磁界中陽光柱の自励電離波動の特性

正 員 丸 山 武 男 (新潟大)

非会員 山 村 康 弘 (新潟大)

非会員 高 野 三 郎 (新潟大)

非会員 三 浦 幸 助 (広島大)

正 員 今 津 信 吾 (広島大)

1. は し が き

従来、低電離の陽光柱内で発生する電離波動の研究は、観察が比較的容易なため古くから数多くの実験的研究が行なわれており理論的研究も極めて多い。その代表的なものは、Wojacek 氏⁽¹⁾ および Pekarek 氏ら⁽³⁾⁽⁴⁾の研究である。しかし、これらの理論的取扱いは準安定原子は考慮されていない。電離波動の発生には、その性質上荷電粒子が重要な役割を演じていることはもちろんであるが、準安定原子の存在もまた重要と思われる。電離波動の発生に対する準安定原子の重要性は Robertson 氏⁽⁷⁾によって定性的に指摘され、その後、準安定原子を考慮した電離波動の研究が行なわれるようになってきた⁽⁸⁾⁽⁹⁾。しかし、これらの研究では準安定原子とプラズマパラメータなどの関連、例えば、放電条件をもとにした電子温度と準安定原子密度との関係などは、明らかにしないまま取扱っている。

一方、電離波動は電離に起因した波であるので、縦磁界の存在は電離波動の性質に影響を及ぼす。すなわち、陽光柱に縦磁界を印加すると電離波動の周波数は磁界の増加と共に減少し、その波長は増大することが指摘されている⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾。しかし、これらの研究では準安定原子の影響は考慮されておらず、プラズマパラメータの磁界依存性も明らかにされていない。このように、電離波動に及ぼす磁界の効果については、いまだ

不明の点が多く理論的にも十分とは言えない。

以上の観点から、著者らは磁界中陽光柱内で自然に発生する電離波動の性質を、準安定原子の存在を考慮して理論的に解析し、実験との対応を試みた⁽¹²⁾。理論解析にあたっては、準安定原子の影響を取り入れるため、電離波動を記述する基礎方程式に準安定原子の連続の式を導入した。実際の数値計算では、まず与えられた放電条件に対応する各プラズマパラメータの値を一義的に定め、これらプラズマパラメータの磁界依存性を明らかにし、次いで電離波動の分散特性を求めた。次に、その分散特性から磁界中での自励電離波動の性質、特に波数、角周波数、位相速度の磁界依存性を調べ、電離波動に及ぼす縦磁界の効果を定性的、定量的に検討した。その結果、磁界の増加に伴い時間的成長率、空間的成長率は共に減少し、縦磁界の存在は電離波動の成長を抑制する効果のあることが理論的に示され、この傾向は実験とも一致することが明らかとなった。

2. 理 論

軸対称の陽光柱プラズマが一樣な縦磁界 B の中に置かれているものとし、分散関係の導出にあたり、計算の簡略化のため次の仮定を行なう。

(1) Ne ガスを対象とし、準安定準位としては $1s_5$ 単位だけを考える。

(2) 荷電粒子の損失は両極性拡散によるものとする。

(3) 累積励起は省略する。

(4) エネルギー分布はマクスウェル分布とする。

〈2・1〉 基礎方程式 電離波動は陽光柱内での電離過程に伴う不安定性と考えられる。ここでは、電離過程として電子と中性粒子の衝突による直接電離のほか、電子と準安定原子の衝突および準安定原子同士との衝突による累積電離を考慮する。これらの電離周波

Characteristics of the Self-excited Ionization Waves in a Magnetized Positive Column. By Takeo Maruyama, Member, Yasuhiro Yamamura, Non-member, Saburo Takano, Non-member (Faculty of Engineering, Niigata University), Kosuke Miura, Non-member & Shingo Imazu, Member (Faculty of Engineering, Hiroshima University).

丸山武男: 正員, 新潟大学工学部

山村康弘: 非会員, 新潟大学工学部

高野三郎: 非会員, 新潟大学工学部

三浦幸助: 非会員, 広島大学工学部

今津信吾: 正員, 広島大学工学部

数はいずれも電子温度に依存しているので、磁界の存在は荷電粒子の拡散量の減少に伴う電子温度の変化を介して、電界や荷電粒子密度および準安定原子密度に影響を及ぼすものと思われる。すなわち、電離波動の発生過程は、

の繰返しによるものと考えられる。この発生過程を記述するための基礎方程式としては、イオン、電子、準安定原子の連続の式、Poisson の式および電界と電子温度の関係を表す Granovsky 氏の式⁽⁴⁾を用いた。この場合、電離波動は管軸方向に伝搬するので、簡単のため一次元で取扱うこととし、 x 軸を管軸方向にとり、陽極から陰極に向かう方向を x の正方向とする。基礎方程式は次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_i E N_i - D_i \frac{\partial N_i}{\partial x} \right) \\ = Z_{di} N_e - \frac{N_i}{\tau_i} + \left(\frac{1}{2} F_{mm} N_m^2 \right. \\ \left. + F_{me} N_m N_e \right) \dots \dots \dots (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(-\mu_e E N_e - D_e \frac{\partial N_e}{\partial x} \right) \\ = Z_{di} N_e - \frac{N_e}{\tau_e} + \left(\frac{1}{2} F_{mm} N_m^2 \right. \\ \left. + F_{me} N_m N_e \right) \dots \dots \dots (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_m}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(-D_m \frac{\partial N_m}{\partial x} \right) \\ = Z_{ex} N_e - N_m / \tau_m - (F_{mm} N_m^2 \\ + F_{me} N_m N_e) \dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

$$\partial E / \partial x = 4\pi q (N_i - N_e) \dots \dots \dots (4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{16}{3\pi} \frac{T^2}{E \lambda_e^2} \kappa_e - \frac{3}{2} E \dots \dots \dots (5)$$

ただし、 N は密度、 μ は移動度、 D は拡散係数、 τ は管壁への拡散による粒子の平均寿命で添字の i, e, m はそれぞれイオン、電子、準安定原子を意味する。電子およびイオンの移動度と拡散係数の磁界依存性は次式で与えられる。記号 $\perp$ は磁界に垂直な方向を意味する。

$$\mu_{\perp, i, 1} = \mu_{e, i} / \{1 + (\mu_{e, i} B)^2\}$$

$$D_{\perp, i, 1} = D_{e, i} / \{1 + (\mu_{e, i} B)^2\}$$

E は軸方向電界、 q は電子の電荷、 T はボルト単位の電子温度、 λ_e は電子の平均自由行程、 κ_e は電子のエネルギーの損失係数である。また、 Z_{di} は直接電

離周波数、 Z_{ex} は準安定単位への直接励起周波数、 F_{me} は電子と準安定原子の衝突による累積電離係数、 F_{mm} は準安定原子同士の衝突による電離係数である。

ここで、(1)~(3)式の右辺第3項は、電子と準安定原子の衝突および準安定原子同士の衝突による電離を示す項である。また、 N_i/τ_i 、 N_e/τ_e 、 N_m/τ_m はイオン、電子、準安定原子の管壁への拡散による消滅量を示し、 $1/\tau_i$ 、 $1/\tau_e$ 、 $1/\tau_m$ は管壁への拡散によるそれぞれの損失周波数に相当する。また、(5)式は E の変化による T_e の脈動を表わす式で、 T_e と E の変動分の位相関係を与える。右辺第1項は電子が衝突によって失うエネルギー、第2項は電子が電界から得るエネルギーを示す。この式はボルツマン方程式より導かれる電子に対するエネルギー平衡の式⁽¹³⁾から導出される。電離波動の場合には、角周波数が比較的小さいため時間変動の項を省略することができ、近似的に(5)式のように与えられる。

〈2・2〉 分散関係 前述したように、陽光柱内を管軸方向に伝搬する波動に着目しているので、(1)~(5)式で N_i, N_e, N_m, E, T を変数として次のように平面波分解する。

$$\left. \begin{aligned} N_i &= N_{i0} + N_{i1} \\ &= N_{i0} \{1 + n_i \exp(jkx - j\omega t)\} \\ N_e &= N_{e0} + N_{e1} \\ &= N_{e0} \{1 + n_e \exp(jkx - j\omega t)\} \\ N_m &= N_{m0} + N_{m1} \\ &= N_{m0} \{1 + n_m \exp(jkx - j\omega t)\} \\ E &= E_0 + E_1 \\ &= E_0 \{1 + \varepsilon \exp(jkx - j\omega t)\} \\ T &= T_0 + T_1 \\ &= T_0 \{1 + \theta \exp(jkx - j\omega t)\} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

ここで、添字0は定常分、1は変動分を示す。 k は波数、 ω は角周波数である。イオン、電子の定常分に対しては、 $N_{i0} = N_{e0} \equiv N_0$ が成立つものとする。

ところで、 Z_{di}, Z_{ex}, F_{me} は電子温度の関数であるので、これらの諸量も電子温度の変動に伴って変動する。従って、これらの諸量は次のように展開できる。

$$\left. \begin{aligned} Z_{di} &= Z_{di0} + (\partial Z_{di} / \partial T)_{T=T_0} T_1 \\ &= Z_{di0} + Z_{di}' T_0 \theta \exp(jkx - j\omega t) \\ Z_{ex} &= Z_{ex0} + (\partial Z_{ex} / \partial T)_{T=T_0} T_1 \\ &= Z_{ex0} + Z_{ex}' T_0 \theta \exp(jkx - j\omega t) \\ F_{me} &= F_{me0} + (\partial F_{me} / \partial T)_{T=T_0} T_1 \\ &= F_{me0} + F_{me}' T_0 \theta \exp(jkx - j\omega t) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

一方、損失係数 κ_e は電子温度、電子密度、準安定原子密度の関数であるので次式のように表わされる。

$$\begin{aligned}\kappa_e &= \kappa_{e_0} + \kappa_e, \\ &= \kappa_{e_0} + \left(\frac{\partial \kappa_e}{\partial T} \right)_{T=T_0} T_1 + \left(\frac{\partial \kappa_e}{\partial N_e} \right)_{N_e=N_0} N_e, \\ &\quad + \left(\frac{\partial \kappa_e}{\partial N_m} \right)_{N_m=N_{m_0}} N_m, \dots\dots\dots (8)\end{aligned}$$

(6)~(8)式を(1)~(5)式に代入し、線形化すると変動分に対して次の諸式が得られる。

$$\begin{aligned}(-j\omega + jk v_{di} + D_i k^2 + 1/\tau_i) n_i \\ - (Z_{di_0} + F_{me_0} N_{m_0}) n_e - (F_{me_0} N_{m_0} \\ + F_{mm} N_{m_0}^2 / N_0) n_m + jk v_{di} \varepsilon \\ - (Z_{di}' T_0 + F_{me}' N_{m_0} T_0) \theta = 0 \dots\dots\dots (9) \\ (-j\omega + jk v_{de} + D_e k^2 - Z_{di_0} - F_{me_0} N_{m_0} \\ + 1/\tau_e) n_e - \left(F_{me_0} N_{m_0} + \frac{F_{mm} N_{m_0}^2}{N_0} \right) n_m \\ + jk v_{de} \varepsilon - (Z_{di}' T_0 + F_{me}' N_{m_0} T_0) \theta = 0 \\ \dots\dots\dots (10)\end{aligned}$$

$$\left(-\frac{Z_{ex_0} N_0}{N_{m_0}} + F_{me_0} N_0 \right) n_e + (-j\omega + D_m k^2$$

$$\begin{aligned}& + 2F_{mm} N_{m_0} + F_{me_0} N_0 + 1/\tau_m) n_m \\ & + (F_{me}' N_0 T_0 - Z_{ex}' N_0 T_0 / N_{m_0}) \theta = 0 \\ & \dots\dots\dots (11)\end{aligned}$$

$$4\pi q \frac{N_0}{E_0} n_i - 4\pi q \frac{N_0}{E_0} n_e - jk \varepsilon = 0 \dots\dots\dots (12)$$

$$b n_e + c n_m - d \varepsilon + (a - jk) \theta = 0 \dots\dots\dots (13)$$

ただし、

$$\begin{aligned}v_{di} &= \mu_i E_0, v_{de} = -\mu_e E_0 \\ a &= \frac{16T_0}{3\pi E_0 \lambda_e^2} \left\{ 2\kappa_{e_0} + T_0 \left(\frac{\partial \kappa_e}{\partial T} \right)_{T=T_0} \right\} \\ b &= \frac{16T_0}{3\pi E_0 \lambda_e^2} N_0 \left(\frac{\partial \kappa_e}{\partial N_e} \right)_{N_e=N_0} \\ c &= \frac{16T_0}{3\pi E_0 \lambda_e^2} N_{m_0} \left(\frac{\partial \kappa_e}{\partial N_m} \right)_{N_m=N_{m_0}} \\ d &= \frac{3}{2} \frac{E_0}{T_0} + \frac{16T_0}{3\pi E_0 \lambda_e^2} \kappa_{e_0}\end{aligned}$$

(13)式の導出は付録に示す。

(9)~(13)式の $n_i, n_e, n_m, \varepsilon, \theta$ の係数からなる次の5行5列の複素行列式を計算することにより分散式が求まる。

$$\begin{vmatrix} (j\omega + jk v_{di} + D_i k^2 + 1/\tau_i) & -(Z_{di_0} + F_{me_0} N_{m_0}) & -(F_{me_0} N_{m_0} + F_{mm} N_{m_0}^2 / N_0) & jk v_{di} & -(Z_{di}' T_0 + F_{me}' N_{m_0} T_0) \\ 0 & (-j\omega + jk v_{de} + D_e k^2 - Z_{di_0} - F_{me_0} N_{m_0} + 1/\tau_e) & -(F_{me_0} N_{m_0} + F_{mm} N_{m_0}^2 / N_0) & jk v_{de} & -(Z_{di}' T_0 + F_{me}' N_{m_0} T_0) \\ 0 & (-Z_{ex_0} N_0 / N_{m_0} + F_{me_0} N_0) & (-j\omega + D_m k^2 + 2F_{mm} N_{m_0} + F_{me_0} N_0 + 1/\tau_m) & 0 & (F_{me}' N_0 T_0 - Z_{ex}' N_0 T_0 / N_{m_0}) \\ 4\pi q N_0 / E_0 & -4\pi q N_0 / E_0 & 0 & -jk & 0 \\ 0 & b & c & -d & a - jk \end{vmatrix} = 0 \dots\dots\dots (14)$$

上式の計算にあたり、簡略化のため若干の近似を行なう。本研究の実験条件のもとでは $\omega \ll k v_{de}$ が成立つことから2行2列目の $j\omega$ を省略する。また、荷電粒子、準安定原子とも発生量と消滅量が等しいことから $1/\tau_i, 1/\tau_e, 1/\tau_m$ を次のようにおく。

$$\begin{aligned}\frac{1}{\tau_i} &= \frac{1}{\tau_e} \div Z_{di_0} + F_{me_0} N_{m_0} + \frac{(1/2) F_{mm} N_{m_0}^2}{N_0} \\ \frac{1}{\tau_m} &= \frac{Z_{ex_0} N_0}{N_{m_0}} - (F_{me_0} N_0 + F_{mm} N_{m_0})\end{aligned}$$

以上の近似を考慮して(14)式を計算し、 ω についてまとめると次の分散式が求まる。

$$B_1 \omega^2 + B_2 \omega + B_3 + j(B_4 \omega^2 + B_5 \omega + B_6) = 0 \dots\dots\dots (15)$$

ここで、係数 $B_1 \sim B_6$ は $k, Z_{di_0}, Z_{ex_0}, F_{me_0}, N_0, N_{m_0}, \kappa_{e_0}, T_0, E_0$ などの関数であるので、具体的な数値計算にはこれらプラズマ諸量の値が必要となる。これについては次章で述べる。ここで、角周波数 ω を

$$\omega = \omega_r + j\omega_i \dots\dots\dots (16)$$

とおくと、 ω_r は波動の角周波数を、 ω_i は時間的な成長率を表わす。(6), (16)両式から $\omega_i > 0$ のとき波動は成長し、 $\omega_i < 0$ のとき減衰することがわかる。(15)式に(16)式を代入し、実数部と虚数部に分けてそれぞれ

れを零とおくと、次式が得られる。

$$A_1 \omega_r^4 + A_2 \omega_r^3 + A_3 \omega_r^2 + A_4 \omega_r + A_5 = 0 \quad (17)$$

$$\omega_i = (C_1 \omega_r + C_2) / (C_3 \omega_r + C_4) \quad (18)$$

ただし、

$$A_1 = B_1 C_2^2$$

$$A_2 = 2B_1 C_3 C_4 + B_2 C_3^2 + 2B_4 C_1 C_3$$

$$A_3 = B_1 (C_4^2 - C_1^2) + 2B_2 C_3 C_4 + B_3 C_3^2 + 2B_4 (C_2 C_3 + C_1 C_4) + B_5 C_1 C_3$$

$$A_4 = B_2 C_4^2 + 2B_3 C_3 C_4 + 2C_2 (B_4 C_4 - B_1 C_1) + B_5 (C_2 C_3 + C_1 C_4)$$

$$A_5 = B_3 C_4^2 + C_2 (B_5 C_4 - B_1 C_2)$$

$$C_1 = B_1 B_5 - B_2 B_4, \quad C_2 = B_1 B_6 - B_3 B_4$$

$$C_3 = 2(B_1^2 + B_4^2), \quad C_4 = B_1 B_2 + B_4 B_5$$

従って、 k を実数として (17) 式を ω_r について数値解析すると分散特性が得られる。また、(18) 式から成長率 ω_i が求まる。また、この波動の位相速度 v_p 、群速度 v_g は次式から求まる。

$$v_p = \omega/k, \quad v_g = \partial \omega / \partial k \quad (19)$$

3. 数値計算

前述したように、(17)、(18) 式を計算するには、実験条件に対応する Z_{di0} 、 Z_{ex0} 、 F_{me0} 、 N_0 、 N_{m0} 、 κ_{e0} 、 T_0 、 E_0 などの値が必要となる。そこで、まずこれらのプラズマ諸量の算出方法について述べる。

<3.1> 直接電離・励起周波数と累積電離係数

まず、直接電離周波数については Wojacek 氏⁽¹⁴⁾に従って

$$Z_{di0} = 6.72 \times 10^7 p a (k_B T_e / q)^{3/2} \times (2 + q V_{di} / k_B T_e) e^{-q V_{di} / k_B T_e} \dots (20)$$

を採用する。また、直接励起周波数、累積電離係数は先に電子のエネルギー分布をマクスウェル分布と仮定しているので、以下の諸式によって計算できる。

$$\begin{aligned} z_{ex0} &= n_n \langle \sigma_{ex} v_e \rangle \\ &= n_1 \left(\frac{32}{\pi m_e} \right)^{1/2} P \left(\frac{273}{T_n} \right) \frac{\sigma_{ex1}}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} (k_B T_e)^{3/2} \\ &\quad \times \left\{ \left(1 + \frac{\varepsilon_1}{2 k_B T_e} \right) e^{-\varepsilon_1 / k_B T_e} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{\varepsilon_2 - \varepsilon_3} \left(1 + \frac{\varepsilon_2}{2 k_B T_e} \right) e^{-\varepsilon_2 / k_B T_e} \right\} \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} F_{me0} &= \langle \sigma_{me} v_e \rangle \\ &= \sigma_{me} \sqrt{\frac{8 k_B T_e}{\pi m_e}} \left[1 + \frac{q (V_{di} - V_m)}{k_B T_e} \right] \end{aligned}$$

第 1 表 Z_{di0} 、 Z_{ex0} 、 F_{me0} 、 F_{mm} の算出に用いた数値
Table 1. Numerical values used for calculating the quantities Z_{di0} 、 Z_{ex0} 、 F_{me0} and F_{mm} .

V_{di} (V) ⁽¹⁶⁾	V_m (V) ⁽¹⁶⁾	a (V ⁻¹ cm ⁻¹ Torr ⁻¹) ⁽¹⁵⁾	σ_{me} (cm ²) ⁽¹⁷⁾	σ_{mm} (cm ²) ⁽¹⁷⁾
21.56	16.62	0.056	2.5×10^{-16}	1.14×10^{-14}
n_1 (cm ⁻³)	σ_{ex1} (cm ²) ⁽¹⁸⁾	ε_1 (eV) ⁽¹⁸⁾	ε_2 (eV) ⁽¹⁸⁾	ε_3 (eV) ⁽¹⁸⁾
3.54×10^{18}	2.43×10^{-18}	15.8	16.5	9.0

$$\times e^{-q(V_{di} - V_m)/k_B T_e} \dots (22)$$

$$F_{mm} = \langle \sigma_{mm} v_r \rangle = \frac{4 \sigma_{mm}}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{k_B T_m}{m_m} \right)^{1/2} \dots (23)$$

ここで、 q 、 m_e 、 T_e はそれぞれ電子の電荷、質量および温度、 k_B はボルツマン定数、 P は気圧 (Torr)、 T_n は封入時のガス温度、 a ⁽¹⁵⁾ は電離能率の初期こう配、 n_n は中性粒子密度、 v_e は電子の速度である。また、 V_{di} ⁽¹⁶⁾ は電離電圧、 V_m ⁽¹⁶⁾ は準安定準位への励起電圧、 σ_{ex} は電子と中性粒子の衝突による励起断面積、 σ_{me} ⁽¹⁷⁾、 σ_{mm} ⁽¹⁷⁾ は電子と準安定原子の衝突および準安定原子同士の衝突による電離断面積である。 m_m 、 T_m は準安定原子の質量と温度で、 v_r は準安定原子同士の相対速度である。更に、(21) 式は H. Maier-Leibnitz 氏⁽¹⁸⁾の求めた励起確率を折線近似して計算したものである。 Z_{di0} 、 Z_{ex0} 、 F_{me0} 、 F_{mm} の算出に用いた断面積などの数値を第 1 表に示す。

<3.2> 電子密度と準安定原子密度 電子密度と準安定原子密度の定常分は、以下に示すイオン、電子、準安定原子の定常状態における連続の式および運動量保存の式から計算される。

$$\begin{aligned} \text{div } N_i \mathbf{v}_i &= Z_{di} N_e + (1/2) F_{mm} N_m^2 \\ &\quad + F_{me} N_m N_e \dots (24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{div } N_e \mathbf{v}_e &= Z_{di} N_e + (1/2) F_{mm} N_m^2 \\ &\quad + F_{me} N_m N_e \dots (25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{div } N_m \mathbf{v}_m &= Z_{ex} N_e - F_{mm} N_m^2 \\ &\quad - F_{me} N_m N_e \dots (26) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q N_i (\mathbf{E} + \mathbf{v}_i \times \mathbf{B}) - k_B T_i \nabla N_i - \nu_i m_i N_i \mathbf{v}_i \\ = 0 \dots (27) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -q N_e (\mathbf{E} + \mathbf{v}_e \times \mathbf{B}) - k_B T_e \nabla N_e \\ - \nu_e m_e N_e \mathbf{v}_e = 0 \dots (28) \end{aligned}$$

$$-k_B T_m \nabla N_m - \nu_m m_m N_m \mathbf{v}_m = 0 \dots (29)$$

ここで、 $\mathbf{v}$ は速度、 m は質量、 ν は衝突周波数で、添字の i 、 e 、 m はそれぞれイオン、電子、準安定原子を意味する。また、 $\mathbf{E}$ は電界、 $\mathbf{B}$ は磁束密度である。定常分を意味する添字の 0 は、簡単のためここでは省略した。

以上、(24)~(29) 式から準中性を仮定し、円筒座標

系を用いると、半径方向に対する微分方程式が得られる。

$$\frac{d^2 N_e}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dN_e}{dr} + \frac{Z_{di} N_e + (1/2) F_{mm} N_m^2 + F_{me} N_m N_e}{D_{ab}} = 0 \quad (30)$$

$$\frac{d^2 N_m}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dN_m}{dr} + \frac{Z_{ex} N_e - F_{mm} N_m^2 - F_{me} N_m N_e}{D_m} = 0 \quad (31)$$

ここで、

$$D_{ab} \equiv D_a / (1 + \mu_e \mu_i B^2) \quad (32)$$

は横方向の両極性拡散係数、 D_m は準安定原子の拡散係数である⁽¹⁹⁾。(30)、(31)式を $dN_e/dr|_{r=0}=0$, $dN_m/dr|_{r=0}=0$, $N_e(R)=0$, $N_m(R)=0$ (R は放電管の半径) の条件の下で解き、管断面にわたって平均することにより、平均の定常分密度 N_0 , N_{m0} が求まる。

〈3.3〉 電子のエネルギー損失係数 電子エネルギーの損失係数 κ_e は、今の場合次式で与えられる。

$$\kappa_e = \kappa_{ei} + \kappa_{di} + \kappa_{ex} + \kappa_{me} + \kappa_{wall} \quad (33)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \kappa_{ei} &= 8 m_e / 3 m_n : \text{弾性衝突による損失係数} \\ \kappa_{di} &= 2 Z_{di} V_{di} / 3 Z_i T : \text{直接電離衝突による損失係数} \\ \kappa_{ex} &= \sum 2 Z_{ex} V_{ex} / 3 Z_i T : \text{直接励起衝突による損失係数} \\ \kappa_{me} &= 2 F_{me} N_m (V_{di} - V_m) / 3 Z_i T : \text{累積電離衝突による損失係数} \end{aligned}$$

第1図 D_{ab} , T_0 , $\kappa_e^{1/2}$, E_0 の磁界依存性

Fig. 1. Dependences of ambipolar coefficient, electron temperature, electron energy loss factor and axial electric field on magnetic field.

第2図 Z_{dio} , Z_{exo} , F_{meo} の磁界依存性

Fig. 2. Dependences of ionization frequency, excitation frequency and cumulative ionization coefficient on magnetic field.

第3図 N_0 , N_{m0} , v_{de} , v_{di} の磁界依存性

Fig. 3. Dependences of electron density, metastable atom density and drift velocity on magnetic field.

$$\kappa_{wall} = (Z_{di} + F_{me} N_m + F_{mm} N_m^2 / 2 N_e) / Z_i \quad (34)$$

: 管壁による損失係数

ここで、 m_n は中性粒子の質量、 Z_i は電子の全衝突周波数、 V_{ex} は励起電圧である。

〈3.4〉 軸方向電界 軸方向電界 E_0 と電子温度 T_0 との関係は次式によって与えられる⁽²⁰⁾。

$$E_0 = \frac{3}{\sqrt{2}} P \left(\frac{273}{T_n} \right) \frac{\sqrt{\kappa_{e0}} T_0}{\lambda_{e1}} \quad (35)$$

ここで、 P はガス圧 (Torr), λ_{e1} は 0°C , 1 Torr における電子の平均自由行程である。

また、放電電流 I_d は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} I_d &= \int_0^R 2\pi r q N_e (v_{di} - v_{de}) dr \\ &= \pi R^2 q (\mu_i + \mu_e) E_0 N_0 \quad (36) \end{aligned}$$

(20)~(36)式より、任意の実験条件 (P , R , I_d , T_n , B) に対するプラズマ諸量がすべて一義的に決定できる。

〈3.5〉 プラズマ諸量の磁界依存性 このようにして求めたプラズマ諸量の磁界依存性の一例として、放電条件 $P=0.8$ Torr, $R=1$ cm, $I_d=100$ mA, $T_n=300$ K の場合を第1図~第3図に示す。いずれの諸量も $B=0$ のときの値に対する相対値を示したものである。磁界を増加すると、荷電粒子の拡散が抑制される (D_{ab} 減少) ため、電子温度が低下し、それに伴って

第 4 図 単位時間単位体積あたりの電離数の磁界依存性

Fig. 4. Dependences of numbers of ion pairs produced per unit time and per unit volume on magnetic field.

電界, 損失係数, 電離周波数などのプラズマ諸量もまた減少する。一方, 電子密度 N_0 が増加するのは, 磁界の存在によって荷電粒子の損失が抑制されることを意味している。

また, 第 4 図は同一放電条件において, 単位時間単位体積あたりの電子-イオン対の生成数の磁界依存性を示したものである。この図からわかるように, 電子と準安定原子の衝突に基づく電離は, 電子と中性粒子の衝突および準安定原子同士の衝突による電離よりも磁界の影響を受けにくい。実際, $B=2\text{ kG}$ 以上の磁界に対しては, 準安定原子からの電離数は中性粒子からの電離数を数値的にも上まわる。このことは, 磁界中陽光柱内では準安定原子の電離への寄与が磁界のない場合よりも重要となることを意味している。

一方, 本論文の実験条件の範囲では 3 kG 以上の強磁界領域で, らせん形不安定性が発生する。らせん形不安定性が発生すると, プラズマ状態が変化してしまう。従って, そのような強磁界領域に対してはこの理論の適用は適当でない。

〈3.6〉 分散特性 〈3.1〉～〈3.4〉節で求めたプラズマ諸量を (17) 式に代入し, 波数 k を実数として計算機で計算することによって分散特性が得られる。(17) 式からは ω_r について二つの実根 ω_{r1}, ω_{r2} が得られる。 ω_{r1} は ω_{r2} に比べて 1 けた程度大きく, 準安定原子を考慮しない場合の角周波数の計算値に近い値となることから, ω_{r1} はいわゆる Ion guide 波の角周波数に, また ω_{r2} は Metastable guide 波の角周波数に対応するものと思われる。時間的成長率 ω_i は (19) 式から計算され, ω_{r1}, ω_{r2} に対応してそれぞれ ω_{i1}, ω_{i2} が求まる。ここでは実験結果との対応から Ion guide の電離波動と思われる ω_{r1}, ω_{i1} について論ずることとする。以下, 添字の 1 は省略する。

第 5 図 電離波動の分散特性に及ぼす磁界の効果

Fig. 5. Dispersion characteristics of ionization waves in magnetic field.

一例として, $P=0.8\text{ Torr}$, $R=1\text{ cm}$, $I_d=100\text{ mA}$ なる放電条件のもとで求めた分散特性の結果を第 5 図に示す。図において, 成長率 ω_i が正の領域で波動が成長することを考慮すると, この領域では $\omega_r/k > 0$ であり, かつ $\partial\omega_r/\partial k < 0$ であるので後進波特性, すなわち位相速度, $v_p > 0$, 群速度 $v_g < 0$ であることを示している。さらに, 陽極から陰極に向かう方向を x の正方向と仮定しているので, 波動は見かけ上陰極方向へ進み, そのエネルギーは陽極方向へ進むことを意味している。また, 同図には磁束密度 B をパラメータとして分散特性を示してあるので, 同図から B の増加と共に波動の成長可能範囲は波数の小さい側へ移動し, 角周波数は減少することがわかる。すなわち, 軸方向印加磁界を大きくすると電離波動の周波数は減少し, 波長は増大する。また, B の増加と共に ω_i が減少することから, 磁界は電離波動の成長を抑制することがわかる。

この場合, 成長率の最大値 ω_{im} に対応する角周波数をもった波動が最も観測されやすいものと考え, ω_{im} に対応した ω_r, k が自励電離波動の角周波数と波数に相当するものと仮定すると, 自励電離波動の位相速度 v_{ps} , 群速度 v_{gs} は次式で定義される。

$$v_{ps} = \omega_r/k \big|_{\omega_i = \omega_{im}} \dots\dots\dots (37)$$

$$v_{gs} = \partial\omega_r/\partial k \big|_{\omega_i = \omega_{im}} \dots\dots\dots (38)$$

従って, 自励電離波動の空間的成長率 δ は次式によって与えられる⁽²¹⁾。

$$\delta = -\omega_{im}/v_{gs} \dots\dots\dots (39)$$

これらの磁界依存性については, 次章において実験結果との比較のもとに述べる。

4. 実 験

〈4.1〉 実験装置と実験方法 実験装置の概要を第6図に示す。使用した放電管は長さ 80cm, 半径 1cm の酸化物熱陰極放電管である。軸方向電界測定用のリングプローブが管のほぼ中央付近に 20cm 間隔で設けられている。使用した気体は Ne ガスである。

磁界発生コイルは長さ 75cm, 内径 9cm, 外径 27cm の空心ソレノイド状コイルで、磁界の軸方向均一部分は 35~40cm である。光の振動は、固定と可動の2本のライトチューブを通してホトマルチプライアによって検出し、ミリボルトメータ、シンクロスコープ、周波数カウンタなどで、振幅、周波数、波長の測定を行なう。空間的成長率 δ は輝度振幅の軸方向依存性を測定し、その曲線の傾きから算出した。

〈4.2〉 実験結果 本節では、〈3.6〉節に述べた方法によって計算した自励電離波動の $k, \omega_r, v_{ps}, \delta$ の磁界依存性を実験値と比較検討する。

一例として、放電条件 $P=0.8\text{ Torr}$, $R=1\text{ cm}$, $I_d=100\text{ mA}$ の場合の波数 k , 角周波数 ω_r , 位相速度 v_{ps} , 空間的成長率 δ の磁界依存性の理論値と実験値の対応を第7図~第10図に示す。各図において実験

第6図 実験装置

Fig. 6. Experimental arrangement.

第7図 波数の磁界依存性
Fig. 7. Dependence of wave-number on magnetic field.

第8図 角周波数の磁界依存性
Fig. 8. Dependence of angular frequency on magnetic field.

第9図 位相速度の磁界依存性
Fig. 9. Dependence of phase velocity on magnetic field.

第10図 空間的成長率の磁界依存性

Fig. 10. Dependence of spatial growth rate on magnetic field.

は準安定原子の存在を考慮したときの理論値、一点鎖線は準安定原子を考慮しない場合の理論値、×印は実験値を示す。いずれの特性においても、準安定原子を考慮した場合の理論値の方が実験値に近く、準安定原子の効果を取り入れることによって、定性的にも定量的にもかなり良く実験事実を説明できると言える。また、磁界の増加に伴う k, ω_r の減少の割合は、準安定原子の存在を考慮した場合の理論値の方が小さく、実験との対応も良い。このことは〈3.5〉節で述べた準安定原子からの累積電離が、中性粒子からの直接電離より磁界の影響を受けにくいということと対応していると考えられる。すなわち、磁界中陽光柱内の電離波動の解析には、準安定原子の存在を考慮することがかなり重要であると言える。

なお、準安定原子の存在を考慮しない場合の理論値の算出に際しては直接電離周波数は(20)式を、また電子温度 T_e は大江氏⁽²²⁾が用いた次式を採用した。

$$T_e = V_{di} \left\{ \frac{7.37}{\ln(cPR) + 8.87} - 0.70 \right\} \times 10^3 (\text{K}) \quad (40)$$

ここで, c は気体定数で, N_e の場合 $c=6 \times 10^{-3}$ である⁽²³⁾。また, E_0/P および T_e に対する磁界の効果の導入には次の相似則を用いた。

$$E_0/P = f(\sqrt{1 + \mu_e \mu_i B^2 RP}) \dots \dots \dots (41)$$

ところで, 弱磁界領域の一部において, 実験では k が減少し, ω_r , v_{pe} , δ が増加する部分がある。この現象は, この磁界領域で軸方向電界が若干増加することと関係があるように思われるが, 本質的には明らかでない。また定量的不一致の原因としては, 理論計算における近似, 累積励起などの省略, 各衝突断面積の評価が十分でないことなどが考えられる。これらの点については, 今後更に詳細な検討が必要であろう。

5. む す び

以上, 準安定原子の存在を考慮して電離波動の分散関係を導き, 計算に必要なプラズマ諸量の磁界依存性を明らかにして, 電離波動に及ぼす磁界の効果を検討した。その結果, 次の3点が明らかとなった。

(1) 電離波動の波数, 角周波数および位相速度は, 磁界の増加と共に減少する。この傾向は実験結果とも良く一致している。

(2) 準安定原子の存在を考慮することによって理論値はかなり改善され, 定性的にも定量的にも実験結果とかなり良く一致する。

(3) 時間的成長率 ω_i および空間的成長率 δ が磁界の増加に伴って減少することから, 縦磁界の存在は電離波動の成長を抑制する効果がある。

この磁界の効果は, 定性的には次のように説明される。

このような過程によって, 縦磁界の増加と共に電離波動の成長が抑制されるものと考えられる。理論と実験の対応も定性的には一応良い一致を示している。

しかし前章でも述べたように, 定量的不一致の原因や磁界の弱い領域での電離波動の振舞など, 残された問題点も多い。更に, ここではふれなかったが, metastable guide 波と思われる波動の特性についての検討も興味ある問題である。これらの点については次の機会に報告したい。

最後に, 実験にご協力いただいた新潟大学工学部電子工学基礎講座の卒業生諸君に感謝の意を表します。(昭和52年11月4日受付, 同53年8月11日再受付)

文 献

- (1) K. Wojacek: *Ann. Phys.* **7**, 37 (1959)
- (2) K. Wojacek: *Beitr. Plasmaphys.* **2**, 1 (1962)
- (3) L. Pekarek & V. Krejci: *Czech. J. Phys.* **B12**, 296 (1962)
- (4) L. Pekarek: *ibid.* **B12**, 439 (1962)
- (5) L. Pekarek & V. Krejci: *ibid.* **B12**, 450 (1962)
- (6) L. Pekarek & V. Krejci: *ibid.* **B13**, 881 (1963)
- (7) H.S. Robertson & M.A. Hakeem: *Proceedings V International Conference on Ionization Phenomena in Gases* **1**, 550 (1962) North-Holland Publishing Co.
- (8) L. Pekarek, K. Masek & K. Rohlena: *Czech. J. Phys.* **B20**, 879 (1970)
- (9) K. Rohlena, T. Ruzicka & L. Pekarek: *ibid.* **B22**, 920 (1972)
- (10) K. Yatsui, T. Ohji & Y. Inuishi: *Japan. J. Appl. Phys.* **5**, 105 (1967)
- (11) 佐藤・八田: 電学誌 **91**, 2271 (昭 46-12)
- (12) 丸山・山村・三浦・今津: 物理学会第32回年会放電シンポジウム **10 PU 3** (昭 52)
- (13) E. H. Holt & R. H. Haskell: *Foundations of Plasma Dynamics* p. 163 (1968) Macmillan Co.
- (14) K. Wojacek: *Beitr. Plasmaphys.* **1**, 30 (1960)
- (15) A. Von Engel (山本・奥田訳): 電離気体 p. 58 (昭 43)
- (16) 電気学会: 放電ハンドブック p. 10, 12 (昭 49)
- (17) T. Dote: *Japan. J. Appl. Phys.* **13**, 1929 (1974)
- (18) H. Maier-Leibnitz: *Z. Phys.* **95**, 499 (1935)
- (19) M. H. Biondi: *Phys. Rev.* **88**, 660 (1952)
- (20) 武田: 気体放電の基礎 p. 47 (昭 48)
- (21) K. Wojacek: *Beitr. Plasmaphys.* **2**, 49 (1962)
- (22) K. Ohé & S. Takeda: *Japan. J. Appl. Phys.* **14**, 1765 (1975)
- (23) A. Von Engel (山本・奥田訳): 電離気体 p. 226 (昭 43)

付 録

(13)式の導出 Granovsky の式

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{16}{3\pi E \lambda_e^2} \kappa_e - \frac{3}{2} E \dots \dots \dots (5)$$

において, 電子の損失係数 κ_e は (33), (34) 式によって与えられるので, κ_e は電子温度, 電子密度, 準安定原子密度の関数となるため, (8) 式のように定常分 κ_{e0} と変動分 κ_{e1} に展開できる。そこで

$$(\partial \kappa_e / \partial T)_{T=T_0} = a', (\partial \kappa_e / \partial N_e)_{N_e=N_0} = b'$$

$$(\partial \kappa_e / \partial N_m)_{N_m=N_{m0}} = c'$$

とおくと, (8) 式は次のようになる。

$$\kappa_e = \kappa_{e0} + a' T_1 + b' N_{e1} + c' N_{m1} \dots \dots (付 1)$$

(6), (付 1) 式を (5) 式に代入し, 変動分の二次以上の項を省略して, 変動分の一次の項だけを取り出すと次式が得られる。

$$\begin{aligned} \partial T_1 / \partial x = & G(2\kappa_{e0} + a' T_0) T_1 + G b' T_0 N_{e1} \\ & + G c' T_0 N_{m1} - \left(\frac{3}{2} \frac{E_0}{T_0} + G \kappa_{e0} \right) \frac{T_0}{E_0} E_1 \end{aligned}$$

ただし,

$$G = 16 T_0 / 3 \pi E_0 \lambda_e^2$$

更に, (6) 式に従って変数 T_1, N_{e1}, N_{m1}, E_1 を $\theta, n_e, n_m, \varepsilon$ に変換すれば (13) 式が得られる。