak Magnetic Field. By Tanekage Yoshii, Member (Japan Defense Academy), Keiichi Mori, Member (The Technical Research and Development Institute, Japan Defense Agency) & Kazuya Shinomura, Member (Japan Defense Academy).

義井胤景：正員，防衛大学校
森 恵一：正員，防衛庁技術研究本部
篠村一也：正員，防衛大学校

$$I(I_x, I_y, I_z) \quad D(L, M, N) \quad \mu(\mu_x, \mu_y, \mu_z) \\ \kappa(\kappa_x, \kappa_y, \kappa_z) \quad H_m(H_{mx}, H_{my}, H_{mz}) \\ H_0(H_{0x}, H_{0y}, H_{0z})$$

磁化の強さ

$$\left. \begin{aligned} I_x &= \frac{\kappa_x}{1+\kappa_x} H_{0x}, \quad I_y = \frac{\kappa_y}{1+\kappa_y} H_{0y} \\ I_z &= \frac{\kappa_z}{1+\kappa_z} H_{0z} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

内部磁化境界

$$\left. \begin{aligned} H_{mx} &= \frac{\kappa_x L}{1+\kappa_x L} H_{0x} = \frac{(\mu_x-1)L}{4\pi+(\mu_x-1)L} H_{0x} \\ H_{my} &= \frac{\kappa_y M}{1+\kappa_y M} H_{0y} = \frac{(\mu_y-1)M}{4\pi+(\mu_y-1)M} H_{0y} \\ H_{mz} &= \frac{\kappa_z N}{1+\kappa_z N} H_{0z} = \frac{(\mu_z-1)N}{4\pi+(\mu_z-1)N} H_{0z} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

磁化率

$$\left. \begin{aligned} \kappa_x &= \frac{H_{mx}/H_{0x}}{(1-H_{mx}/H_{0x})L} \quad \kappa_y = \frac{H_{my}/H_{0y}}{(1-H_{my}/H_{0y})M} \\ \kappa_z &= \frac{H_{mz}/H_{0z}}{(1-H_{mz}/H_{0z})N} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

全等価磁化率

$$\kappa_t = \sqrt{\kappa_x^2 + \kappa_y^2 + \kappa_z^2} \quad (12)$$

透磁率

$$\left. \begin{aligned} \mu_x &= \frac{(1-H_{mx}/H_{0x})L + 4\pi H_{mx}/H_{0x}}{(1-H_{mx}/H_{0x})L} \\ \mu_y &= \frac{(1-H_{my}/H_{0y})M + 4\pi H_{my}/H_{0y}}{(1-H_{my}/H_{0y})M} \\ \mu_z &= \frac{(1-H_{mz}/H_{0z})N + 4\pi H_{mz}/H_{0z}}{(1-H_{mz}/H_{0z})N} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

全等価透磁率

$$\mu_t = \sqrt{\mu_x^2 + \mu_y^2 + \mu_z^2} \quad (14)$$

反磁化係数

$$\left. \begin{aligned} L &= \frac{4\pi(1-e^2)}{e^2} \left(\frac{1}{2e} \log \frac{1+e}{1-e} - 1 \right) \\ M &= \frac{2\pi}{e^2} \left(1 - \frac{1-e^2}{2e} \log \frac{1+e}{1-e} \right) = N \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$\text{離心率} \quad e = \sqrt{a^2 - b^2}/a \quad (16)$$

〈2.2〉 外部誘導磁界 (だ円座標 ξ, η, ϕ による表示) の解析⁽¹⁾

(1) 磁性回転だ円体の長軸 (x 軸) 方向が南北を向く場合, 外部誘導磁界はラプラスの式より磁位を求め, 境界条件として均一な磁化境界 H_{mx} , H_{mz} を導入する事により次式が得られる。 y 方向は東西方向で

地球磁界が零であるので誘導磁界は無視することができる。 x 方向磁化による x 方向の外部誘導磁界を H_{xx} , z 方向の外部誘導磁界を H_{xz} とすれば,

$$H_{xx} = -H_{mx} K_x \left(\frac{1}{2} \log \frac{\eta+1}{\eta-1} - \frac{\eta}{\eta^2 - \xi^2} \right) \quad (17)$$

$$H_{xz} = H_{mx} \cdot K_x \frac{\xi}{\eta^2 - \xi^2} \sqrt{\frac{1-\xi^2}{\eta^2-1}} \dots \dots \dots (18)$$

z 方向 (鉛直方向) 磁化による x 方向誘導磁界を H_{zx} , z 方向誘導磁界を H_{zz} とすれば

$$H_{zx} = -H_{mz} \cdot K_z \frac{\xi}{\eta^2 - \xi^2} \sqrt{\frac{1-\xi^2}{\eta^2-1}} \cos \phi \quad (19)$$

$$H_{zz} = -H_{mz} K_z \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2} \log \frac{\eta+1}{\eta-1} + \frac{\eta}{\eta^2-1} \right. \\ \left. \times \left(\frac{2-\xi^2-\eta^2}{\eta^2-\xi^2} \cos^2 \phi - \sin^2 \phi \right) \right\} \dots (20)$$

ただし,

$$K_x = \frac{4\pi a b^2}{L(a^2 - b^2)^{3/2}}, \quad K_z = \frac{4\pi a b^2}{M(a^2 - b^2)^{3/2}} \quad (21)$$

(2) 充実磁性回転だ円体の長軸 (x 軸) 方向が南北を向く場合, 外部誘導磁界は鋼材の透磁率 μ_f (x , z 成分を μ_{fx} , μ_{fz}) を用いて表わすと次式のようになる。ただし, この充実だ円体は均一な磁気密度で満たされていると考えるので, ここでいう μ_f , μ_{fx} , μ_{fz} は等価透磁率を意味する。 x 方向磁化による x 方向誘導磁界を H_{xx} , z 方向誘導磁界を H_{xz} とすれば

$$H_{xx} = \frac{B_{fx}}{l} \frac{\xi}{\eta^2 - \xi^2} \sqrt{\frac{1-\xi^2}{\eta^2-1}} \dots \dots \dots (22)$$

$$H_{xz} = -\frac{B_{fx}}{l} \left(\frac{1}{2} \log \frac{\eta+1}{\eta-1} - \frac{\eta}{\eta^2 - \xi^2} \right) \dots (23)$$

z 方向磁化による x 方向誘導磁界を H_{zx} , z 方向誘導磁界を H_{zz} とすれば

$$H_{zx} = -\frac{2B_{fz}}{l} \frac{\xi}{\eta^2 - \xi^2} \sqrt{\frac{1-\xi^2}{\eta^2-1}} \cos \phi \dots (24)$$

$$H_{zz} = -\frac{B_{fz}}{l} \left\{ \frac{1}{2} \log \frac{\eta+1}{\eta-1} + \frac{\eta}{\eta^2-1} \right. \\ \left. \times \left(\frac{2-\xi^2-\eta^2}{\eta^2-\xi^2} \cos^2 \phi - \sin^2 \phi \right) \right\} \dots (25)$$

ただし,

$$B_{fx} = \frac{l H_{0x} \eta_2 (\eta_2^2 - 1)}{(\eta_2^2 - 1) Q_1(\eta_2) + 1/(\mu_{fz} - 1)} \quad (26)$$

$$B_{fz} = \frac{l H_{0z} \eta_2 (\eta_2^2 - 1)}{(\eta_2^2 - 1) Q_1(\eta_2) - 1 - 2/(\mu_{fz} - 1)} \quad (27)$$

$$l = \sqrt{a^2 - b^2} \dots \dots \dots (27)$$

第2種ルジャンドル関数

$$Q_1(\eta_2) = \frac{\eta_2^2}{2} \log \frac{\eta_2+1}{\eta_2-1} - 1 \quad (\eta_2 > 1) \dots \dots (28)$$

ただし, η_2 はだ円体面上の η の値とする。

(3) 一定厚さの鋼材による中空磁性だ円体の長軸 (x 軸) 方向が南北を向く場合の外部誘導磁界は, 鋼材の透磁率 μ_e (x 成分を μ_{ex} , z 成分を μ_{ez}) を用いて表わすと次式ようになる。

水平 (x 方向) 磁化による x 方向磁界を H_{xx} , z 方向磁界を H_{xz} とすれば

$$H_{xx} = -\frac{B_{ex}}{l} \left(\frac{1}{2} \log \frac{\eta+1}{\eta-1} - \frac{\eta}{\eta^2 - \xi^2} \right) \dots (29)$$

$$H_{xz} = \frac{B_{ex}}{l} \frac{\xi}{\eta^2 - \xi^2} \sqrt{\frac{1 - \xi^2}{\eta^2 - 1}} \dots (30)$$

鉛直 (z 方向) 磁化による x 方向磁界を H_{zx} , z 方向磁界を H_{zz} とすれば

$$H_{zx} = -\frac{2B_{ez}}{l} \frac{\xi}{\eta^2 - \xi^2} \sqrt{\frac{1 - \xi^2}{\eta^2 - 1}} \cos \phi \dots (31)$$

$$H_{zz} = -\frac{B_{ez}}{l} \left\{ \frac{1}{2} \log \frac{\eta+1}{\eta-1} + \frac{\eta}{\eta^2 - 1} \times \left(\frac{2 - \xi^2 - \eta^2}{\eta^2 - \xi^2} \cos^2 \phi - \sin^2 \phi \right) \right\} \dots (32)$$

ただし,

$$B_{ex} = \frac{l H_{0x}}{\Delta_1} \left\{ (\mu_{ex} - 1)^2 \left\{ \eta_1 Q_1(\eta_2) - \eta_2 Q_1(\eta_1) + \frac{\eta_2}{\eta_1^2 - 1} - \frac{\eta_1}{\eta_2^2 - 1} \right\} + (\mu_{ex} - 1) \left(\frac{\eta_2}{\eta_1^2 - 1} - \frac{\eta_1}{\eta_2^2 - 1} \right) \right\} \dots (33)$$

$$\Delta_1 = (\mu_{ex} - 1)^2 \frac{Q_1(\eta_2)}{\eta_2} \left\{ \eta_1 Q_1(\eta_2) - \eta_2 Q_1(\eta_1) + \frac{\eta_2}{\eta_1^2 - 1} - \frac{\eta_1}{\eta_2^2 - 1} \right\} + (\mu_{ex} - 1) \left\{ \frac{Q_1(\eta_2)}{\eta_1^2 - 1} - \frac{Q_1(\eta_1)}{\eta_2^2 - 1} + \frac{1}{(\eta_1^2 - 1)(\eta_2^2 - 1)} \right\} + \frac{1}{(\eta_1^2 - 1)(\eta_2^2 - 1)} \dots (34)$$

$$B_{ez} = \frac{l H_{0z}}{\Delta_2} \left\{ (\mu_{ez} - 1)^2 \left\{ \eta_1 Q_1(\eta_2) - \eta_2 Q_1(\eta_1) + \frac{\eta_1}{\eta_2^2 - 1} - \frac{\eta_2}{\eta_1^2 - 1} \right\} + 2(\mu_{ez} - 1) \left(\frac{\eta_1}{\eta_2^2 - 1} - \frac{\eta_2}{\eta_1^2 - 1} \right) \right\} \dots (35)$$

$$\Delta_2 = (\mu_{ez} - 1)^2 \frac{1}{\eta_2} \left\{ Q_1(\eta_2) - \frac{1}{\eta_2^2 - 1} \right\} \left\{ \eta_1 Q_1(\eta_2) - \eta_2 Q_1(\eta_1) + \frac{\eta_1}{\eta_2^2 - 1} - \frac{\eta_2}{\eta_1^2 - 1} \right\} + (\mu_{ez} - 1) \frac{2}{\eta_2} \left\{ Q_1(\eta_2) \left(\frac{\eta_1}{\eta_2^2 - 1} - \frac{\eta_2}{\eta_1^2 - 1} \right) \right\}$$

$$+ \frac{1}{\eta_2^2 - 1} \left\{ \eta_2 Q_1(\eta_1) - \eta_1 Q_1(\eta_2) + \frac{2\eta_2}{\eta_1^2 - 1} \right\} + \frac{4}{(\eta_1^2 - 1)(\eta_2^2 - 1)} \dots (36)$$

ただし, η_1, η_2 は中空だ円体の内面および外面の次式に示す η の値とする。 d を中空だ円体の厚さとする。

$$\eta_1 = \frac{a-d}{\sqrt{(a-d)^2 - (b-d)^2}}, \quad \eta_2 = \frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}} \quad (37)$$

第2種ルジャンドル関数として

$$Q_1(\eta_1) = \frac{\eta_1}{2} \log \frac{\eta_1 + 1}{\eta_1 - 1} - 1 \dots (38)$$

(4) だ円体中心下の外部誘導磁界 だ円体中心下の外部誘導磁界は上式に $\xi=0$, $\phi=0$ として次式のように得られる。

$$H_{xx} = -H_{mx} \cdot K_x \left(\frac{1}{2} \log \frac{\eta+1}{\eta-1} - \frac{1}{\eta} \right) \dots (39)$$

$$H_{zz} = -H_{mz} \cdot K_z \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \log \frac{\eta+1}{\eta-1} + \frac{2-\eta^2}{\eta^2-1} \right) \dots (40)$$

$$H_{xx} = -\frac{B_{fx}}{l} \left(\frac{1}{2} \log \frac{\eta+1}{\eta-1} - \frac{1}{\eta} \right) \dots (41)$$

$$H_{zz} = -\frac{B_{fz}}{l} \left(\frac{1}{2} \log \frac{\eta+1}{\eta-1} + \frac{2-\eta^2}{\eta^2-1} \right) \dots (42)$$

$$H_{xx} = -\frac{B_{ex}}{l} \left(\frac{1}{2} \log \frac{\eta+1}{\eta-1} - \frac{1}{\eta} \right) \dots (43)$$

$$H_{zz} = -\frac{B_{ez}}{l} \left(\frac{1}{2} \log \frac{\eta+1}{\eta-1} + \frac{2-\eta^2}{\eta^2-1} \right) \dots (44)$$

H_{xx} , H_{zz} の値は磁性物体の外部磁界測定値より求められる。従って, これらの式より H_{mx} , H_{mz} , μ_{fx} , μ_{fz} , μ_{ex} , μ_{ez} は計算できる。

(5) 回転だ円体の磁気モーメント x 方向の磁気モーメント

$$M_x = V I_x = \frac{1}{3} H_{mx} K_x l^3 \dots (45)$$

z 方向の磁気モーメント

$$M_z = V I_z = \frac{1}{3} H_{mz} K_z l^3 \dots (46)$$

全磁気モーメント

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_z^2} \dots (47)$$

〈2.3〉 等価透磁率

(1) 中空だ円体の等価透磁率 いま中空だ円体と充実だ円体の両者の外形寸法, ならびに外部誘導磁界が完全に一致したとすれば, 中空だ円体の等価透磁率は次式により得られる。

$$B_{fx} = B_{ex} \dots (48)$$

従って

$$\mu_{fx}-1 = \frac{(\mu_{ex}-1)^2 \left\{ \eta_1 Q_1(\eta_2) - \eta_2 Q_1(\eta_1) \right\}}{(\mu_{ex}-1) \left\{ \eta_1 Q_1(\eta_2) - \eta_2 Q_1(\eta_1) \right\} *} * \frac{+ \frac{\eta_2}{\eta_1^2-1} - \frac{\eta_1}{\eta_2^2-1}}{+ \frac{\eta_2}{\eta_1^2-1}} + (\mu_{ex}-1) \left(\frac{\eta_2}{\eta_1^2-1} - \frac{\eta_1}{\eta_2^2-1} \right) * \frac{+ \frac{\eta_2}{\eta_1^2-1}}{\eta_1^2-1} \dots (49)$$

同様に

$$B_{fx} = B_{ex} \dots (50)$$

従って

$$\mu_{fx}-1 = \frac{(\mu_{ex}-1)^2 \left\{ \eta_1 Q_1(\eta_2) - \eta_2 Q_1(\eta_1) \right\}}{(\mu_{ex}-1) \left\{ \eta_1 Q_1(\eta_2) - \eta_2 Q_1(\eta_1) \right\} *} * \frac{+ \frac{\eta_1}{\eta_2^2-1} - \frac{\eta_2}{\eta_1^2-1}}{- \frac{\eta_1}{\eta_2^2-1} - \frac{\eta_2}{\eta_1^2-1}} + 2(\mu_{ex}-1) \left(\frac{\eta_1}{\eta_2^2-1} - \frac{\eta_2}{\eta_1^2-1} \right) * \frac{- \frac{\eta_1}{\eta_2^2-1} - \frac{\eta_2}{\eta_1^2-1}}{\eta_1^2-1} \dots (51)$$

この μ_{fx} , μ_{fx} が透磁率 μ_{ex} , μ_{ex} の鋼材により構成された中空だ円体の等価透磁率を示すことになる。

(2) 等価透磁率と鋼材占積率との関係 いま鋼材により構成された磁性物体の等価透磁率を μ , 鋼材の初透磁率を μ_a とする。等価透磁率は物体全体の容積に平均化された透磁率と考えられるので, 物体全体の容積を V とし, 全体の容積から鋼材の容積を差し引いた残りの空間の容積を V_0 とすれば, 鋼材の容積は $V-V_0$ となり, 次の関係式が近似的に成立するものとする。

$$\mu V = \mu_a(V-V_0) + \mu_0 V_0 \dots (52)$$

ただし, μ_0 は空気の透磁率を示し 1 である。鋼材の占積率を ρ とすれば

$$\rho = (V-V_0)/V \dots (53)$$

従って, 等価透磁率と鋼材占積率との関係は

$$\mu = \rho(\mu_a-1) + 1 \dots (54)$$

となり, この式を等価磁化率 κ で表わすと

$$\kappa = \rho \kappa_a = \rho(\mu_a-1)/4\pi \dots (55)$$

ただし, κ_a は初磁化率とする。

(3) 等価透磁率の x 成分, z 成分と全成分との関係 地球磁界程度の弱磁界の範囲内においては, 鋼材の透磁率 μ_{ex} , μ_{ex} はともにその初透磁率 μ_a として近似的にさしつかえない。従って

$$\mu_{ex} = \mu_{ex} = \mu_a \dots (56)$$

(49) 式より等価磁化率の x 成分は

$$\kappa_{fx} = \frac{4\pi \kappa_a^2 \left\{ \eta_1 Q_1(\eta_2) - \eta_2 Q_1(\eta_1) + \frac{\eta_2}{\eta_1^2-1} \right\}}{4\pi \kappa_a \left\{ \eta_1 Q_1(\eta_2) - \eta_2 Q_1(\eta_1) \right\} *} * \frac{- \frac{\eta_1}{\eta_2^2-1}}{*} + \kappa_a \left(\frac{\eta_2}{\eta_1^2-1} - \frac{\eta_1}{\eta_2^2-1} \right) * \frac{+ \frac{\eta_2}{\eta_1^2-1}}{\eta_1^2-1} \dots (57)$$

(51) 式より等価磁化率の z 成分は

$$\kappa_{fz} = \frac{4\pi \kappa_a^2 \left\{ \eta_1 Q_1(\eta_2) - \eta_2 Q_1(\eta_1) + \frac{\eta_1}{\eta_2^2-1} \right\}}{4\pi \kappa_a \left\{ \eta_1 Q_1(\eta_2) - \eta_2 Q_1(\eta_2) \right\} *} * \frac{- \frac{\eta_2}{\eta_1^2-1}}{*} + 2\kappa_a \left(\frac{\eta_1}{\eta_2^2-1} - \frac{\eta_2}{\eta_1^2-1} \right) * \frac{- \frac{\eta_1}{\eta_2^2-1} - \frac{\eta_2}{\eta_1^2-1}}{\eta_1^2-1} \dots (58)$$

上式より全等価磁化率 κ_f は次式により表わされる。

$$\kappa_f = \sqrt{\kappa_{fx}^2 + \kappa_{fz}^2} \dots (59)$$

これらの式を全等価透磁率 μ_f に換算した場合, 近似的に次式で表わされる。

$$\mu_f = \sqrt{\mu_{fx}^2 + \mu_{fz}^2} \dots (60)$$

(4) 等価透磁率の x 成分と z 成分との関係

磁性物体の地球磁界による外部誘導磁界を考える場合, 充実体でも中空体でも内部に空間のある場合でも等価透磁率, 等価磁化率で表わすことにより同一に取り扱い得る。従って, (6) 式における μ , κ , (12) 式における全等価磁化率 κ_t , (14) 式における全等価透磁率 μ_t , (54) 式における μ , (55) 式における κ , (59) 式における κ_f , (60) 式における μ_f はいずれも磁性物体の等価透磁率および等価磁化率を示す同じ意味の値である。従って

$$\mu = \mu_t = \mu_f \dots (61)$$

$$\kappa = \kappa_t = \kappa_f \dots (62)$$

また等価透磁率と等価磁化率との x 成分および z 成分の関係は

$$\mu_x = 1 + 4\pi \kappa_x \dots (63)$$

$$\mu_z = 1 + 4\pi \kappa_z \dots (64)$$

全等価透磁率および全等価磁化率は

$$\mu^2 = \mu_x^2 + \mu_z^2 \dots (65)$$

$$\kappa^2 = \kappa_x^2 + \kappa_z^2 \dots (66)$$

従って,

$$\kappa_x = (\sqrt{4\mu^2 - 4\mu - 1} + 2\mu - 3)/16\pi \dots (67)$$

$$\kappa_z = (\sqrt{4\mu^2 - 4\mu - 1} - 2\mu + 3)/16\pi \dots (68)$$

$$\mu_x = 1 + (\sqrt{4\mu^2 - 4\mu - 1} + 2\mu - 3)/4 \dots (69)$$

$$\mu_z = 1 + (\sqrt{4\mu^2 - 4\mu - 1} - 2\mu + 3)/4 \quad (70)$$

μ の値は鋼材の占積率 ρ および初透磁率 μ_a の関数として与えられ、上式より μ_z/μ_x , μ_z/μ_y は求められる。

3. 磁気特性確認の実験

(3.1) 実験の方法

(1) 使用磁気模型 磁性体の等価透磁率を求めるため、第1表に示すように寸法形状、磁気特性、鋼材厚さ、内部の縦横隔壁の数、中空と充実など異なる各種の18個の長軸回転円体磁気模型を作成し実験に供した。

(2) 使用器材施設 南北12m、東西8m、上下8mの空間の磁界を自由に一様に制御し得る完全非磁性建家内において、3軸磁力計(フラックス・ゲート方式、感度0.01mG/div、精度5%以内、測定範囲0~±500mG) X-Yレコーダなどを使用した。

(3) 実験方法 模型に使用した鋼材と同一鋼材を環状資料とし、零磁界の下で交流励磁を行ない正規磁化曲線を求めた。次に模型の永久磁気成分を零磁界において極力脱磁した後、第1図のように実験装置の中央南北線上に模型を水平に移動し、磁力計の検知器

第1図 磁気模型実験装置略図

Fig. 1. The skeleton of the installation of the magnetic model experiment.

を中心下40cmに固定し、模型の周辺磁界を水平(南北)、垂直(上下)方向同時に制御しながら測定した。

(3.2) 実験結果

(1) 使用鋼材の磁化特性 第2図にSPB鋼材、第3図にSC鋼材の $\mu-H$ 特性を示す。

(2) 磁界測定曲線 18個の磁気模型につき磁界測定を行なった。その代表例として模型No. D-11の実験結果を示す。

第4図は垂直外部磁界 $H_{0z}=0$ とし、水平外部磁界 H_{0x} を変えた場合の模型中心下40cmにおける水平誘導磁界 H_{zx} の変化曲線を示す。

第1表 実験に使用した磁気模型の要目

Table 1. Items of the magnetic models used for the experiment.

模型番号	使用鋼材の記号	厚さ mm	円体寸法 2a×2b cm×cm	重量 g	備 考
A 1	SPB-0.3	0.3	120×16	1,101	中空体
A 2	SPB-0.4	0.4	120×16	1,505	中空体
A 3	SPB-0.5	0.5	120×16	2,040	中空体
B 4	SPB-0.3	0.3	840×11	522	中空体
B 5	SPB-0.4	0.4	840×11	735	中空体
B 6	SPB-0.5	0.5	840×11	1,002	中空体
C 7	SPB-0.5	0.5	840×11	1,142	垂直隔壁数4
C 8	SPB-0.5	0.5	840×11	1,258	垂直隔壁数8
C 9	SPB-0.5	0.5	840×11	1,522	垂直隔壁数16
D 10	SPB-0.5	0.5	840×11	1,520	水平隔壁数2
D 11	SPB-0.5	0.5	840×11	1,953	水平隔壁数4
D 12	SPB-0.5	0.5	840×11	2,811	水平隔壁数8
E 13	SPB-0.5	0.5	840×11	1,568	水平隔壁数2
E 14	SPB-0.5	0.5	840×11	2,026	水平隔壁数4
E 15	SPB-0.5	0.5	840×11	2,964	水平隔壁数8
F 16	S17C		840×11	42,600	充実体
F 17	S38C		840×11	42,600	充実体
F 18	S55C		840×11	42,600	充実体

第2図 SPB鋼材の透磁率特性

Fig. 2. The permeability characteristics of SPB steel materials.

第3図 SC鋼材の透磁率特性

Fig. 3. The permeability characteristics of SC steel materials.

第4図 磁気模型 No. D-11 の中心線下 40 cm における誘導磁界特性 ($H_x - x$)

Fig. 4. The induced magnetic field characteristics ($H_x - x$) on the line 40 cm under the center line of the magnetic model No. D-11.

第5図 磁気模型 No. D-11 の中心線下 40 cm における誘導磁界特性 ($H_z - x$)

Fig. 5. The induced magnetic field characteristics ($H_z - x$) on the line 40 cm under the centerline of the magnetic model No. D-11.

第5図は $H_{0z}=0$ とした場合の垂直誘導磁界 H_{zz} の変化曲線、第6図は第4図より求めた H_{xx} と H_{0x} との関係、第7図は第5図より求めた H_{zz} と H_{0z} との関係を示す。

第2表は各模型の鋼材の初透磁率、最大透磁率および模型の中心下 40 cm における誘導磁界と外部磁界との割合をまとめたものである。

4. 磁性だ円体の等価透磁率の分析検討

〈4.1〉 地球磁界と等価透磁率との関係

(1) 第6図および第7図より明かなように、回転だ円体の形をした磁性物体の長軸 (x) 方向および短軸 (z) 方向の地球磁界による誘導磁界 H_{xx} , H_{zz} は地球磁界程度の弱磁界の範囲内では直線的に比例し

第6図 磁気模型 No. D-11 の中心下 40 cm における誘導磁界特性 ($H_{xx} - H_{0x}$)

Fig. 6. The induced magnetic field characteristics ($H_{xx} - H_{0x}$) at the point 40 cm under the center of the magnetic model No. D-11.

第7図 磁気模型 No. D-11 の中心下 40 cm における誘導磁界特性 ($H_{zz} - H_{0z}$)

Fig. 7. The induced magnetic field characteristics ($H_{zz} - H_{0z}$) at the point 40 cm under the center of the magnetic model No. D-11.

ている。従って、その比 H_{xx}/H_{0x} , H_{zz}/H_{0z} は一定と見なされる。それゆえ、(39), (40)式より内部磁化磁界と外部磁界との比 H_{mx}/H_{0x} , H_{mz}/H_{0z} も一定となる。なお、第6図および第7図において直線が原点を通過しないのは、模型を脱磁した場合、まだ多少の永久磁気が残っているためである。

(2) (13)式より x および z 方向の μ_x , μ_z は地球磁界程度の弱磁界の範囲内では一定とみなされる。

(3) (11)式より同様に x 方向および z 方向の等価磁化率 κ_x , κ_z は一定と見なされる。

〈4.2〉 鋼材占積率と等価透磁率との関係

(1) 第8図は鋼材 SPB-0.3 の中空だ円体模型 No. A-1 と No. B-4 について鋼材透磁率と等価透磁率との関係式 (49), (51) を図示した線上に、模型の磁界測定実験より求めた等価透磁率の値 μ_f , μ_{fx} , μ_{fz} (◎印) を入れ、逆に鋼材透磁率の値 μ_e を求めるとその平均値が 192 となった。この値は第2図による鋼材 SPB-0.3 の磁化特性曲線の初透磁率の値とほぼ一致している。

鋼材 SPB-0.4 の磁気模型 No. A-2, No. B-5 に

第 10 図 理論式による等価磁化率 ($\kappa_f, \kappa_{fx}, \kappa_{fz}$) と近似式による等価磁化率 (κ) との鋼材占積率に対する関係

Fig. 10. The relation between the equivalent susceptibility ($\kappa_f, \kappa_{fx}, \kappa_{fz}$) by the theoretical equation and the equivalent susceptibility κ by the near valued equation for the space factor of the steel material.

が言い得る。

(8) 近似式 (54), (55) より見て磁性だ円体の等価透磁率 μ , μ_x , μ_z および等価磁化率 κ , κ_x , κ_z は鋼材の初透磁率が等しい場合は鋼材の占積率に比例し、鋼材の占積率が等しい場合は鋼材の初透磁率に比例するものと見なされる。

〈4・3〉 全等価透磁率とその長軸 (x 軸) 成分, 短軸 (z 軸) 成分との関係

(1) 等価透磁率の x 成分および z 成分の値は (13) 式より反磁化係数 L , M と磁化磁界対外部磁界の比 H_{mx}/H_{0x} , H_{mz}/H_{0z} の値により決まる。反磁化係数は軸長比 a/b により決まる。 H_m/H_0 は磁性だ円体の磁化特性すなわち鋼材の初透磁率と占積率により決まる。だ円体の内部の磁気分布が一様でないときは μ_x は x 方向, μ_z は z 方向の鋼材密度により多少増減し影響をうける。

(2) 等価磁化率も前項と同様 (11) 式により決まる。

(3) 第 9 図は各磁気模型の実験値より求めた等価透磁率 μ_x , μ_z と全等価透磁率 μ_t の値を模型の番号順に占積率 ρ を横軸に並べたものである。 μ_x と μ_z について次の事がわかる (第 1 表参照)。

(a) 模型 No. A-1 と B-4, No. A-2 と B-5, No. A-3 と B-6 はそれぞれ同じ材質で厚さも等しく, 寸法に大小のある中空だ円体である。形の大きいほうが小さいほうより μ_x , μ_z ともに大となっている。

(b) 模型 No. B-6, C-7, C-8, C-9 は材質と形は同じで縦の隔壁数が異なっている。数の多いものほど μ_z が大きく増加している。

(c) 模型 No. B-6, D-10, D-11, D-12 は材質と形が同じで横 (長軸方向) の隔壁数が異なってい

る。数の多いものほど μ_x が大きく増加している。

(d) 模型 No. B-6, E-13, E-14, E-15 は材質と形が同じで縦横の隔壁の数が異なっている。数が増した場合 μ_x はわずかに増加し μ_z は大きく増加している。

(4) 全体として μ_x , μ_z ともに鋼材占積率に比例して増加している。長軸方向の μ_x が短軸方向の μ_z より大である。

第 9 図と第 10 図とより判断し次式が得られる。

$$\mu^2 = \mu_f^2 = \mu_t^2 = \mu_x^2 + \mu_z^2 \quad (71)$$

同様に次式が得られる。

$$\kappa^2 = \kappa_f^2 = \kappa_t^2 = \kappa_x^2 + \kappa_z^2 \quad (72)$$

5. むすび

本研究の結果, 次の事が明らかとなった。

(1) 一般の磁性物体の地球磁界による外部誘導磁界の解析は, 等価透磁率という概念を導入する事により可能であることがわかった。

(2) 一般の鋼材により構成された磁性物体の地球磁界により誘導される磁界は外部磁界に比例する。従って等価透磁率, 等価磁化率は地球磁界程度の弱磁界においては外部磁界に関せずほぼ一定と見なされる。

(3) 等価透磁率 μ を一般の近似式で表わすと, 構成する鋼材の占積率 ρ と初透磁率 μ_a の関数として次式で表わされる。

$$\mu = \rho(\mu_a - 1) + 1$$

また等価磁化率 κ は鋼材の占積率 ρ と初磁化率 κ_a の積で表わされる。 $\kappa = \rho \kappa_a$

(4) 等価透磁率の求め方として, 一般の磁性物体を均一な磁気密度の長軸回転だ円体と仮定し, 全等価透磁率 μ を長軸方向 μ_x と短軸方向 μ_z に分解し, また, 等価磁化率 κ についても同様に分解し μ_x , μ_z , κ_x , κ_z が近似的に求められる。

(5) 以上を総合して一般に鋼材で構成される磁性物体が地球磁界の中にある場合, その物体の周辺に発生する誘導磁界は鋼材の占積率と初透磁率の関数として, 占積率が小さい場合は近似式により等価透磁率が得られ, これにより数値的に解析する事が可能であることがわかった。

(昭和 50 年 7 月 9 日受付, 同 50 年 12 月 8 日再受付)

文 献

- (1) 義井: 磁気工学 p. 67 (昭 44)
- (2) 義井・竹田: 防衛大学校理工学研究報告 9, 2, 110 (昭 46)
- (3) 義井: 同上 10, 4, 207 (昭 47)
- (4) 義井: 同上 11, 2, 255 (昭 48)
- (5) 義井・篠村・柳沢: 同上 12, 2, 92 (昭 49)