低掃引速度磁界中における flux jump の検討

正 員 海 保 勝 之 (電総研)

正 員 小 原 健 司 (電総研)

正 員 小 山 健 一 (電総研)

1. ま え が き

超電導体の磁気不安定性の原因である flux jump については、既に多くの解析が行なわれており、flux jump が起こる磁界と超電導体の電磁気的および熱的特性との関係が明らかにされている^{(1)~(5)}。しかし、これらの解析結果と外部磁界の掃引速度が小さい場合の実験結果とは、後で述べるように大きな相違が見られる。

この論文では、外部磁界の掃引速度が小さい場合には磁束の運動は creep 状態になっていることに着目して検討を進める。flux creep 状態においては磁束の拡散速度は熱の拡散速度より十分に小さくなり、また磁束の拡散速度は、外部磁界の掃引速度に依存して変わることになる。このような前提の下に flux jump が起こる条件を計算した結果、従来測定されてきた flux jump の外部磁界掃引速度依存性を定性的に良く説明しうることがわかった。

2. flux jump 開始磁界計算のための準備

〈2・1〉 計算の仮定 従来の解析結果によると、flux jump を起こさない条件は、例えば無限平板の場合、次式のように表わされる⁽⁵⁾。

$$\left(J_c \frac{W}{2}\right)^2 < \beta_0^2 \frac{K_s T_0}{\mu_0} \left(\frac{1}{D_{th}} + \frac{1}{D_m}\right) \dots\dots (1)$$

但し、 J_c , W , K_s , D_{th} , D_m はそれぞれ超電導体の臨界電流密度、厚み、熱伝導率、熱拡散係数、磁気拡散係数であり、 T_0 は $-J_c/(dJ_c/dT)$ で表わされる温度、 μ_0 は真空の透磁率である。 β_0 は超電導体の形状、冷却条件、熱伝導率によって決まる定数である。また、 D_{th} , D_m は次式のように表わされる。

$$D_{th} = K_s / C_s, \quad D_m = \rho_s / \mu_0 \dots\dots\dots (2)$$

但し、 C_s , ρ_s は超電導体の比熱、微分抵抗率である。

第1図は超電導体の電圧電流特性を図式的に示したものである⁽⁶⁾。この特性は J_c 付近の flux creep による曲線部と、その後続く flux flow による直線部とに分けられる。従来は flux jump の解析をする場合、 ρ_s として flux flow 状態での微分抵抗率(ρ_f)を考えているため、 $D_m \gg D_{th}$ とすることが多い。しかし、 ρ_s の値は flux creep 領域においては、超電導体中に流れている電流に依存して大きく変る。 $\rho_s = \rho_f$ となるのは、超電導体中に流れている電流が、第1図に示す J_1 より大きくなった場合であり、そのとき電界の値も E_1 より大きくなる。臨界状態モデル⁽⁷⁾によると、磁束の変化がない場合、磁界の侵入している領

第1図 超電導体の電圧電流特性例

Fig. 1. Voltage vs. current characteristics of the superconductor.

Studies on Flux Jump of Superconductor in Magnetic Field of Slow Sweep Rate. By Katsuyuki Kaiho, Member, Takeshi Ohara, Member & Ken-ichi Koyama, Member (Electrotechnical Laboratory, Ministry of International Trade and Industry)

海保勝之：正員，電子技術総合研究所

小原健司：正員，電子技術総合研究所

小山健一：正員，電子技術総合研究所

域には臨界電流密度の電流が流れている。磁束変化がある場合には磁束通過量に応じて電界が生ずる。この電界に対応して、臨界電流密度以上の電流が流れて電気抵抗が発生する。しかし、磁束密度の変化量が小さい場合には、電界が小さくなるため $\rho_s < \rho_f$ となる。このような場合において ρ_s が十分小さく、 $D_m \ll D_{th}$ となる場合について flux jump が起こる条件を検討する。

〈2・2〉 flux creep 領域における微分抵抗率

flux creep 領域における電界は次式のように表わすことができる⁽⁵⁾。

$$E = f \exp[-(F_0 - q\alpha)/KT] \quad (3)$$

但し、 f , F_0 , q などは超電導体の特性を示す値であり、 K , T はそれぞれボルツマン定数、超電導体の温度である。また $\alpha = J(B + B_0)$ であり、 J は電流密度、 B は磁束密度、 B_0 は定数である。(3)式において α 以外はあまり電流依存性がないため、 ρ_s は m を定数として次式のように書くことができる。

$$\rho_s = dE/dJ = m(B + B_0)E \quad (4)$$

〈2・3〉 熱平衡温度分布の計算 第2図に示すように、半無限状超電導体の表面に平行に(紙面に平行に下から上に)磁界(H)が dH/dt なる変化率で零より上昇する場合について考える。 $x=0$ を磁束が超電導体表面より侵入した先端とし、 $x=0$ より超電導体表面までの距離を D とする。

超電導体表面より侵入した磁束により紙面と垂直方向に誘起される電界(E)は次式ようになる。

$$E(x) = \mu_0 x (dH/dt) \quad (5)$$

第3図において、 a 曲線は超電導体内部における電界と電流の関係を示している。

(5)式で表わされる電界によって、 x 点には $J(x)$ なる電流が流れていることになる。もし、この状態で ΔT なる微少温度上昇が起こったとすると、 x 点における電界と電流の関係は b 曲線ようになる。温度上昇(ΔT)による J_c の減少(ΔJ)は次式ようになる。

第2図 超電導体中における磁束分布

Fig. 2. Magnetic field distribution in the superconductor.

第3図 微少温度上昇があった場合の電界の変化

Fig. 3. Variation of the electric field in the superconductor due to the small change of temperature.

$$\Delta J = -(dJ_c/dT)\Delta T \quad (6)$$

但し dJ_c/dT は臨界電流密度の温度微分である。 ΔT なる温度上昇により、 x 点に流れる電流の値も ΔJ だけ減少することによって磁束分布の平衡状態は保たれるのであるが、 $D_m \ll D_{th}$ の場合には磁束分布の変化が起こるより速く、温度分布が平衡状態に達してしまう。従って、このような意味での熱平衡状態の温度分布を計算するには、磁束分布の変化は無視して良い。従って、電流分布も変化しないため、 J_c の減少によって x 点の電界は次式で表わされるだけ大きくなる。

$$\Delta E(x) = \Delta J \rho_s \quad (7)$$

この電界による x 点における発熱量の増加分は、近似的に $J(x) = J_c$ として次のようになる。

$$J_c \Delta E(x) = J_c (-dJ_c/dT) \rho_s \Delta T \quad (8)$$

従って、超電導体内部における微少温度上昇 ΔT についての熱伝導の関係は次式ようになる。

$$C_s \frac{\partial \Delta T}{\partial t} = J_c \left(-\frac{dJ_c}{dT} \right) \rho_s \Delta T + K_s \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial x^2} \quad (9)$$

(9)式の解を次式のようにおく。

$$\Delta T = e^{\nu t} g(x) \quad (10)$$

(4), (5), (9), (10)式より

$$\nu = \frac{K_s}{C_s g(x)} \left\{ \beta x g(x) + \frac{d^2 g(x)}{dx^2} \right\} \quad (11)$$

但し、 $\alpha_c = J_c(B + B_0)$ とすれば、 β は次式のように表わされる。

$$\beta = \frac{m \alpha_c}{K_s} \left(-\frac{dJ_c}{dT} \right) \mu_0 \frac{dH}{dt} \quad (12)$$

(10)式において、 ν の値の正負によって微少温度上昇(ΔT)が増加、または減少する。従って、超電導体内部での微少温度上昇(ΔT)が熱平衡状態となった場合には $\nu = 0$ となる。このときの超電導体内部での微少

第 4 図 熱平衡温度分布

Fig. 4. Temperature profile in the heat balance state.

温度上昇 (ΔT) は, (10), (11) 式より $\nu=0$ として $\Delta T=q(x)$ に注意すれば次式を満たすことになる。

$$\beta x \Delta T + d^2 \Delta T / dx^2 = 0 \quad (13)$$

簡単のため dJ_c/dT の磁界依存性を無視すると, (13) 式の解はベッセル関数を用いれば, A, B を定数として次式のように書くことができる。

$$\Delta T = \sqrt{x} \left\{ A J_{1/3} \left(\frac{2}{3} \sqrt{\beta} x^{3/2} \right) + B J_{-1/3} \left(\frac{2}{3} \sqrt{\beta} x^{3/2} \right) \right\} \quad (14)$$

(14) 式の右辺の各項は第 4 図に示す曲線を表わしている。

3. flux jump 開始磁界の計算

〈3.1〉 通電電流がない場合 第 5 図に示すような厚さ W なる無限平板超電導体の両側表面に平行に磁界が加わる場合について考える。対称性を考慮して中心より右側部分について考えることとする。第 5 図において, $X=0$ は第 2 図と同様に磁束が侵入した先端を表わし, $X=0$ より超電導体表面までの距離を D とする。

対称性を考慮すると, 超電導体内部の微小温度上昇 (ΔT) が (14) 式で示されるような熱平衡状態になっていれば次式のような境界条件が成立つ。

第 5 図 無限平板中における熱平衡温度分布および磁束分布

Fig. 5. Temperature and magnetic field profile of the infinite slab superconductor in the heat balance state.

$$d \Delta T / dx = 0, \quad x=0 \quad (15)$$

厳密には, (15) 式が成立つのは超電導体の比熱 C_s が零の場合である。従って, (15) 式は flux jump が起こる条件を低めに評価するという意味で (中心部への熱の伝導を無視している), flux jump が起こる最低限界を与える一つの近似となっていると考えられる。

(14), (15) 式を満たすような微小温度上昇 (ΔT) が超電導体内部では熱平衡状態になり得る訳である。しかし, 全体としてこのような温度分布が熱平衡状態として存在するためにはもう一つの条件, つまり超電導体表面での熱の連続性を満たす必要がある。

従って, (14), (15) 式を満たすような微小温度上昇 (ΔT) を仮定した場合に, 超電導体表面での熱の伝達量が次式を満たすような場合には, 超電導体内部で生ずる発熱量より冷媒へ伝わる熱量の方が大きくなり, 超電導体内部においては熱平衡状態は存在しないことになる。

$$-K_s (d \Delta T / dx) < h \Delta T \quad (16)$$

ここで, h は超電導体表面より冷媒への熱伝達率である。もし, (16) 式において左辺の方が大きい場合には超電導体内部より冷媒への熱伝達が行なわれず, 超電導体の温度は更に上がることになる。このことは超電導体の温度上昇が止まらず, ピンニング力の減少を加速し, flux jump が起こることを意味する。従って, (16) 式の両辺が等しい場合が flux jump が起こる最低条件となる。

このような条件では, (14), (15) 式および (16) 式の両辺を等しいとおいた式より, 次のような関係が成立つ。

$$\frac{h}{K_s \sqrt{\beta} D} = \frac{J_{2/3} (2/3 \sqrt{\beta} D^{3/2})}{J_{-1/3} (2/3 \sqrt{\beta} D^{3/2})} \quad (17)$$

(17) 式は冷却条件が極端な場合には次式のように簡単化することができる。

(1) $hD \gg K_s$ の場合 このときは (17) 式は次式のように近似できる。

$$D^3 = \frac{9}{4} \gamma_1^2 \frac{K_s}{m \alpha_c \left(-\frac{dJ_c}{dT} \right) \mu_0 \frac{dH}{dt}} \quad (18)$$

但し, $\gamma_1=1.87$ なる定数である。

(2) $hD \ll K_s$ の場合 このときは, (17) 式は次式のように近似できる。

$$D^2 = \frac{2h}{m \alpha_c \left(-\frac{dJ_c}{dT} \right) \mu_0 \frac{dH}{dt}} \quad (19)$$

ここで、簡単のために、超電導体内部において臨界電流密度 J_c を一定とすれば、flux jump を起こす磁界 H_{FJ} は次式のように表わせる。

$$H_{FJ} = J_c D \quad \dots\dots\dots (20)$$

従って、(18), (19) 式に対応して H_{FJ} の値は次のように書ける。

(1) $hD \gg K_s$ の場合

$$H_{FJ}^3 = \frac{9}{4} \gamma_1^2 \frac{J_c^3 K_s}{m \alpha_c \left(-\frac{dJ_c}{dT} \right) \mu_0 \frac{dH}{dt}} \quad \dots\dots\dots (21)$$

(2) $hD \ll K_s$ の場合

$$H_{FJ}^2 = \frac{2J_c^2 h}{m \alpha_c \left(-\frac{dJ_c}{dT} \right) \mu_0 \frac{dH}{dt}} \quad \dots\dots\dots (22)$$

〈3・2〉 通電電流がある場合 第6図に示すように、厚さ W なる無限平板超電導体に通電電流が流れている状態で、外部より一定上昇速度を有する磁界が加わっている場合を考える。第6図において実線は超電導体内部の磁束分布を示している。 J_c は臨界電流密度である。また、破線は通電電流の超電導体断面に対する平均電流密度を J_t とした場合に、通電電流が超電導体の断面に一様に流れていると仮定した場合の磁束分布を示している。

(1) $0 < J_t \leq J_c$ の場合 微小温度上昇 (ΔT) が熱平衡状態となるための超電導体表面から冷媒への熱の連続性の条件は次式のようにになる。

$$-K_s \frac{d\Delta T}{dx} = h \Delta T, \quad x = W_1$$

左側表面..... (23)

$$-K_s \frac{d\Delta T}{dx} = h \Delta T, \quad x = W_2$$

右側表面..... (24)

但し、 W_1, W_2 は第6図に示すように超電導体両面から侵入した磁束が出会う点と表面との距離である。これらの値は J_c を一定と近似すると、次式のようになる。

第6図 通電電流がある場合の磁束分布
Fig. 6. Magnetic field distribution when there is transport current.

第7図 通電電流のある場合の温度分布
Fig. 7. Temperature profile when there is transport current.

$$W_1 = \frac{J_c + J_t}{2J_c} W, \quad W_2 = \frac{J_c - J_t}{2J_c} W \quad \dots\dots\dots (25)$$

第7図は、このような場合における超電導体内部での温度分布を示しており、破線は(14)式の右辺第1項、一点鎖線は第2項による温度上昇分である。実線は両者の和、すなわち、全体での温度分布を示している。

(14), (23), (24) 式より、 A, B を消去すると

$$\begin{aligned} & \frac{K_s \sqrt{\beta} W_2 J_{-2/3} (2/3 \sqrt{\beta} W_2^{3/2})}{K_s \sqrt{\beta} W_1 J_{-2/3} (2/3 \sqrt{\beta} W_1^{3/2})} * \\ & * \frac{h J_{1/3} (2/3 \sqrt{\beta} W_2^{3/2})}{h J_{1/3} (2/3 \sqrt{\beta} W_1^{3/2})} \\ & = \frac{-K_s \sqrt{\beta} W_2 J_{2/3} (2/3 \sqrt{\beta} W_2^{3/2})}{K_s \sqrt{\beta} W_1 J_{2/3} (2/3 \sqrt{\beta} W_1^{3/2})} * \\ & * \frac{h J_{-1/3} (2/3 \sqrt{\beta} W_2^{3/2})}{-h J_{-1/3} (2/3 \sqrt{\beta} W_1^{3/2})} \quad \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

(25), (26) 式より W_1, W_2 を消去すれば、flux jump 開始条件が求まる。特に $J_t = J_c$ の場合には $W_2 = 0$ となるため、(26) 式は次式のようになる。

$$\begin{aligned} & \frac{K_s (3\beta)^{1/3}}{J_{-2/3} (2/3 \sqrt{\beta} W^{3/2})} \frac{1}{\Gamma(1/3)} \\ & + \frac{h J_{1/3} (2/3 \sqrt{\beta} W^{3/2})}{K_s \sqrt{\beta} W} \\ & = \frac{h \frac{1}{\Gamma(2/3)}}{J_{2/3} (2/3 \sqrt{\beta} W^{3/2})} - \frac{h J_{-1/3} (2/3 \sqrt{\beta} W^{3/2})}{K_s \sqrt{\beta} W} \quad \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

冷却条件が極端な場合、(27) 式は次式のようになる。

(a) $hW \gg K_s, J_t = J_c$ の場合

$$W^3 = \frac{9}{4} \gamma_2^2 \frac{K_s}{m \alpha_c \left(-\frac{dJ_c}{dT} \right) \mu_0 \frac{dH}{dt}} \quad \dots\dots\dots (28)$$

但し、 $\gamma_2 = 2.90$ なる定数である。

(b) $hW \ll K_s, J_t = J_c$ の場合

$$W^2 = 2 \left(1 + \frac{\Gamma(2/3)}{\Gamma(1/3)} \right) \frac{h}{m \alpha_c \left(-\frac{dJ_c}{dT} \right) \mu_0 \frac{dH}{dt}}$$

.....(29)

但し, $\Gamma(2/3)/\Gamma(1/3)=0.5$ である。

(2) $J_c > J_c$ の場合 臨界電流を越えた場合には、磁界を掃引させなくとも flux creep を起こす。磁界の掃引速度を十分に遅くすれば、超電導体内部にはほぼ一様の電界が生ずる。従って、このような場合には dH/dt による電界の増加分は無視できるから、熱平衡の温度分布を与える式は、(9)式に(4)式を代入して(13)式に対応して次のようになる。

$$\frac{m\alpha_c}{K_s} \left(-\frac{dJ_c}{dT} \right) E \Delta T + \frac{d^2 \Delta T}{dx^2} = 0 \quad \dots\dots(30)$$

$x=0$ を超電導体の中心に選べば、 ΔT の解は C_1, C_2 を定数として次式のようにになる。

$$\Delta T = C_1 \sin \theta x + C_2 \cos \theta x \quad \dots\dots(31)$$

但し、

$$\theta = \sqrt{\frac{m\alpha_c}{K_s} \left(-\frac{dJ_c}{dT} \right) E}$$

である。

微小温度上昇 (ΔT) に対する熱の連続性の条件は次式のようにになる。

$$-K_s(d\Delta T/dx) = h\Delta T, \quad x=W/2 \dots\dots(32)$$

対称性を考慮して、(31), (32)式より flux jump の開始の条件として次式を得る。

$$\frac{h}{\sqrt{K_s m \alpha_c \left(-\frac{dJ_c}{dT} \right) E}} = \tan \left\{ \sqrt{\frac{m \alpha_c}{K_s} \left(-\frac{dJ_c}{dT} \right) E W} \right\} \quad \dots\dots(33)$$

(33)式において冷却条件が極端な場合、次式のようにになる。

(a) $hW \gg K_s$ の場合

$$E = \left(\frac{\pi}{2W} \right)^2 \frac{K_s}{m \alpha_c (-dJ_c/dT)} \quad \dots\dots(34)$$

(b) $hW \ll K_s$ の場合

$$E = \frac{h}{W m \alpha_c (-dJ_c/dT)} \quad \dots\dots(35)$$

(34), (35)式は臨界電流を越して電流を流した場合に flux jump が起こる電界の値を意味する。しかし、安定化用の常電導金属が多量についている場合は、安定化材の磁気拡散係数を考慮する必要がある、(33)～式は必ずしもそのまま適用できない。

4. 実験結果との比較

(4.1) flux creep 特性の測定 第8図は垂直磁界中における Nb-Ti 超電導線の電圧電流特性の測定例である。第9図は半対数目盛でプロットし直した結

果である。第8図において、破線は臨界電流（電圧の立上りの点を示す電流値であり、この場合 21A と仮定して考える）を越えた電流のすべてが銅母材中に流れると仮定した場合の電圧電流特性の計算値である。実線と破線との比較から、臨界電流を越えた電流値のほとんどが超電導体中に流れており、銅母材中に分流している量は極くわずかと推定される。

従って、第8図、第9図は、ほぼ超電導体の flux creep 特性であると考えられることができる。第9図の傾きより、(4)式に示される $m(B+B_0)$ の値を計算して第10図に示す。第10図には、別の試料についての計算結果も併せて示してある。Nb-Ti 超電導線の場合、 m の値は第10図より $(1 \sim 6) \times 10^{-8} (\text{m/AT})$ であった。

(4.2) 本モデルが適用可能な範囲 ($D_{th} \gg D_m$ が成立つ範囲) 従来の理論、例えば(1)式によると、flux jump の開始条件は $D_{th} \gg D_m$ であれば D_m によって決定されると考えられる。ここで、 $D_{th} \gg D_m$ の

第8図 Nb-Ti 超電導体の電圧電流特性の測定例

Fig. 8. Measured voltage vs. current characteristics of Nb-Ti superconductor.

第9図 Nb-Ti 超電導線の電圧電流特性

Fig. 9. Voltage vs. current characteristics of Nb-Ti superconductor.

第 10 図 $m(B+B_0)$ 値の磁界依存性Fig. 10. Magnetic field dependence of the value of $m(B+B_0)$.

第 11 図 本理論の適用範囲 (Nb-Ti)

Fig. 11. Applicable condition of our theory (Nb-Ti superconductor).

条件を $D_{th} \geq 10 D_m$ と仮定すれば, D_{th} を無視した場合の誤差は 10% 以内となる。従って, ここでは $D_{th} = 10 D_m$ の関係を本論文の理論的検討を進めるうえでの仮定 $D_{th} \gg D_m$ が成立つ最低条件と考えるとすれば, 本モデルが適用できるための超電導体の各定数の関係は次式のようになる。

$$\frac{D_{th}}{D_m} = \frac{K_s}{C_s} \frac{\mu_0}{m(B+B_0)E} \geq 10 \quad (36)$$

例えば, 第 2 図に示すような超電導体について (36)

第 12 図 flux jump の計算値と実測値の比較 (Nb-Ti)

Fig. 12. Comparison of the measured value and calculated value of the magnetic field at which the first flux jump occur (Nb-Ti superconductor).

式が成立つ範囲を考えてみる。超電導体内部の電界 (E) の値として, 超電導体内部においての最大値を選ぶとすれば, 表面において最大となるから, 磁束の侵入深さを D とすれば次式のようになる。

$$E(x=D) = D \mu_0 \frac{dH}{dt} \quad (37)$$

(36), (37) 式より次式を得る。

$$D \frac{dH}{dt} \leq \frac{K_s/C_s}{10m(B+B_0)} \quad (38)$$

(38) 式の関係を Nb-Ti 超電導体について計算した例を第 11 図に示す。図において, 実線により示された下側部分が (38) 式の成立つ範囲である。

〈4.3〉 H_{FJ} の実測値と計算値の比較 第 12 図

は Nb-Ti の円柱超電導体に軸方向に一定上昇速度の磁界を加えた場合の H_{FJ} の測定値⁽⁸⁾と本モデルによる計算値を比較したものである。測定に使われた試料は円柱状であるが, これを無限平板とみなして計算値と比較する。

測定値は冷却条件をパラメータにして, flux jump が起こる磁界 H_{FJ} の外部上昇速度依存性を測定している。 H_{FJ} の値は dH/dt の増加につれ, 始め H_{FJ} が減少し極小値を経た後増加する。近葉氏⁽⁹⁾によって指摘されているように, 超電導体のヒステリシス損失により dH/dt の大きい領域では試料の温度上昇が大きくなるため, H_{FJ} の値が大きくなる。しかし dH/dt の上昇と共に H_{FJ} が下がる領域では, 温度上昇はあまりないと推定される。実線は J_c = 一定として本モデルにより (18) 式から H_{FJ} を計算したものである。 dH/dt が小さい領域では実測値と傾向的には良く一致しているようである。

従来の flux jump の理論, 例えば断熱近似理論⁽¹⁰⁾によると, 超電導体内部に残留磁束がない状態において, 外部磁界を増加させていった場合に, 初めて flux jump を起こす磁界 H_{FJ} は次式で与えられる。

$$H_{FJ} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{C_s}{\mu_0 T_0}} \quad (39)$$

ここで, 超電導体の比熱 $C_s = 10^3 \text{ J/m}^3 \text{ K}$ (Nb-Ti の場合), 特性温度 $T_0 = 5.1 \text{ K}$ とすると $H_{FJ} = 0.17 \text{ T}$ となり, 実験値とは非常に異なっている。また, このような理論では外部磁界の掃引速度が小さい領域で H_{FJ} が磁界の掃引速度につれて変化することを説明することができない。

〈4.4〉 臨界電流を越えてからの flux jump の測定 極細多心超

電導線の電圧電流特性は、第8図のような flux creep 特性を示す。flux creep 状態から flux flow 状態へ移る以前に電圧が jump する場合、〈3・2〉節の(2)項で述べたような flux jump が起こっていると考えられることができる。冷却条件を変えて、電圧が jump する直前の値の測定値と、そのときの印加磁界の関係を第13図に示す。図は試料をペークライト棒に誘導巻きに一層だけ巻き、軸方向に外部より直流磁界を加えた後に、試料に電流を流し、その電流電圧特性を測定した結果から得たものである。

試料は、素線径の異なる2種類の極細多心線材である。実験はすべて液体ヘリウム中で行なったが、試料の冷却条件を変えるため、超電導線の表面を接着剤により片側のみ覆った場合(●, ▲印)と何も施さない場合(○, △印)について比較した。

測定結果によると、冷却条件が悪い方(●, ▲印)が低い電圧で jump が起こっているが、このことは円形断面超電導線について計算した(付6)式から予想されるとおりである。

また、実線は(付6)式より計算した値であるが、この場合、 $h', dJ_c/dT$ は測定していないが、 dJ_c/dT は Brechna 氏が Nb-Ti 超電導線について、臨界電流の温度依存性を測定したデータを引用した⁽⁹⁾(第14図)。

h' の値は、実測値と計算値とが良く一致する値として決めたが、その値は $194 \text{ W/m}^2\text{K}$ である。

〈4・5〉 冷却条件が悪い場合の超電導体の内部現象

(21), (22)式などにおいて、熱伝達係数(h)の値が非常に小さい場合は、 H_{FJ} の計算値が従来の理論による値、例えば断熱近似条件から計算される値よりも小さくなる。このような場合には、まず本モデルによって計算した H_{FJ} の値に達すると超電導体の温度が上がりだし、磁束が動きだす。しかし、磁束が動きだした結果、新しい磁束分布状態ができて、温度が上った状

第13図 臨界電流を越えてから flux jump を起こす電圧

Fig. 13. Voltage at which the flux jump occur after transport current exceed the critical current.

第14図 $-dJ_c/dT$ の磁界依存性 (Nb-Ti)

Fig. 14. Magnetic field dependence of $-dJ_c/dT$ (Nb-Ti superconductor).

態での臨界状態に落ち着く可能性がある。このような安定性は enthalpy stabilization⁽¹¹⁾といわれるが、この磁束の変化量が極く微量で済む場合が、断熱近似条件による安定性評価基準と考えられる。従って、(21), (22)式による H_{FJ} の値が(1)式など従来の理論による値よりも小さい場合には、(1)式などによる H_{FJ} の値まで flux jump が起きないと考えられる。flux jump が起こる前に温度の振動が観測されている例があるが⁽³⁾⁽¹²⁾、これは以上述べたことが原因ではないかと推定される。

5. むすび

超電導体内部での磁気拡散係数の磁界および電界依存性を考慮することによって、flux jump の開始磁界 H_{FJ} と磁界の上昇速度との関係を理論的に計算した。ここで得られた主な成果は次のようにまとめられる。

(1) flux creep 状態での磁気拡散係数は超電導体内部の電界および磁界の強さに依存して変化するが、磁気拡散係数が熱拡散係数よりも十分に小さくなるのは、例えば Nb-Ti 超電導体の場合には、7T の磁界中で 1T/s の磁界変化がある場合、200μm 以下の厚みの超電導体である。

(2) flux creep 状態において磁気拡散係数が熱拡散係数よりも十分に小さい場合には、flux jump の開始磁界を決めるものとして、従来の flux jump に関する理論には含まれていなかった材料定数 m があることが指摘された。これは flux creep 状態における超電導体の微分抵抗率を表わす係数であり、これと超電導体内部の電界および磁束密度と B_0 (Kim モデルにより臨界状態を表わす場合に使われる定数) との和をかけることにより、その点の微分抵抗率が求められるものである。 m の値は、ここで測定した Nb-Ti 超電導体の場合 $(1\sim6)\times 10^{-8} (\text{m/AT})$ であった。

(3) 磁界上昇率が小さく、磁気拡散係数が熱拡散

係数より十分小さい場合には、flux jump 開始磁界 H_{FJ} は磁界上昇速度の $-(1/3) \sim -(1/2)$ 乗に比例し、そのときの H_{FJ} の値は断熱近似理論から計算される値よりも大きくなり得ることが理論的に明らかとなった。また、冷却条件が悪い場合の H_{FJ} の値は、磁界上昇速度が小さくても断熱近似理論から計算される値へ近づくことが理論的に示された。

(4) 極細多心超電導線のように素線径が小さく、安定化用の常電導金属の量が少ない場合には、臨界電流を越した点で flux jump を起こすことがあり、flux jump を起こす直前に超電導に生ずる電界の大きさが磁界の関数となる。

終りに、日ごろより御指導をいただいている当所等々力部長、ならびに熱心な御討論をいただいている研究室員に謝意を表します。また、当所小室技官には実験をするにあたり多大なる御支援をいただきお礼申し上げます。

(昭和50年6月30日受付、同51年9月27日再受付)

文 献

- (1) P. S. Swartz & C. P. Bean: J. Appl. Phys. **39**, 4391 (1968)
- (2) H. R. Hart, Jr.: Proc. Summer Study on Superconducting Devices and Accelerators 571 (1968)
- (3) S. L. Wipf: Phys. Rev. **161**, 161 (1967)
- (4) K. Yamafuji, et al.: J. Phys. Soc. Japan **26**, 915 (1969)
- (5) K. Koyama: 電総研究報告 No. 741 (1973)
- (6) Y. B. Kim: Phys. Rev. **131**, 2486 (1963)
- (7) C. P. Bean: Phys. Mod. Phys. **36**, 31 (1964)
- (8) J. Chikaba: Cryogenics **10**, 306 (1970)
- (9) Brechna: Nato advanced study institutes series, Series B; Physics p. 201 (1973)
- (10) J. J. Steckly: J. Appl. Phys. **42**, 65 (1971)
- (11) R. Hancox: IEEE Trans. Mag. **MAG-14**, 486 (1968)
- (12) G. del. Caslillo, et al.: No. 2 と同じ文献, 601 (1968)
- (13) 小原・海保・小山: 第14回低温工学発表会予稿集 p. 74 (昭50)
- (14) 海保・小原: 同上 p. 28 (昭50)

付 録

$J_c > J_s$ 領域での flux jump の計算 (円形断面心線の場合) 付第1図に示すような円形断面超電導線が安定化材中に埋め込まれている場合を考える。一般に銅、アルミニウムなど安定化材として使われる金属の熱伝導率は超電導体の熱伝導率よりもはるかに大きいため、安定化材中の温度分布はほぼ一様と考えるこ

付第1図 極細多心超電導線の断面図
app. Fig. 1. Cross section of the fine-multicore superconductor.

とができる。すると、各超電導素線は熱的に全く同じ条件に置かれていてと考えて良いから、1本の素線について検討を行なう。円形断面の場合の熱伝導の式は断面内で一様の発熱がある場合、(30)式と同じ考え方で次のように書ける。

$$\frac{m d c}{K_s} \left(-\frac{\alpha J_c}{dT} \right) E \Delta T + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (付1)$$

但し、各符号は本文と同じであり、 r は超電導素線の中心からの距離である。超電導素線表面 $r=r_s$ での熱の連続性の条件 $d\Delta T/dr = h'\Delta T$ および(付1)式より次式を得る。

$$\frac{h'}{K_s \sqrt{\beta'}} = \frac{J_1(\sqrt{\beta'} r_s)}{J_0(\sqrt{\beta'} r_s)} \quad \dots\dots\dots (付2)$$

但し、 J_1 , J_0 は第一次、零次のベッセル関数である。また、

$$\beta' = \frac{m \alpha c}{K_s} \left(-\frac{dJ_c}{dT} \right) E \quad \dots\dots\dots (付3)$$

$$h' = \frac{P \lambda h}{2 \pi r_s n} \quad \dots\dots\dots (付4)$$

であり、ここで、 P は複合超電導線の周囲長、 λ は冷却露出係数、 r_s は超電導素線の半径、 n は素線本数である。(付2)式は冷却条件が極端な場合、次式のようになる。

(a) $h' r_s \gg K_s$ の場合

$$E = \left(\frac{\gamma_s}{\gamma} \right)^2 \frac{K_s}{m \alpha c (-dJ_c/dT)} \quad \dots\dots\dots (付5)$$

但し、 $\gamma = 2.4048$ なる定数、

(b) $h' r_s \ll K_s$ の場合

$$E = \frac{\gamma}{r_s} \frac{h'}{m \alpha c \left(-\frac{dT_c}{dT} \right)} \quad \dots\dots\dots (付6)$$