代用電荷法による非軸対称三次元電界 ギャップの電界計算

正 員 赤 崎 正 則 (九州大学)

正 員 里 周 二 (東京芝浦電気)

正 員 西 嶋 喜代人 (九州大学)

1. ま え が き

高電圧機器の絶縁設計、放電機構の解析など高電圧工学の分野において、電界計算は極めて重要で、従来は限られた電極配置に対して等角写像法、影像電荷法などによる解析的方法⁽¹⁾⁽²⁾で行なわれていた。最近、大形計算機の発達に伴い数値的解法による電界計算が進み、計算精度の向上と適用範囲の拡張が図られた。

中でも代用電荷法⁽³⁾⁽⁴⁾(または電荷重畳法)は、差分法⁽⁵⁾⁽⁶⁾、有限要素法⁽⁷⁾⁽⁸⁾に比べて境界の設定が容易で、しかも短時間で任意の位置の電界を計算できるため、軸対称な電界計算に広く用いられている。

最近、Singer 氏ら⁽⁹⁾は代用電荷法による非軸対称な電界計算を試み、電極の断面が円形の境界を持つ場合の代用電荷の配置法として、一つの断面上にリングの中心の位置と半径の異なる線電荷密度一定のリング電荷を分布させる方法と線電荷密度を位置の関数とする1個のリング電荷を置く方法とを提案し、二、三の実用的な非軸対称電極配置に適用している。

ところで、非軸対称な電界計算では、軸対称な場合に使った二次元 (r, z) 表示の電位係数、電界係数をそのまま用いることができず、座標変換などを行ない三次元 (x, y, z) 表示の電位係数、電界係数を必要と

するが、これまで、これらの係数についての系統的記述はなされていないようである。また、非軸対称な電界計算での代用電荷の配置と計算精度の関係、および代用電荷の配置とその適用範囲などについても十分検討されていないように思える。

本論文は、非軸対称な電界計算の基本となる代用電荷、すなわち、一定の線電荷密度をもつ半無限長線電荷、有限長線電荷、リング電荷ならびに一定の面電荷密度をもつ円板電荷⁽¹⁰⁾が、任意の位置に置かれた場合の任意の位置における電位係数と電界係数を系統的に示し、その適用例として棒対平板電極配置の平板上に突起棒を置いた場合と斜めに傾けた棒対平板電極配置の電界計算を行なうと共に、代用電荷の配置と境界上の計算精度および適用範囲についても述べた。

2. 計 算 方 法

〈2・1〉 計算原理 第1図に示す電極 C の周りの静電界を代用電荷法によって計算するには、電極表面に分布する電荷を電極内部に配置した電荷 $Q_i (i=1 \sim n)$ によって代用し、電極表面に代用電荷と同じ個数の輪郭点 $D_j (j=1 \sim n)$ を設定する。任意の輪郭点 D_j の電位は、電極内部の各代用電荷による電位の重畳により計算され、電極表面の境界上で、その電位が電極電位 ϕ_c と等しいことより次式が成立する。

$$\phi_c(\vec{r}_j) = \sum_{i=1}^n P_{i,j}(\vec{R}_i, \vec{r}_j) Q_i(\vec{R}_i) \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 $P_{i,j}$ は電荷の幾何学的形状のほか、その電荷の位置 $\vec{R}_i$ と輪郭点の位置 $\vec{r}_j$ によって決まる電位係数である。(1)式の関係が各々の輪郭点について成立することから、 Q_i に関する n 個の連立一次方程

Calculation of Three Dimensional Fields without Axial Symmetry by Charge Simulation Method. By Masanori Akazaki, Member (Faculty of Engineering, Kyushu University), Syuji Sato, Member (High Voltage Engineering Section, Heavy Apparatus Engineering Laboratory, Tokyo Shibaura Electric Co., Ltd.) & Kiyoto Nishijima, Member (Faculty of Engineering, Kyushu University).

赤崎正則：正員，九州大学工学部教授

里 周二：正員，東京芝浦電気株式会社重電技術研究所

西嶋喜代人：正員，九州大学大学院工学研究科博士課程

第 1 図 代用電荷法の原理

Fig. 1. Principle of the charge simulation method.

式を得て、各電荷の値を求めることができる。

次に、これらの求めた電荷を用いて、輪郭点以外の電極表面の電位を計算して、 ϕ_c との比較を行ない、計算精度を判定する。精度が十分でない場合は、電荷の位置、個数および形状を変えて、実用面から電位誤差が 0.1% 以下に達すれば、この電荷を使ってギャップ中の任意の点 $P_0(\vec{r}_0)$ の電位 $\phi(\vec{r}_0)$ を計算する。この電位は次式で与えられる。

$$\phi(\vec{r}_0) = \sum_{i=1}^n P_i(\vec{R}_i, \vec{r}_0) \cdot Q_i(\vec{R}_i) \quad (2)$$

また、三次元 (x, y, z) の電界成分 E_x, E_y および E_z は、 x, y および z 方向の電界係数を各々 F_x, F_y および F_z とすると次式によって算出できる。

$$E_x(\vec{r}_0) = \sum_{i=1}^n F_x(\vec{R}_i, \vec{r}_0) \cdot Q_i(\vec{R}_i) \quad (3)$$

$$E_y(\vec{r}_0) = \sum_{i=1}^n F_y(\vec{R}_i, \vec{r}_0) \cdot Q_i(\vec{R}_i) \quad (4)$$

$$E_z(\vec{r}_0) = \sum_{i=1}^n F_z(\vec{R}_i, \vec{r}_0) \cdot Q_i(\vec{R}_i) \quad (5)$$

ところで、高電圧工学、特に長ギャップ放電の研究⁽¹¹⁾⁽¹²⁾では、接地された無限平板をもつ電界計算は興味あるものであるが、この平板の境界条件は影像電荷を考慮することによって自動的に満たされる。

〈2.2〉 各種代用電荷の電位係数と電界係数 一般に代用電荷法でよく用いられる代用電荷は、点、半無限長線、有限長線、リングおよび円板の 5 種類である。ここでは、これらの電荷が三次元空間に斜めに傾けられた状態に配置した場合の各電荷に関する電位係数と電界係数を三次元 (x, y, z) の関数として導出したので、その結果を以下に示す。

(1) 半無限長線電荷 第 2 図(a)に示すように線電荷密度 ρ の半無限長線電荷とその電荷による平板 ($z=0$ の $x-y$ 平面) に対する影像電荷 $-\rho$ を考える。この半無限長線電荷の開始点 (x_0, y_0, z_0) を含むこの電荷に垂直な平面 Σ_R を取り、 Σ_R の方向余弦

が $(\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma)$ であるとき、点 $P(x, y, z)$ における電位係数 P_v は次式で与えられる。

$$P_v = (1/4\pi\epsilon_0) \log_e \{ (l_2 - h_2)/(l_1 - h_1) \} \dots (6)$$

ここで、

$$h_1 = (x - x_0) \cos \alpha + (y - y_0) \cos \beta + (z - z_0) \cos \gamma$$

$$h_2 = (x - x_0) \cos \alpha + (y - y_0) \cos \beta - (z + z_0) \cos \gamma$$

$$l_1 = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$$

$$l_2 = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z + z_0)^2}$$

で与えられ、 ϵ_0 は媒質の誘電率である。

また、 P 点における電界係数の x 成分 F_x 、 y 成分 F_y および z 成分 F_z は、それぞれ以下ようになる。

$$F_x = (F_{r1}/r_1)(x - x_0 - h_1 \cos \alpha) + (F_{r2}/r_2)(x - x_0 - h_2 \cos \alpha) + (F_{z1} + F_{z2}) \cos \alpha \dots (7)$$

$$F_y = (F_{r1}/r_1)(y - y_0 - h_1 \cos \beta) + (F_{r2}/r_2)(y - y_0 - h_2 \cos \beta) + (F_{z1} + F_{z2}) \cos \beta \dots (8)$$

$$F_z = (F_{r1}/r_1)(z - z_0 - h_1 \cos \gamma) + (F_{r2}/r_2)(z - z_0 - h_2 \cos \gamma) + (F_{z1} - F_{z2}) \cos \gamma \dots (9)$$

ただし、 $F_{r1}, F_{r2}, F_{z1}, F_{z2}, r_1$ および r_2 は各々次式で与えられる。

$$F_{r1} = r_1/4\pi\epsilon_0 l_1(l_1 - h_1)$$

$$F_{r2} = -r_2/4\pi\epsilon_0 l_2(l_2 - h_2)$$

$$F_{z1} = -1/4\pi\epsilon_0 l_1, F_{z2} = -1/4\pi\epsilon_0 l_2$$

$$r_1^2 = l_1^2 - h_1^2, r_2^2 = l_2^2 - h_2^2$$

(2) 有限長線電荷 第 2 図(b)に示すように有限長線電荷の線電荷密度が ρ 、長さ d で、かつその両端の座標が (x_1, y_1, z_1) 、 (x_2, y_2, z_2) のとき、この電荷と平板に対する影像電荷 $-\rho$ とによる点 $P(x, y, z)$ における電位係数 P_v は以下ようになる。

$$P_v = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \log_e \left\{ \frac{(l_1 + l_2 + d)(l_{11} + l_{22} - d)}{(l_1 + l_2 - d)(l_{11} + l_{22} + d)} \right\} \dots (10)$$

ただし、 l_1, l_2, l_{11}, l_{22} および d は次式で与えられる。

$$l_1 = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2}$$

$$l_2 = \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2}$$

$$l_{11} = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z + z_1)^2}$$

$$l_{22} = \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z + z_2)^2}$$

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$$

また、点 P の電界係数の x 成分 F_x 、 y 成分 F_y および z 成分 F_z は、それぞれ以下ようになる。

(a) 半無限長線電荷

(b) 有限長線電荷

(c) リング電荷

(d) 円板電荷

第 2 図 三次元空間での各種代用電荷の配置

Fig. 2. Arrangement of various substitute charges in the three dimensional space.

$$F_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \left(\frac{x-x_1}{l_1} + \frac{x-x_2}{l_2} \right) \Gamma_1 - \left(\frac{x-x_1}{l_{11}} + \frac{x-x_2}{l_{22}} \right) \Gamma_2 \right\} \dots\dots\dots (11)$$

$$F_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \left(\frac{y-y_1}{l_1} + \frac{y-y_2}{l_2} \right) \Gamma_1 - \left(\frac{y-y_1}{l_{11}} + \frac{y-y_2}{l_{22}} \right) \Gamma_2 \right\} \dots\dots\dots (12)$$

$$F_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \left(\frac{z-z_1}{l_1} + \frac{z-z_2}{l_2} \right) \Gamma_1 - \left(\frac{z-z_1}{l_{11}} + \frac{z-z_2}{l_{22}} \right) \Gamma_2 \right\} \dots\dots\dots (13)$$

ただし、 Γ_1 と Γ_2 はそれぞれ次式で与えられる。

$$\Gamma_1 = 1/(l_1 + l_2 - d) - 1/(l_1 + l_2 + d)$$

$$\Gamma_2 = 1/(l_{11} + l_{22} - d) - 1/(l_{11} + l_{22} + d)$$

(3) リング電荷 第 2 図(c)に示すように、半径 r_0 、全電荷 Q のリングの中心座標 (x_0, y_0, z_0) が面 Σ_R (方向余弦 $(\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma)$ をもつ) 上にあるとき、この電荷と平板に対する影像電荷 $-Q$ による点 $P(x, y, z)$ の電位係数 P_0 は以下ようになる。

$$P_0 = \frac{1}{2\pi^2\epsilon_0} \left(\frac{K(k_1)}{q_1} - \frac{K(k_2)}{q_2} \right) \dots\dots\dots (14)$$

ただし、 $K(k)$ は第一種完全な円積分で、 k_1, k_2, q_1 および q_2 はそれぞれ次式で与えられる。

$$k_1^2 = 4r_0r_1/q_1^2, \quad k_2^2 = 4r_0r_2/q_2^2$$

$$q_1^2 = (r_0 - r_1)^2 + h_1^2, \quad q_2^2 = (r_0 + r_2)^2 + h_2^2$$

ここで、 h_1, h_2 は半無限長線電荷と同じ式で与えられるが、 r_1 と r_2 は以下になる。

$$r_1^2 = d_1^2 - h_1^2$$

$$\text{ただし、} d_1^2 = (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2$$

$$r_2^2 = d_2^2 - h_2^2$$

$$\text{ただし、} d_2^2 = (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2$$

また、 P 点の電界係数の x 成分 F_x 、 y 成分 F_y および z 成分 F_z は、各々 (7)、(8) および (9) 式で与えられる。ただし、 F_{r1}, F_{r2}, F_{z1} および F_{z2} はそれぞれ次式で与えられる。

$$F_{r1} = \frac{1}{4\pi^2\epsilon_0 r_1} \left\{ \frac{(r_0^2 - r_1^2 + h_1^2) E(k_1)}{q_1 s_1^2} - \frac{K(k_1)}{q_1} \right\}$$

$$F_{r2} = \frac{1}{4\pi^2 \epsilon_0 r_2} \left\{ \frac{(r_0^2 - r_2^2 + h_2^2) E(k_2)}{q_2 s_2^2} - \frac{K(k_2)}{q_2} \right\}$$

$$F_{z1} = h_1 E(k_1) / 2\pi^2 \epsilon_0 q_1 s_1^2$$

$$\text{ただし, } s_1^2 = (r_1 - r_0)^2 + h_1^2$$

$$F_{z2} = -h_2 E(k_2) / 2\pi^2 \epsilon_0 q_2 s_2^2$$

$$\text{ただし, } s_2^2 = (r_2 - r_0)^2 + h_2^2$$

ここで, $E(k)$ は第二種完全円積分である。

(4) 円板電荷 第2図(d)に示すように, 半径 r_0 , 全電荷 Q で中心座標 (x_0, y_0, z_0) の円板電荷が, 面 Σ_R (方向余弦 $(\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma)$ をもつ) 上にあるとき, この電荷と平板に対する影像電荷 $-Q$ による点 $P(x, y, z)$ の電位係数 P_0 は以下ようになる。

$$P_0 = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 r_0} \left\{ \arctan \left(\frac{\sqrt{2} r_0}{\sqrt{\alpha_1^2 + \sqrt{\alpha_1^4 + 4r_0^2 h_1^2}}} \right) - \arctan \left(\frac{\sqrt{2} r_0}{\sqrt{\alpha_2^2 + \sqrt{\alpha_2^4 + 4r_0^2 h_2^2}}} \right) \right\} \dots (15)$$

ここで, h_1, h_2 は半無限長線電荷と同じ式で与えられるが, α_1 と α_2 は以下になる。

$$\alpha_1^2 = h_1^2 + r_1^2 - r_0^2, \quad \alpha_2^2 = h_2^2 + r_2^2 - r_0^2$$

ただし, r_1 と r_2 はリング電荷と同じ式で与えられる。

また, 点 P の電界係数の x 成分 F_x , y 成分 F_y および z 成分 F_z は各々, (7), (8) および (9) 式で与えられる。ただし, F_{r1}, F_{r2}, F_{z1} および F_{z2} はそれぞれ次式で与えられる。

$$F_{r1} = \frac{r_1 Y_1}{4\pi \epsilon_0 r_0 (1 + Y_1^2) \sqrt{\alpha_1^4 + 4r_0^2 h_1^2}}$$

$$F_{r2} = -\frac{r_2 Y_2}{4\pi \epsilon_0 r_0 (1 + Y_2^2) \sqrt{\alpha_2^4 + 4r_0^2 h_2^2}}$$

$$F_{z1} = \frac{h_1}{4\pi \epsilon_0 r_0 Y_1 \sqrt{\alpha_1^4 + 4r_0^2 h_1^2}}$$

$$F_{z2} = -\frac{h_2}{4\pi \epsilon_0 r_0 Y_2 \sqrt{\alpha_2^4 + 4r_0^2 h_2^2}}$$

ここで, Y_1 と Y_2 は各々次式で与えられる。

$$Y_1 = \sqrt{\alpha_1^2 + \sqrt{\alpha_1^4 + 4r_0^2 h_1^2}} / \sqrt{2} r_0$$

$$Y_2 = \sqrt{\alpha_2^2 + \sqrt{\alpha_2^4 + 4r_0^2 h_2^2}} / \sqrt{2} r_0$$

3. 応用例

この平行と回転による座標変換を行なった代用電荷に対する電位係数, 電界係数の応用例として, 次の二つの電極配置に対して電界計算を試みた。

第一は平行移動した代用電荷の利用例で, 第3図に示すように $x-y$ 平面 ($z=0$) を接地平板として, そ

第3図 棒付突起棒付平板ギャップの電極配置
Fig. 3. Electrode arrangement consisting of a hemispherically capped rod and an infinite plane having a hemispherically capped rod.

第4図 傾斜棒対平板ギャップの電極配置
Fig. 4. Electrode arrangement consisting of a hemispherically capped rod inclined to the z -axis and an infinite plane.

の平板上の中心 $(0, 0, 0)$ より y 軸に沿って R ($0 \sim 1.0$ m, 単位は以後(m)とする) 離れた位置に, 高さ H (0.3 m で一定とした) で先端を半球状にした突起棒 (先端部の半径 $R_0 = 1.25 \times 10^{-2}$ m) を配置したギャップの長さ G (0.3 m 以上) の棒 (先端部が半径 R_0 の半球状である) 対突起棒付平板電極配置である。第二は回転と平行移動を含む代用電荷の利用例で, 第4図に示すように $x-y$ 平面 ($z=0$) を接地平板とし, 先端部を半球状にした上部棒電極 (先端部の半径 R_0) の中心軸を $y-z$ 平面 ($x=0$) に沿って z 軸から角度 β ($0 \sim 90^\circ$) だけ傾けたギャップの長さ G (0.1 m 以上) の傾斜棒対平板電極配置である。

ここでは, 両方の電極配置の上部棒電極に電位 V_0 を印加し, V_0/G を平均電界と呼び, E_0 と記した。

〈3・1〉 電荷の配置と輪郭点の位置 電極系が軸

第5図 上部棒電極での代用電荷と輪郭点の位置

Fig. 5. Arrangement of substitute charges and contour points in two parts of an upper rod electrode.

第1表 上部棒電極円柱部の Z_j と C_i の値

Table 1. Values of Z_j and C_i shown in Fig. 5.	
g_j	2.0 2.5 3.4 4.5 6.5 11.5 17.5 37.5
f_i	1.8 2.2 2.8 4.0 5.0 8.0 15 25
g_j	65 110 170 250 375 525 825
f_i	50 80 140 200 300 450 600

$Z_j = G + g_j$, $C_i = G + f_i$, $R_0 = 1$ とした場合

対称から回転または平行移動によって非軸対称になる場合、代用電荷はもとの対称軸から移動方向にずれた二組の電荷群（一つの代用電荷における線電荷密度は一定であるが、ずれた二つの間の線電荷密度は異なる）からなると置く。例えば、第3図で $R=0$ 、第4図で $\beta_0=0^\circ$ の場合は軸対称電極系になるが、この場合の上部電極内の代用電荷の配置は、先端半球では対称軸に中心を持つリング電荷と、円柱部では対称軸上に置かれた半無限長線電荷群が一つの適当な電荷配置方法として容易に想定できるが、これが $R \neq 0$, $\beta_0 \neq 0^\circ$ になった場合は、第5図のようにもとの対称軸から R または β_0 の移動方向にずれた二つのリング電荷群と半無限長線電荷群に置きかえる。ここでは、代用電荷と輪郭点を、上部棒電極に対しては第5図ならびに第1表、下部突起棒電極に対しては第6図のように配置した。なお、上部棒電極の半球部に関して θ は球先端から半球表面に沿った位置を角度で表示したもので

第6図 突起棒電極での代用電荷と輪郭点の位置

Fig. 6. Arrangement of substitute charges and contour points for the lower rod electrode with hemi-spherical cap on the infinite plane.

あり、 φ は Z' 軸を回転軸とする円形断面の X' 軸からの回転角を示したものである。また、電荷の配置と輪郭点の位置の関係は、Singer 氏らの示した Assignment factor⁽⁹⁾ に従うようにした。

〈3・2〉 計算誤差の性質 第3図、第4図で示した電極配置では、最大の電界は常に上部棒電極上で現われるので、ここでは上部棒電極表面における電位誤差 $((V-V_0)/V_0 \times 100\%)$ 、ただし、 V は計算した電極表面の電位であるの性質を調べた。ただし、 $V_0=1$ での下部突起棒電極上の V は 10^{-4} 以下であった。

第7図は、棒対突起棒付平板電極配置における上部棒電極先端半球部での輪郭点を含まない面 ($\varphi=0^\circ$ で $x-z$ 平面 ($y=0$) と電極表面との交点) 上の電位誤差の一例を、 $G=0.4$ の場合について R をパラメータとして示す。誤差は θ の大きい領域で大きくなるが、 φ を変えたときの誤差の最大値は、ここで用いた R に対して 0.05% 以下であり、特に $\theta=0 \sim 30^\circ$ の範囲をとると最大 0.004% 以下であった。

上部棒電極円柱部の電位誤差の最大値は電極先端から離れた z の大きい領域 ($z \approx 8$) で現われ、0.3% 程度になったが、放電開始条件を決定する棒先端近傍では第7図のところで述べた程度の誤差範囲であった。

第8図は、傾斜棒対平板電極配置における上部棒電極先端半球部での輪郭点を含まない面 ($\varphi=0^\circ$ で、 $x'-z'$ 平面 ($y'=0$) と電極表面との交点) 上の電位誤差の一例を、 $G=0.2$ の場合について β_0 をパラメータとして示したものである。ここで、輪郭点を含む電極表面 ($\varphi=90^\circ$ で、 $y'-z'$ 平面 ($x'=0$) と電極表

第 7 図 上部棒電極先端半球部の電位誤差
(棒対突起棒付平板ギャップ)

Fig. 7. Error of the potential on a hemispherical portion of an upper rod in Fig. 3.

面との交点) 上の電位誤差は、第 8 図に示した値より小さく、またその変動幅も小さい。この図から明らかなように、 β_0 の増大に伴って正の電位誤差は増加する傾向をもつが、誤差の絶対値は β_0 に伴って増加するとは限らない。

ところで、最大電界が現われる棒電極先端部の計算精度は、原理的には代用電荷個数 (= 輪郭点個数) を増やすことによって上げられるが、この場合、第 5 図で示した同一面に 2 個配置したリング電荷を 4 個に増やす方法と、同一面には 2 個配置し、 z' 方向に配列するリング電荷数を増やす方法が考えられる。

第 9 図は棒対突起棒付平板電極配置について、いずれの方法が計算精度向上により有効であるかを調べたものである。図中の例えば 4×3 と示したのは、同一面内に 4 個のリング電荷を図の (I) のように配置し z' 方向に対して三段配列したことを、 2×6 は同図 (II) のリング電荷を z' 方向に六段配置したことを意味する。図から明らかなように、 2×6 の場合は 3×4 の場合とリング電荷個数は同じであるが計算精度が良く、また 4×6 に電荷個数を増しても 2×6 の場合に比べて計算精度の向上は少ない。

第 10 図は傾斜棒対平板電極配置について、第 9 図と同様に代用電荷の配置と電位誤差の関係を調べたものである。ただし、同図の 4×3 のリング電荷の配置は、第 9 図の θ の大きい領域の電位誤差を改善するためにリング電荷の位置、輪郭点の位置を変えたものであるが、電荷の配置法は第 9 図と同じである。同図より明らかなように、棒対突起棒付平板電極配置と同様な傾向をもつ。従って、非軸対称電極系の代用電荷配置法としては〈3・1〉節で述べたように、回転または

第 8 図 上部棒電極先端半球部の電位誤差
(傾斜棒対平板ギャップ)

Fig. 8. Error of the potential on a hemispherical portion of an upper rod in Fig. 5.

第 9 図 上部棒電極先端半球部の電位誤差
と代用電荷配置との関係 (棒対
突起棒付平板ギャップ)

Fig. 9. Relation between error of the potential on a hemispherical portion of an upper rod and arrangements of substitute charges in Fig. 3.

平行移動によって電極系が軸対称から非軸対称になる場合、その移動方向に軸対称の場合の代用電荷をずらせた二つの電荷群として配置し、移動または回転と直角な軸方向に配列する電荷数を増やすと良い。

〈3・3〉電界分布 第 3 図、第 4 図のような電極配置の放電現象、特にコロナ開始電圧の推定や長ギャップのフラッシュオーバー経路の問題⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾ を考える場合には、上部棒電極の先端半球部の電界分布や y - z 平面 ($x=0$) におけるギャップ中の電界分布が最も重要であると考えられるので、これらの電界分布の計算結果についてのみ示す。ここで、電界 E は E_0 で規格化して示す。

第 11 図は、第 3 図の電極配置で G と R を変えた

第 10 図 上部棒電極先端半球部の電位誤差と代用電荷配置との関係 (傾斜棒対平板ギャップ)

Fig. 10. Relation between error of the potential on a hemi-spherical portion of an upper rod and arrangements of substitute charges in Fig. 4.

第 11 図 棒対突起棒付平板ギャップの上部棒電極先端部での電界分布〔 y - z 平面 ($x=0$) と電極表面との交点〕

Fig. 11. Distribution of normalized field strength along the surface of the rod-tip (y - z plane at $x=0$) in Fig. 3.

とき、上部棒電極先端部の電界分布を示す。図から明らかに、 $G=1$ では $H=0.3$ の突起棒は上部棒電極先端部の電界には、ほとんど影響を与えない。 $G=0.4$, $R=0$ では突起棒電極先端と上部棒電極先端の距離は 0.1m となり、 $G=0.4$, $R=0.5$ では上部棒電極先端は平板から 0.4m 、突起棒電極先端から 0.51m の距離にあるが、同一電圧印加のもとで両者の最大電

第 12 図 棒対突起棒付平板ギャップ中の電界分布 ($x=0$, y - z 平面上)

Fig. 12. Distribution of normalized field strength on the plane with $x=0$ in the case of Fig. 3.

第 13 図 傾斜棒対平板ギャップの上部棒電極先端部での電界分布〔 y - z 平面 ($x=0$) と電極表面との交点〕

Fig. 13. Distribution of normalized field strength along the surface of the rod-tip (y - z plane at $x=0$) in Fig. 4.

界強度の差はわずか 7% である。

第 12 図は、 $G=1.0$, $R=0.5$ の場合の棒対突起棒付平板電極配置の y - z 平面 ($x=0$) におけるギャップ中の電界分布 (図中のハッチング部は中心軸上の電界を示す) を示したものである。この図から、放電空間内における電界分布の定量的な情報を得ることができ

第 14 図 傾斜棒対平板ギャップ中の電界分布 ($x=0, y-z$ 平面上)

Fig. 14. Distribution of normalized field strength on the plane with $x=0$ in the case of Fig. 4.

る。このことは、これらの電極配置のフラッシュオーバー経路の解析⁽¹⁵⁾などに利用されるであろう。

第 13 図は、傾斜棒対平板電極における上部棒電極先端半球部の電界分布を G, β_0 をパラメータとして示したものである。図から、 $E_{\max}=(E/E_0)_{\max} \cdot V/G$ を求めると、 $\beta_0=90^\circ$ の場合 $G=1.0$ では $E_{\max}=53.5V$ 、 $G=0.2$ では $E_{\max}=65V$ となり、棒先端の最大電界の上昇は G の 1m から 0.2m の変化によってわずか 18% である。

第 14 図は、 $G=1.0, \beta_0=75^\circ$ の場合の傾斜棒対平板電極配置の $y-z$ 平面 ($x=0$) におけるギャップ中の電界分布 (図中のハッチング部は中心軸上の電界を示す) を示したものである。この図から、軸対称な場合での電界分布の中心軸上の最大値が、非軸対称な場合には上部棒電極の回転方向へ中心軸からずれた位置に現われ、このずれの位置は Z の減少に伴って y 方向に移動することが認められる。

4. ま と め

従来提案されていた軸対称代用電荷に対する二次元表示の電位係数と電界係数を系統的に回転の座標変換を行なうと共に三次元表示とし、非軸対称電極系の電界計算に適用した。この結果を要約すると次のようになる。

(1) 導出した電位係数ならびに電界係数は、非軸

対称電界ギャップの電界計算に有用であることがわかった。

(2) 面対称性を持つ非軸対称ギャップの場合、代用電荷配置は軸対称電極系の場合の電荷群を回転、平行移動方向にずらせた二つの電荷群として、かなり高い精度で電界が計算できる。

(3) 棒対突起棒付平板、傾斜棒対平板ギャップでの電界分布に与えるギャップの長さ、下部突起棒電極の位置および上部棒電極の傾きなどの影響を系統的に調べることができた。

今回行った例題は面対称性をもつ電極系であったが、面対称性をもたない場合の代用電荷配置方法はその都度の工夫が必要である。

最後に、本研究に対して討論を下された電力中央研究所 宅間 薫氏に深謝すると共に、計算機利用の際お世話になった九州大学大型計算機センターの関係各位に感謝します。

(昭和 52 年 6 月 27 日受付, 同 53 年 3 月 20 日再受付)

文 献

- (1) H. Prinz: Hoch spannungs Felder, R. Oldenbourg Verlag, München (1969)
- (2) 竹山:「電磁気学現象」p.132 (昭 36) 丸善
- (3) V. H. Steinbigler: "Digitale Berechnung Elektrischer Felder". ETZ-A, 90, 663 (1969)
- (4) M. S. Abou-Seade & E. Nasser: "Digital Computer Calculation of the Electric Potential and Field of a Rod Gap". Proc. IEEE, 56, 813 (1968)
- (5) 渡辺・宅間:「各種の境界条件を有する半球棒-平板電極間の静電界計算とそのガス絶縁機器の実験並びに設計への応用」電学誌 91, 2288 (昭 46-12)
- (6) 渋谷・新田:「棒ギャップの電界と近接物体の影響」同上, 91, 1954 (昭 46-10)
- (7) 宅間・渡辺・北:「最近の新しい電界計算法の特徴とその利用について」電中研技報 72082 (昭 47)
- (8) 美咲・位高:「有限要素法の電気工学への応用」電学誌 97, 171 (昭 52-3)
- (9) H. Singer, H. Steinbigler & P. Weiss: "A Charge Simulation Method and the Calculation of High Voltage Fields". IEEE Trans. Power Apparatus Syst. PAS-93, 1660 (1974)
- (10) 宅間:「円板電荷を用いた電荷重畳法(直角に切断した丸棒の電界計算)」昭 51 電気学会大会 1, 41
- (11) E. Nasser: "Mathematical-Physical Model of the Streamer in Nonuniform Fields". J. Appl. Phys. 45, 3396 (1974)
- (12) I. Gallimberti: "A Computer Model for Streamer Propagation". J. Phys. D 5, 2179 (1972)
- (13) 赤崎・藤田・西嶋・原:「棒-突起付平板の長ギャップ火花破壊における放電痕分布」昭 51 電気四学会九州支部連大 423
- (14) 電気学会:改訂新版放電ハンドブック, 190 (昭 49)
- (15) 赤崎・亀井・西嶋・原:「棒-突起棒付平板ギャップの正極性インパルス破壊の放電経路について」昭 52 電気四学会九州支部連大 229