針対平板電極における放電空間の負イオン風速分布

正 員 足 立 宜 良 (山口大)

正 員 増 田 閃 一 (東 大)

正 員 阿久津 顕 右 (東 大)

1. ま え が き

近年、電気集じん装置（以下 EP と省略する）の粒子捕集過程および捕集効率に及ぼす種々の現象が再び問題視されて研究が行なわれている。このうちでイオン風作用力によるダスト粒子捕集効果⁽¹⁾⁽²⁾についても種々検討がされてきている。ここでいうイオン風は電気風、コロナ風、電風とも呼ばれ、古くから知られていて、その研究の歴史について Robinson 氏⁽³⁾ が詳しく報告している。

ここで、まずイオン風について簡単に説明する。不平等電界においてコロナ開始電圧以上の電圧になると電界の集中した部分にコロナと呼ばれる電離域からイオンシャワーが発生する。各々のイオンは、電界強度とイオン移動度の積で表わされる速度で対極へ移動する。このイオンが保有する運動エネルギーを衝突などによって中性分子に分かち与え、イオンならびに中性分子ともども対極へ向かって移動する。これらの移動がイオン風である。筆者らの一人は、正イオンまたは負イオンで発生するイオン風をそれぞれの特性が異なることから正イオン風または負イオン風⁽⁴⁾と呼んで区別している。

本研究は、EP 内でのイオン風作用力がダスト粒子捕集過程にどのような影響を与えるか(文献(4)参照)という問題解決の手がかりを得るために行なった基礎

的研究である。装置として、EP の基本モデルとしてよく使用される針対平板電極を用い、この放電空間におけるイオン風速分布を理論的に求め、理論値と実験値との比較検討を行なった。なお、理論値は Poisson の式を解くことによって得られた空間電荷分布と電界強度分布から、イオンに働く空間のクーロン力密度分布を求め、この分布を外力分布とする Navier-Stokes の式を解いて得たものである。実験値はシュリーレン法⁽⁵⁾とレーザ・ドプラ流速計による方法⁽⁶⁾との二つの測定法で得られたものである。但し、実験は静止大気中で行なった。結果として、これらの実験値と理論値との間にかなり良い一致が得られた。

2. ポアソン方程式による電界分布の計算

第1図に示す針対平板電極で構成される空間の電界分布をコンピュータによって計算して求める。その出発点となる基本方程式は、次に示すポアソンの式と電流連続の式である。なお、この空間を回転対称系として取扱うので、以後、円筒座標系を用いることにする。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial j}{\partial r} + \frac{j}{r} + \frac{\partial j}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 ϕ はポテンシャル(V)、 ρ は空間電荷密度(C/m³)、 ϵ は誘電率、 j は電流密度(A/m³)である。なお(1)式の右辺を零とした次に示す(3)式がラプラスの式で、 μ をイオン移動度(m²/V/s)、 E を電界強度(V/m) とすると j は次の(4)式で表わされる。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

Velocity Distribution of Negative Ionic Wind in the Corona Discharging Space with Needle to Plate Electrodes. By Tadayoshi Adachi, Member (Faculty of Engineering, University of Yamaguchi), Sen-ichi Masuda, Member & Kensuke Akutsu, Member (Faculty of Engineering, University of Tokyo).

足立宜良：正員，山口大学工学部電気工学科

増田閃一：正員，東京大学工学部電気工学科

阿久津顕右：正員，東京大学工学部電気工学科

第4図 針対平板電極における軸上の規格化電界強度特性

Fig. 4. Normalized electric field strength along the axis for the needle electrode against the plate electrode.

第5図 空間における平板への垂直成分のクーロン力密度分布(第1図参照)

Fig. 5. Coulomb force density distribution in the space for vertical component against the plate electrode (see Fig. 1).

第5図は印加電圧 $V = -2.0 \times 10^4 \text{ V}$ における前記クーロン力密度

$$F_z = \rho_z E_z \text{ (N/m}^3\text{)} \dots\dots\dots (5)$$

の計算値の平板方向の垂直成分の空間分布で、パラメータ r は $r=0$ を中心軸上とした横方向の距離である。

3. Navier-Stokes の方程式によるイオン風速分布の計算

〈3.1〉 基礎方程式 イオン風の風速分布は次の Navier-Stokes の運動方程式 (6) と連続の式 (7) から

求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial r} + \frac{u^2}{r} + \frac{\partial uw}{\partial z} \\ = -\frac{1}{\rho_0} \left\{ \frac{\partial p}{\partial r} - F_r \right\} + \gamma \left\{ \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r}{u} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right\} \\ \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial uw}{\partial r} + \frac{uw}{r} + \frac{\partial w^2}{\partial z} \\ = -\frac{1}{\rho_0} \left\{ \frac{\partial p}{\partial z} - F_z \right\} + \gamma \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

$$D = \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (7)$$

但し、 u, w は円筒座標 (r, z) における速度成分 (m/s)、 ρ_0 は気体密度 (kg/m^3)、 p は気体圧力 (N/m^2)、 F_r, F_z は円筒座標 (r, z) における外力で、この場合クーロン力密度 (N/m^3)、 γ は気体の動粘性係数 (m^2/s) である。なお、(5) 式で外力として一般に表わされる重力の項は、この場合流体が気体なので省略することができる。 D は速度の divergence であることはいまでもない。そして、上記3個の方程式 (6), (7) における未知数は u, w および p である。

これらの方程式を厳密に解くことは非常に困難で、流れが複雑なときには不可能な場合が多い。そこで解が得られるために、まず空気は非圧縮性流体として取扱うことにし、更に次に列記する手法を用いて計算を行なった。

(1) (6) 式第1項の時間項を考慮して、過渡過程の計算を進め、針先近傍の測定値 (レーザ・ドプラ流速計) に収束した状態で定常解を得る。

(2) (6) 式の計算には「Cell」法⁽⁸⁾⁽⁹⁾ (階差方程式) の手法を用いる。

(3) (6) 式、(7) 式を解くには本論文で提案する δP 法 (後述) を使用する。

(6) 式を cell 法で表わす場合、圧力 p は常にその階差 δp の形で表われ、かつその値は十分に小さい。そこで、これに着目し δp を無視して (6) 式を解き、得られた結果に連続条件 (7) を組合せて解を修正する手法が δp と名づけた方法であるが、詳細は〈3.3〉節で述べる。ここで δp 法の予備として、(6) 式から圧力に対する次式を求めておく。

$$\begin{aligned} \nabla^2 p = & \left\{ \frac{\partial F_r}{\partial r} + \frac{\partial F_z}{\partial z} \right\} - \rho_0 \left\{ \left[\left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{u}{r} \right)^2 \right. \right. \\ & + \left. \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + 2 \frac{\partial w}{\partial r} \frac{\partial u}{\partial z} \right] - \frac{\partial D}{\partial t} \\ & \left. - \gamma \left[\frac{\partial^2 D}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial D}{\partial r} + \frac{\partial^2 D}{\partial z^2} \right] \right\} \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

第 6 図 オイラーの cell (i, k) における速度成分

Fig. 6. Location of velocity components on a typical Eulerian cell (i, k) .

但し、(8)式の中の D は零でないとして取扱う。

〈3・2〉 Cell 法 前章で空間の電界分布を求めた各々の mesh point について、第6図に示すような円筒座標に書直した Cell (i, k) を考える。記号 i, k はそれぞれ座標 r, z の原点から数えた Ccell の番号である。また、圧力 $p_{i, k}$ と外力 $(F_r)_{i, k}$, $(F_z)_{i, k}$ は Cell (i, k) の中心に作用するものとする。このような Cell について、微分方程式を階差方程式に書直したうえで計算するのが Cell 法⁽⁸⁾⁽⁹⁾である。ここで、(6), (7) 式を Cell 法で表わした式に次を示す。

$$\begin{aligned}
 u_{i+1/2, k}^{n+1} = & u_{i+1/2, k} + \delta t \left\{ \frac{(u_{i, k})^2 - (u_{i+1, k})^2}{\delta r} \right. \\
 & + \frac{(u_{i, k})^2}{i \times \delta r} + \frac{u_{i+1/2, k-1/2} \cdot w_{i+1/2, k-1/2}}{\delta} * \\
 & * \frac{-u_{i+1/2, k+1/2} \cdot w_{i+1/2, k+1/2}}{z} \\
 & - \frac{1}{\rho_0} \left\{ \frac{p_{i, k} - p_{i+1, k}}{\delta r} - (F_r)_{i, k} \right\} \\
 & + \gamma \left\{ \frac{u_{i+3/2, k} - 2u_{i+1/2, k} + u_{i-1/2, k}}{(\delta r)^2} \right. \\
 & - \frac{1}{i \times \delta r} \frac{u_{i, k} - u_{i+1, k}}{\delta r} \\
 & \left. + \frac{u_{i+1/2, k+1} - 2u_{i+1/2, k} + u_{i+1/2, k-1}}{(\delta z)^2} \right\} \\
 w_{i, k+1/2}^{n+1} = & w_{i, k+1/2} + \delta t \left\{ \frac{u_{i-1/2, k+1/2}}{\delta} * \right. \\
 & * \frac{w_{i-1/2, k+1/2}}{r} - \frac{u_{i+1/2, k+1/2} \cdot w_{i+1/2, k+1/2}}{\delta r} \\
 & - \frac{(w_{i, k})^2 - (w_{i, k+1})^2}{\delta z} \\
 & \left. - \frac{1}{\rho_0} \left\{ \frac{p_{i, k} - p_{i+1, k}}{\delta z} - (F_z)_{i, k} \right\} \right\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \gamma \left\{ \frac{w_{i+3/2, k} - 2w_{i+1/2, k} + w_{i-1/2, k}}{(\delta r)^2} \right. \\
 & - \frac{1}{i \times \delta r} \frac{w_{i, k} - w_{i+1, k}}{\delta r} \\
 & \left. + \frac{w_{i+1/2, k} - 2w_{i+1/2, k} + w_{i+1/2, k-1}}{(\delta z)^2} \right\} \quad (9)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_{i, k}^{n+1} = & \frac{u_{i, k}^{n+1} - u_{i+1, k}^{n+1}}{\delta r} + \frac{u_{i, k}^{n+1}}{i \times \delta r} \\
 & + \frac{w_{i, k}^{n+1} - w_{i+1, k}^{n+1}}{\delta z} \quad \dots\dots (10)
 \end{aligned}$$

ここで、 u^{n+1}, w^{n+1} は速度成分 u^n, w^n の δt 秒後の値であって、(9)式の右辺の n は省略してある。なお、定常状態では(10)式の右辺は零であるが、過渡状態における解析を行なうので、これを零としないで取扱う。また、 u, w について、次式に示す平均値の関係が成立するものとする。

$$\begin{aligned}
 u_{i+1/2, k+1/2} &= \frac{1}{2} (u_{i+1/2, k} + u_{i+1/2, k+1}) \\
 w_{i+1/2, k+1/2} &= \frac{1}{2} (w_{i, k+1/2} + w_{i+1, k+1/2}) \\
 u_{i, k} &= \frac{1}{2} (u_{i-1/2, k} + u_{i+1/2, k}) \\
 w_{i, k} &= \frac{1}{2} (w_{i, k-1/2} + w_{i, k+1/2}) \quad \dots\dots (11)
 \end{aligned}$$

ここで、針先端と平板を結ぶ中心軸上の軸公式は、(6), (7) 式について $r \rightarrow 0$ とした式を用いた。

〈3・3〉 δp 法 (6) 式を解いて得られた速度 u, w は一般には(7)式の質量保存則を満足していない。従って、計算機で(6)式について δt 秒ごとの繰返し計算過程で(7)式の拘束条件を入れ、これによって解に質量保存、すなわち連続の関係を保持させなくてはならない。そこで、各々の Cell については(10)式で示される $D_{i, k}$ が零とならなくてはならない。もし零ではないとすれば $D_{i, k}$ によって Cell の表面に微小圧力変化 δp が発生する。この δp は近似的に次式で示される。

$$\begin{aligned}
 (\delta p)_{i, k} r &= -\rho_0 \frac{(\delta r)^2}{\delta t} D_{i, k} \\
 (\delta p)_{i, k} z &= -\rho_0 \frac{(\delta z)^2}{\delta t} D_{i, k} \quad \dots\dots (12)
 \end{aligned}$$

(12)式は本研究のスケール範囲を考慮して、(8)式から近似的に導出した。

まず、(9)式の圧力項は小さいのでこれを省略して速度 u, w の計算を行なう。次に得られた速度 u, w

の分布から(10)式により $D_{i,k}$ を計算し、これから(12)式により δp を求める。次いで Cell 表面の速度 u, w について次に示すようにそれぞれ δp に基づく速度微小変化を補正すれば結果的に連続の条件(10)が満たされたことになる。

$$\left. \begin{aligned} u_{i+1/2,k} &\longrightarrow u_{i+1/2,k} + \frac{1}{\rho_g} \cdot \frac{\delta t}{\delta r} \cdot (\delta p_{i,k})_r \\ u_{i-1/2,k} &\longrightarrow u_{i-1/2,k} - \frac{1}{\rho_g} \cdot \frac{\delta t}{\delta r} \cdot (\delta p_{i,k})_r \\ w_{i,k+1/2} &\longrightarrow w_{i,k+1/2} + \frac{1}{\rho_g} \cdot \frac{\delta t}{\delta z} \cdot (\delta p_{i,k})_z \\ w_{i,k-1/2} &\longrightarrow w_{i,k-1/2} - \frac{1}{\rho_g} \cdot \frac{\delta t}{\delta z} \cdot (\delta p_{i,k})_z \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

従って、 δt 秒後の空間の速度分布は(9)~(13)の五つの式を順序に従って解くことによって得られる。この δt 秒ごとの過渡変化を経て、その収束値としての針対平板における空間のイオン風速分布の定常値が計算される。

なお、これらの式を解くにあたって使用した境界条件などは次のとおりである。

(1) 外力の分布は前節のクーロン力密度分布とした。

(2) 速度の境界値は境界記号 (i, k) の一つ少ない値と同じとした。但し、針先端には実験値(レーザ・ドプラ流速計)を用い、平板面上の w は零とした。このように実験値を境界値として使用する点で、本計算手法はまだ完全な解析的手法の域に達していない。

4. 空間におけるイオン風速分布の測定

〈4・1〉 シュリーレン法によるイオン風速分布の測定 この方法は次に述べるレーザ・ドプラ流速計による測定法に比較して、間接的で誤差が多いが、ほぼ針直下の軸上のイオン風速分布の大略の値を視覚的にはあくできる長所がある。

第7図に水平気流がない場合(a)とある場合(b)のイオン風コアのシュリーレン写真〔記入外の条件は文献(2)と同じ〕を示す。水平気流がある場合には風下の方へイオン風コアが流される。そこで、イオン風コアの軌跡は水平気流と下方に向うイオン風コアでの風速のベクトル合成と仮定し、既知の気流速度に基づいて多くの写真からイオン風速を求めた。これは、もちろん軸上のイオン風速を与えるものでないことはいうまでもないが、一応その目安を与えるものと考えることができる。ここで、軸上のイオン風速実験値として針近傍の値は気流が大きい場合、平板近くでは気流が

第7図 気流によって負イオン風中心軌跡変化を示すシュリーレン写真(第1図参照)

Fig. 7. Comparative Schlieren photographs of the central locus of negative ionic wind for various gas velocity.

第8図 シュリーレン法による軸上のイオン風速分布

Fig. 8. Ionic wind velocity distribution along the axis by Schlieren method.

小さい場合の値を用いた。そして、実験値は同一条件で測定した三つの値の平均をとってある。

平板電界強度 $E=6.0 \times 10^5 \text{ V/m}$ 一定として、両電極間距離 L を $0.03 \sim 0.06 \text{ m}$ と変化させても、横軸を L で規格化すると上記方法で求めたイオン風速 v_i の測定分布は第8図に示すようにほぼ同一の曲線になる。この図から、平均電界強度が定まれば、 L が変化してもイオン風速分布のパターンはほぼ一定となることが予想される。

〈4・2〉 レーザ・ドプラ流速計による空間のイオン風速分布 この方法は気体と同速度で移動している粒子によるレーザ光のドプラシフトを測定することによって、気体の速度を測定するものである。そこで第1図の針(この場合は縫針、図中の ρ_r は針先端曲率半径)近傍から Smoke Generator(ロイコ社製)によって粒径 $0.3 \mu\text{m}$ 前後の微粒子(フタル酸ジオクチル、比誘電率 5.1)をイオン風速分布に影響を与えないよ

第 1 表 標準状態で大気電界中の DOP 粒子 ($0.3\mu\text{m}$) 移動速度の計算値

Table 1. Calculated values of DOP particle (diameter, $0.3\mu\text{m}$) migration velocity in an electric field for air at NTP.

電界強度 (10^5V/m)	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0
粒子速度 (10^{-2}m/s)	2.2	3.5	5.0	6.8	8.8

第 9 図 レーザドプラ流速計による空間のイオン風速分布 ($V = -2.0 \times 10^4\text{V}$, $D = 0.05\text{m}$)

Fig. 9. Ionic wind distribution in the space by laser Doppler flowmeter.

うに供給した。その供給速度は針先端近傍で最大 0.2 m/s に止まった。粒子はイオンシャワーを浴びて荷電されクーロン力を受ける結果、厳密にはその速度は気流速度からずれるがカニガム補正係数⁽¹¹⁾を考慮した。この粒子の電界中の速度(計算値)は第1表のとおりで、十分に小さく、イオン風の測定値には大きな影響はない。レーザドプラ流速計の測定精度をモータにアクリル円板を取付けて回転させ、その周辺速度を指示させて求めたところ誤差は6%以下であった。なお、測定器自体の誤差として、粒子径に基づくドプラ・ビート周波数誤差が数%という報告⁽¹²⁾がある。従って、この方法によるイオン風速の総合測定誤差は、第9図の軸上において電界の特に強い針先端の近傍を除いてほぼ10%程度と判断される*。

第9図は両電極間距離 $L = 0.05\text{m}$ 、印加電圧 $V =$

$-2.0 \times 10^4\text{V}$ 、コロナ電流 $I = 2.5 \times 10^{-5}\text{A}$ の条件下におけるレーザ・ドプラ流速計(日本科学工業製)で測定したイオン風速度の平板方向成分の分布を示す。電極装置を比較的小さなチャンバ($0.6 \times 0.6 \times 0.6\text{m}$)内に入れてあるため、計算の前提とした自由空間で生じたイオン風の風速分布とは若干異っているはずである。また、上記測定誤差のため偏位 X が大きくなるほど値の信頼度は小さくなるものと予想される。しかし中心軸上の風速分布は、シュリーレン法によって求めた同一条件下の測定値とほぼ一致している。

〈4.3〉 計算結果と実験値との比較 針対平板電極における空間のクーロン力密度分布を第2章に示した方法で計算し、これを外力分布とする Navier-Stokes の式を、第3章で示した方法で解くことによって空間のイオン風速分布が得られる。印加電圧 $V = -2.0 \times 10^4\text{V}$ 、コロナ電流 $I = 2.5 \times 10^{-5}\text{A}$ 、両電極間距離 $L = 0.05\text{m}$ の条件下で計算した空間のイオン風速の平板方向成分の分布を第10図に示す。更に、同一条件下でのレーザドプラ流速計による測定結果(第9図)を比較のため第10図に併記してある。 $r = 0.01\text{m}$ の場合には計算値と実測値との間に若干のずれがあるが、その他の位置では両者の間にはかなり良い一致が見られる。

第11図に印加電圧 $V = -2.0 \times 10^4\text{V}$ と $V = -3.0 \times 10^4\text{V}$ における針先と平板を結ぶ中心軸上のイオン風速分布の計算値、レーザ・ドプラ流速計による実験値、シュリーレン法による測定値の比較を示す。解析計算の結果は、レーザ・ドプラ流速計による実験値とはかなり良い一致を示している。シュリーレン法による実験値だけがかなり低い値となっているが、この方

第 10 図 空間におけるイオン風速特性

Fig. 10. Ionic wind velocity characteristics in the space by laser Doppler flowmeter and computational results.

*: 針先端の電離域外の近傍では、電界強度が第1表の値よりも約1けた程度高くなる(但し、針先の破壊電界強度を超えることはない)はずで、従って粒子のクーロン力による移動速度も約1けた程度高くなるものと予想される。しかし第11図から明らかなように、この部分のイオン風速は4~7m/s程度と高いので、この部分での誤差も20%を超えることはないものと予想される。

第 11 図 軸上におけるイオン風特性

Fig. 11. Ionic wind velocity characteristics along the axis.

法自体が原理的に誤差の大きいものである以上やむを得ないものと思われる。

第 11 図において、針先端近傍 ($d < 0.005\text{m}$) のレーザ・ドプラ流速計による実験値 (図中省略) は、 $d = 0.005\text{m}$ での値よりも小さな値を示した。

ここで、Robinson 氏⁽¹⁰⁾の式を用いた計算値について検討する。彼は一次元の場合について、(5)式を圧力微小変化量 Δp とおいて次の式を導いた*。

$$v_i = \left[\frac{2}{k \rho_0 \mu} \int_0^L j dL \right]^{1/2} \dots\dots\dots (14)$$

但し、 k は損失係数、 L は両電極間距離である。いま第 2 章で求めた空間の電位分布および電荷密度分布の計算値を (4)、(14) 式に適用し、 $k=1$ として、 $L=0.05\text{m}$ の針対平板電極の軸上について区分求積を行なうと、 $V=-2 \times 10^4\text{V}$ および $V=-3 \times 10^4\text{V}$ の場

合について次の結果が得られた。

$$v_i (-2 \times 10^4\text{V}) = 7.1\text{m/s}$$

$$v_i (-3 \times 10^4\text{V}) = 11.8\text{m/s}$$

これらの値は、同一条件に対してレーザ・ドプラ流速計で求めた軸上の最大実験値約 4m/s および 7m/s に比べると著しく大きい。このことは針対平板電極系のように三次元の場におけるイオン風速の計算には、(14) 式のような簡略式は適用できないことを示している。

5. ま と め

以上、針対平板電極におけるイオン風速の理論計算ならびに実測結果をまとめると次のようになる。

(1) ポアソンの式と電流連続の式を解くことによって、空間の電界および電荷密度分布ならびにクーロン力密度分布が得られた。その結果、算出された平板上の電流密度分布は実験値との間にかなり良い一致を示した。

(2) 上記のクーロン力密度分布を外力密度分布として、Cell 法を用い、Navier-Stokes の式を解くことによって空間のイオン風速の空間分布を算出した。この場合、新たに提案した「 δp 法」によって連続の条件を満足させた。また針先端のイオン風速境界値としてレーザ・ドプラ流速計による測定値を用いた。

(3) 得られた空間のイオン風速空間分布の計算値は、レーザ・ドプラ流速計による針先端以外の空間における測定値とかなり良い一致を示した。このことは上記の計算法の妥当性を示すものと判断される。但し境界条件を実験値に依拠しない計算法の開発は今後の課題である。

(4) イオン風速の簡易推定法としてシュリーレン法を提案した。この方法による値はレーザ・ドプラ流速計による値に比べて一般に低い値を示した。

以上で要約を終るが、EP 内でのイオン風がダスト粒子捕集過程についてどのような影響を与えるかという問題については次の機会にゆずる。

最後に、流体力学について御指導いただいた東京大学工学部長 近藤次郎教授、御支援いただいた山口大学 植崎久矩教授、御援助いただいた池田 隆技官、大学院学生 下田 誠君 (現在、日立製作所) に深く感謝する次第である。また、レーザ・ドプラ流速計について援助いただいた、サセザンプトン大学 J. D. Bassett 氏に深甚の謝意を表明する。

(昭和 51 年 6 月 17 日受付, 同 51 年 11 月 15 日再受付)

*: (6) 式で $u=0\text{m/s}$, $p=0\text{N/m}^2$, 時間項および動粘性項を省略する。そして、基本式にもとって考えることにすると次式となる。

$$w \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{F_z}{\rho_0} = \frac{\rho_z E_z}{\rho_0} = \frac{j_z}{\mu \rho_0}$$

この式を積分すると、 $k=1$ の場合の (14) 式と一致する。

文 献

- (1) W. Deutsch: Ann. phys. 476, 729 (1925)
- (2) 足立: 電気学会論文誌 93-B, 273 (昭 48-7)
- (3) M. Robinson: Am. phys. 30, 366 (1962)
- (4) 足立: 粉体工学研究会誌 12, 146 (昭 50)
- (5) 足立・陶山・下田・増田: 昭49電気学会全大 No. 718
- (6) 増田・阿久津・生田・足立: 昭51同上 No. 476
- (7) プリント(増田・河野訳): プリント電界計算法 p. 173(1974)
- (8) C. W. Hirt & J. L. Cook: J. Comp. phys. 10, 324(1972)
- (9) F. H. Hareow & J. E. Welch: phys. Fluids 12, 109(1965)
- (10) M. Robinson: Trans. AIEE 80, 143 (1961)
- (11) H. J. White: Electrostatic Precipitation p. 157 (1963)
- (12) H. Mishina, Y. Kawase & T. Asakura: Japan J. App. Phys. 15, 633 (1976)
- (13) 増田・新岡: 電気学会論文誌 96-A, 411 (昭 51-9)
- (14) 近藤・梶田・三好: 同上 95-A, 17 (昭 50-1)

第 12 図 計算用格子における格子点電位

Fig. 12. Variable value potential about a computational typical mesh.

付 録

四角形公式⁽⁷⁾と一階偏微分の項 第 12 図に示す z 軸から $s\delta r (=sh)$ の距離にある 0 点の電位 ϕ_0 を四角形公式で求めるためには、周囲点電位 $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4$ が与えられていなくてはならない。これらの点の電位についてテーラ展開を行なって、三次の項以下を省略すると次式が得られる。

$$\phi_1 = \phi_0 + \delta z \frac{\partial \phi_0}{\partial z} + (\delta z)^2 \frac{\partial^2 \phi_0}{\partial z^2} \dots \dots \dots (\text{付 1})$$

$$\phi_2 = \phi_0 + \delta r \frac{\partial \phi_0}{\partial r} + (\delta r)^2 \frac{\partial^2 \phi_0}{\partial r^2} \dots \dots \dots (\text{付 2})$$

$$\phi_3 = \phi_0 - \delta z \frac{\partial \phi_0}{\partial z} + (\delta z)^2 \frac{\partial^2 \phi_0}{\partial z^2} \dots \dots \dots (\text{付 3})$$

$$\phi_4 = \phi_0 - \delta r \frac{\partial \phi_0}{\partial r} + (\delta r)^2 \frac{\partial^2 \phi_0}{\partial r^2} \dots \dots \dots (\text{付 4})$$

ここで、 $\delta x = \delta y = h$ として (付 1) ~ (付 4) 式の辺々相加えて、(3)式のラプラスの式を代入すると次の四角形公式が得られる。

$$\phi_0 = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 \phi_j + \frac{\phi_2 - \phi_4}{8s} \dots \dots \dots (\text{付 5})$$

また、(1)式のポアソンの式を代入した場合には、次の四角形公式となる。

$$\phi_0 = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 \phi_j + \frac{\phi_2 - \phi_4}{8s} + \frac{h^2 \rho_0}{2\epsilon} \dots \dots \dots (\text{付 6})$$

(付 1)と(付 3)式、および(付 2)と(付 4)式の辺々相引いて、一階偏微分の項を求めると次のようになる。

$$\frac{\partial \phi_0}{\partial z} = \frac{\phi_1 - \phi_3}{2\delta z}, \quad \frac{\partial \phi_0}{\partial r} = \frac{\phi_2 - \phi_4}{2\delta r} \dots \dots \dots (\text{付 7})$$

また、(付 1)および(付 2)式で二次の項を省略して、一階偏微分項を求めると次のようになる。

$$\frac{\partial \phi_0}{\partial z} = \frac{\phi_1 - \phi_0}{2\delta z}, \quad \frac{\partial \phi_0}{\partial r} = \frac{\phi_2 - \phi_0}{2\delta r} \dots \dots \dots (\text{付 8})$$

(付 7)式は二次近似であって、(付 8)式は一次近似である。この二つの式は(2), (6), (7)式などの解法にあたって、必要に応じて使い分けた。