表面電荷法による複合絶縁系の電界解析

正員 渋谷 義一 (三菱電機)

正員 安田 勝 (三菱電機)

正員 林 成男 (三菱電機)

正員 武智 盛明 (三菱電機)

1. 緒言

電気機器の絶縁の合理的設計のためには機器内部の電位、電界の正確な値が重要となる。衝撃電圧、交流電圧に対しては漏れ抵抗が無視でき、機器内部の電界は静電界として扱える。静電界の解析法としては従来から等角写像法、影像電荷法などの解析的方法と導電紙、電解液などを用いた一種のアナログシミュレーションとが知られていた。しかし大形計算機の出現によって、最近ではデジタル計算法が広く使われている。

電子計算機による静電界の計算法としては、差分法、有限要素法、電荷重畳法および表面電荷法がある⁽¹⁾。差分法および有限要素法は、空間を網目に分割し、網目上の電位を未知数として求める。一方、電荷重畳法および表面電荷法では、境界面に対応させた電荷を未知数とするので未知数の数が少なくなる利点がある。特に電荷重畳法は、計算時間が短いため近年著しい発展を遂げた⁽²⁾⁽³⁾。しかし、電荷重畳法には使用に熟練を要すること、および誘電体界面の取扱いが複雑であることなどの欠点がある。

表面電荷法は、Harrington氏によって提唱されたモーメントの手法⁽⁴⁾⁽⁵⁾を静電界場に応用したもので、まず一様媒質中についての解析法が報告された⁽⁶⁾⁽⁷⁾。異なる誘電体が存在する系(複合絶縁系)については、

Computation of Electric Field by Surface Charge Method in Complex Insulation Systems. By Yoshikazu Shibuya, Member, Masaru Yasuda, Member, Shigeo Hayashi, Member & Moriaki Takeuchi, Member (Mitsubishi Electric Corp.)

渋谷義一: 正員, 三菱電機株式会社中央研究所
安田 勝: 正員, 三菱電機株式会社伊丹製作所
林 成男: 正員, 三菱電機株式会社赤穂製作所
武智盛明: 正員, 三菱電機株式会社赤穂製作所

誘電体界面で電荷密度と電位を未知数とする Singer 氏の方法⁽⁸⁾があるが、未知数の数が増す、未知数の種類の不統一による誤差を招くなどの欠点があった。

本論文では、複合絶縁系の境界面上の“見かけ電荷⁽⁹⁾”を用いて、未知数を統一した解析手法を提案する。また面電荷の表裏の電界を考慮し、境界面上での電界を精度よく計算する方法も提案する。更に本論文では、二次元および軸対称三次元の問題についての具体的手法と、それを用いた解析例を紹介する。

2. 複合絶縁系の電位、電界および電荷の分布

〈2・1〉 等価系への変換 真空中あるいは一様媒質中に導体および誘電体が混在する複合絶縁系を考える。従来の表面電荷法では誘電体の境界面で領域を分け、それぞれの領域についてラプラスの方程式を解いていた。しかし、竹山氏によって示されているように見かけ電荷を導入すれば、複合絶縁系全体をまとめて一つの真空中の系に置換することができる⁽⁹⁾。

複合絶縁系の一例として第1図(a)の系を考える。この系は2個の導体(電位 V_1, V_2)と2種類の誘電体

第1図 複合絶縁系と見かけ電荷 σ を用いた等価系

Fig. 1. A complex insulation system and the equivalent using apparent charges.

(誘電率 ϵ_1, ϵ_2) からなる。図示のように、この系には次の3種類の界面が存在する。

I: 閉じた導体表面

II: 厚さのない板状導体

III: 異なる誘電体の間の界面

第1図(b)はこれらの界面上に見かけ電荷(真の電荷+分極電荷) $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ を配置した真空中(誘電率 ϵ_0) の系である。このようにすれば任意の点 P の電位 $\phi(P)$ および電界 $\mathbf{E}(P)$ は、第1図(a)と(b)とで全く等しいことが示される⁽⁹⁾。

このように複合絶縁系の静電界の問題は、与えられた境界条件を満足するような見かけ電荷の分布を求めることに帰着される。この求解方法を述べる前に、見かけ電荷分布が与えられたとしたときの電位、および電界の表現式がどうなるかを検討する。

〈2・2〉 任意の点における電位および電界 第1図(b)の真空中の等価な系の静電界は、境界面上の面積要素 dS の上の電荷 $\sigma(Q)dS$ のクーロン界の積分として求められる。ここで、 $\sigma(Q)$ は代表点 Q 点における電荷の面密度である。任意の点 P の電位は次のような面積積分で表わされる。

$$\phi(P) = \int G(P, Q) \sigma(Q) dS \dots\dots\dots (1)$$

ただし、積分変数 Q は全境界面を動く。 $G(P, Q)$ は Q 点に単位電荷が存在する場合の P 点の電位を表わす関数であり、次式で与えられる。

$$G(P, Q) = 1/(4\pi\epsilon_0 \overline{PQ}) \dots\dots\dots (2)$$

この関数 $G(P, Q)$ は三次元電界におけるグリーン関数である⁽⁸⁾。

次に、 P 点における電界は(1)式のこう配をとることによって、次式で与えられることがわかる。

$$\mathbf{E}(P) = \int \text{grad}_P G(P, Q) \sigma(Q) dS \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 grad_P は P の座標についての微分を意味する。

関数 $G(P, Q)$ は $P=Q$ で特異点を持つが、 $\sigma(Q)$ が有限であれば電位、電界の性質から考えて、(1)式は有限かつ連続、(3)式は有限ではあるが境界面上で不連続となるはずである。

〈2・3〉 境界面における電界 前述のように境界面では、面電荷の存在のため電界が不連続となり、面の表と裏とで電界が異なる。この2種類の電界は、第2図に示す(a)、(b)図の重畳として求めることができる。すなわち、境界面上の点 P の電界は、(a)図に示す P 点近傍を除く電荷 $\sigma(Q)$ による P 点の電界 $\mathbf{E}(P)$ と、(b)図に示す P 点近傍の面電荷自身

第2図 境界面上の点 P の電界を重畳の理によって求める際の仮想的な二つの系

Fig. 2. Two fictitious charges systems in obtaining the electric field at P by the application of superposition law.

$\sigma(P)$ による電界との和として求められる。後者の電界は面と垂直な方向に向かい境界の表と裏とで方向が反対で、その大きさはガウスの定理から $\sigma(P)/2\epsilon_0$ となる。従って、 P 点の表および裏での重畳電界 $\mathbf{E}_1(P)$ および $\mathbf{E}_2(P)$ が次のように求められる。

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1(P) &= \mathbf{E}(P) + [\sigma(P)/2\epsilon_0] \mathbf{n} \\ \mathbf{E}_2(P) &= \mathbf{E}(P) - [\sigma(P)/2\epsilon_0] \mathbf{n} \end{aligned} \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 $\mathbf{n}$ は境界面の法線ベクトルで、裏から表に向かう単位ベクトルとする。なお、 $\mathbf{E}(P)$ は(3)式で与えられるが、積分は P 点の近傍を除く全境界面上で行なう。

(4)式は界面の種類 I, II, IIIによらず成立するが、境界面 I の上の点 P に対しては次のような簡単な表現ができる。すなわち境界面の裏を導体内部にとれば、 $\mathbf{E}_2(P)=0$ であるから、導体表面の電界 $\mathbf{E}_1(P)$ はガウスの定理によって次式で表わされる。

$$\mathbf{E}_1(P) = [\sigma(P)/\epsilon_0] \mathbf{n} \dots\dots\dots (5)$$

3. 基本方程式系

〈3・1〉 見かけ電荷分布の決定法 複合絶縁系の静電界を求める際、あらかじめ与えられる条件として次のものが考えられる。

(1) 導体界面 I, II の上での電位 V

(2) 誘電体界面 III の上での真電荷密度 σ_r

すなわち、各導体の電位および各誘電体界面における帯電電荷の分布が与えられる。(2)項の場合、界面があらかじめ帯電していないければ $\sigma_r=0$ である。以下では、この与えられた条件を見かけ電荷密度分布 $\sigma(Q)$ の満足すべき関係式に書き直す。

まず(1)項の条件は、(1)式において P を導体界面上の任意の一点に選ぶことによって次式に書き直される。

$$\int G(P, Q) \sigma(Q) dS = V(P) \dots \dots \dots (6)$$

ここで、 $V(P)$ 、 $G(P, Q)$ は既知であるから、(6)式は $\sigma(Q)$ に関する積分方程式と考えられる。

次に誘電体界面Ⅲ上の一点を P として(2)項の条件を考える。前章で述べた P 点における2種類の電界 $E_1(P)$ 、 $E_2(P)$ と、真電荷密度 $\sigma_r(P)$ との間には次のような関係がある⁽⁹⁾。

$$[\varepsilon_1 E_1(P) - \varepsilon_2 E_2(P)] n = \sigma_r(P) \dots \dots \dots (7)$$

ただし、 ε_1 および ε_2 はそれぞれ界面の表側および裏側の媒質の誘電率である。(7)式に(3)、(4)式を用いると次式が得られる。

$$\begin{aligned} (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \int \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n_P} \sigma(Q) dS \\ + \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2\varepsilon_0} \sigma(P) = \sigma_r(P) \dots \dots \dots (8) \end{aligned}$$

ここで、 $\partial G / \partial n_P$ は $G(P, Q)$ の P 点における法線方向偏微分を示し、系の形状より決まる既知関数である。従って、(8)式は $\sigma(Q)$ に関する積分方程式と考えられる。

結局、積分方程式(6)および(8)式の両方を満足させる見かけ電荷密度の分布 $\sigma(Q)$ が見つければ、与えられた静電界の問題が解けたことになる。

〈3.2〉 二次元および軸対称三次元問題 系の形が z 軸方向に平行移動しても変わらないようであれば、この系の静電界は本質的には $x-y$ 平面上での二次元問題となる。この場合(1)~(8)式は次のような置換えを考えれば、そのままの形で成立する。

$$\left. \begin{aligned} P, Q: x-y \text{ 平面上の点} \\ \int \dots \dots dS \rightarrow \int \dots \dots ds: \text{境界上での線積分} \\ G(P, Q) \rightarrow g(P, Q): \text{二次元のグリーン関数} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9)$$

ただし、二次元のグリーン関数 $g(P, Q)$ は、 Q の位置にある単位線電荷が P 点に作る電位であるから次式で表わされる⁽⁶⁾。

$$g(P, Q) = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{OQ}{PQ} \dots \dots \dots (10)$$

ただし、 O 点を電位零の点とする。

系の形が z 軸を中心とした回転軸対称となっている場合も、この系の静電界は平面上の問題に帰着される。この場合も(9)式と同様な置換えをすれば、(1)~(8)式の関係はそのまま成立つ。ただし、円柱座標の $r-z$ 平面を考えて、 $g(P, Q)$ は $Q(r', z')$ の位置にある単位線電荷密度を持つリング電荷が、 $P(r, z)$

点に作る電位とする⁽⁷⁾。

$$g(P, Q) = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \sqrt{\frac{r'}{r}} k K(k) \dots \dots \dots (11)$$

ここで、 $K(k)$ は第一種の完全だ円積分であり、 k は次式で与えられる。

$$k^2 = 4rr' / [(r+r')^2 + (z-z')^2] \dots \dots \dots (12)$$

前節では境界条件を $\sigma(Q)$ に関する積分方程式の形に変形した。二次元問題あるいは軸対称三次元問題の場合には(6)、(8)式に(9)式を考慮することによって、次のような $\sigma(Q)$ に関する積分方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \int g(P, Q) \sigma(Q) ds = V(P): \text{導体面上の } P \\ (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \int \frac{\partial g(P, Q)}{\partial n} \sigma(Q) ds + \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2\varepsilon_0} \sigma(P) \\ = \sigma_r(P): \text{誘電体界面上の } P \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (13)$$

ただし、線積分の積分変数は Q であり、 Q はすべての境界面上を動く。

〈3.3〉 数値的解法 ここでは二次元問題を例に、表面電荷法による具体的数値計算の手法を説明する。まず境界面を第3図に示すように n 個に区分し、各区間上でそれぞれ一定の見かけ電荷密度 $\sigma_i (i=1, \dots, n)$ を仮定する。各区間の中点 $P_1, P_2, \dots, P_n$ について(13)式を考えると、 $\sigma(Q)$ は区間内で一定で積分の外に出せるので、次のような σ_i に関する連立一次方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=1}^n a_{ij} \sigma_j = V_i \quad (1 \leq i \leq m) \\ \sum_{j=1}^n b_{ij} \sigma_j = \sigma_{ri} \quad (m < i \leq n) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (14)$$

ただし、 $P_1, \dots, P_m$ は導体界面ⅠまたはⅡの上、 $P_{m+1}, \dots, P_n$ は誘電体界面Ⅲの上にあるとし、 V_i または σ_{ri} は境界条件として与えられる P_i 点での電位または真電荷密度である。(14)式の係数は次のようである。

第3図 境界面の分割

Fig. 3. Partition of boundary surfaces.

$$\left. \begin{aligned} a_{ij} &= \int_{(j)} g(P_i, Q_j) ds \\ b_{ij} &= (\epsilon_2 - \epsilon_1) \int_{(j)} \frac{\partial g(P_i, Q_j)}{\partial n_{ij}} ds \\ &\quad + \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{2\epsilon_0} \delta_{ij} \end{aligned} \right\} \dots\dots (15)$$

ここで、 δ_{ij} は $i=j$ のとき 1, $i \neq j$ のとき 0 とする数を意味し、積分変数 Q_j は第 3 図に示した σ_j の区間の上を動くものとする。

電子計算機による計算の手順を述べる。まず(15)式に従って数値積分を行ない、係数 a_{ij}, b_{ij} を求める。こうして(14)式左辺の係数マトリクスが求められると、(14)式の解、すなわち見かけ電荷密度 $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ は、ガウスの消去法または逆マトリクスを求めるガウス-ジョルダン法など⁽¹⁰⁾によって算出することができる。

見かけ電荷密度が求まると、任意の点の電位および電界は(1)式および(3)式に基づき計算される。ただし、界面上における表裏 2 種類の電界は(4)式または(5)式によって計算される。

4. 計算例と精度

ここでは、解析解が求まっている系について、前章の手法によって電界計算を行なった結果を示す。第 4 図に計算の対象とした 4 種類の系を示す。円筒-円筒(a)および円筒状ボイド(c)は二次元問題、球-球(b)および球状ボイド(d)は軸対称三次元問題の例である。単一媒質中の系(a),(b)のうち、(a)は鏡像法⁽¹¹⁾、(b)は双球面座標を用いる座標変換法⁽¹²⁾によって解析解が求められている。一方、複合絶縁系(c)(d)に対する厳密な解析解はないが、ギャップ長 d がボイド直径 $2a$ よりかなり大きい場合、ボイド付近に

第 4 図 電界の解析を行なった絶縁系の形状と境界条件

Fig. 4. Configuration and boundary condition of insulation systems in which electric fields are analysed.

限り一様電界中のボイドに対する解析法⁽¹³⁾が利用できる。

表面電荷法の計算の際の具体的条件として、第 4 図に示してあるような電位、真電荷密度、寸法および誘電率を用いた。境界面の分割については図示のように各境界をそれぞれ 20 分割した。ただし二次元問題の場合には、左右対称の条件を入れて片側で 20 分割とした。なお境界面のうち、円弧部分の一つの分割単位内を直線として計算を行なった。

〈4・1〉 電荷密度分布 第 5 図には上の条件の下に、(14)式の数値解として求めた見かけ電荷密度 σ_i を角度 θ (第 4 図参照) を横軸に $\circ$ 印で示している。ただし(c),(d)図の板上電極上の電荷密度は図示していない。実線は理論的に求められる⁽¹¹⁾⁻⁽¹³⁾分布である。両者の良い一致は、本表面電荷法の計算精度が良好であることを示している。

第 5 図(b)では上電極の電荷 σ と下電極の電荷 σ' を区別している。これは無限遠点で電位零の条件が影響するもので⁽¹⁴⁾、(a)図ではこの影響はない。

〈4・2〉 電位および電界 第 6 図は得られた見かけ電荷密度を用いて、軸上(第 4 図の P 点)の電位および電界を、(1)式および(3)式によって算出した結果を $\circ$ 印で示したものである。ただし、電位 ϕ は印加電圧 V で、軸方向電界 E は平均電界 E_{av} でそれぞれ割った値で示し、横軸の P の位置 x または z は、ギャップ長 d またはボイド半径 a で標準化して

第 5 図 第 4 図の四つの絶縁系について算出された見かけ電荷密度の分布

Fig. 5. Calculated profile of apparent charge densities for the four systems in Fig. 4.

第 6 図 第 4 図の四つの絶縁系について算出された軸上 P 点での電位および電界

Fig. 6. Calculated potential and electrical field at point P in the four systems in Fig. 4.

いる。実線および破線は理論値^{(11)~(13)}であり、計算値と理論値は極めて良く一致している。

一般に、表面電荷法では境界面上における電界の計算が不正確となると考えられているが⁽¹⁾、(4)式または(5)式によれば、精度の良い電界計算が可能であることを示そう。まず第 5 図(a), (b)の副尺は、(5)式によって表面電荷密度を電極表面電界に読み変えるものであり、このようにすれば導体表面(界面 I)の電界は最も正確に求められる。界面 II, III の電界は(4)式によって求める。第 7 図は第 4 図(c), (d)のボイド界面上の電界の計算値(○印)を理論曲線⁽³⁾と比較したものであるが、計算誤差は実用上差支えない程度である。

〈4.3〉 計算精度 計算誤差の原因は境界面を有限個の区間に分割することにあるが、次のような工夫

第 7 図 円筒状および球状ボイドの界面(第 4 図の Q 点)における電界の計算値

Fig. 7. Calculated electrical field at the cylindrical and spherical voids' interface (at point Q in Fig. 4).

第 8 図 電荷密度分布および境界面のデジタル化の方法

Fig. 8. Digitization methods of charge-density distribution and boundary surface.

第 9 図 種々の分割数 n に対する電極表面電界の計算誤差 [計算点: 第 4 図(a), (b)における Q 点]

Fig. 9. Calculation error in electrode-surface field for different partition number n , the calculation points being Q in Fig. 4(a), (b).

によって誤差を少なくできる。〈3.3〉節では、電荷密度が第 8 図(a)の実線のように、分割内一定とする一様分布の方法を説明したが、破線のように、分割端点の σ を未知数として、分割区間内で電荷密度が直線的に変化していると仮定する一次分布によれば近似度が改善される。前節の計算のうち三次元軸対称問題は一様分布、二次元問題は一次分布に基づいている。境界面に関して第 8 図(b)に示す直線近似を用いたが、これを破線の実際の形状とすれば計算精度が改善される可能性がある。

第 4 図(a), (b)の例では総分割数 $n=40$ であったが、小さい n に対しては当然計算誤差は増大する。第 9 図は同じ境界条件で $n=4, 8, 16, 32$ とした場合の(5)式による電極表面電界の計算誤差を示す。これは代表点 [(a)図では分割の端点, (b)図では中央点] における理論値⁽¹¹⁾⁽¹²⁾に対する計算電界の符号を含めた相対誤差を代表点の位置 (θ で表示) にプロットしたものである。このように代表点で考える限り一様分布の仮定による結果 [(b)図] も良好で、 $n=16$ 程度でも誤差は 1% 以下になっている。

一般に、表面電荷法は計算時間が長いと考えられがちであるが、この根拠は必ずしも明確ではない。例えば、電荷重畳法と表面電荷法について未知数の数を同じにとったとき、係数の計算に時間のかかる表面電荷法の方が長い時間を要するが、このときの計算精度は表面電荷法の方が良いことが予想されるからである。

5. 実機への適用

表面電荷法の境界面の総分割数は、使用する電子計算機の記憶容量で制限され、中容量の電子計算機使用の場合 200 前後がその上限であろう。しかし、表面電荷法では電界解析空間ではなく、境界面だけを分割すればよいので、かなり複雑な絶縁系についても本方法による解析が可能となる。このため、本方法が大小種々の絶縁系の解析に用いられつつあるが、ここではその代表的な例として、変圧器およびガス絶縁機器に対する適用例を示す。

〈5・1〉 変圧器 変圧器の絶縁は、絶縁油と絶縁紙で構成された複雑な複合絶縁構造となっているが、外鉄形変圧器は方形コイルを使用する構造なので、二次元近似による電界の解析が可能となる。

第 10 図は変圧器高圧コイル端部付近の等電位分布の計算例である。等電位線は高圧コイル静電板を 100 としたとき、電位が 5, 10, 15, … となる点を各々連ねてプロットで描かせたものである。ただし計算の条件として、右側および上方にも図示の範囲の境界条件が対称的に延長されているとしているので、図示されていないが、等電位線は右側および上方にも対称的に広がっている。第 10 図の図示の範囲の境界の分割数は 170 であったが、もし対称性を用いなければ分割総

第 10 図 変圧器高圧コイルのシールド部分における電位分布の計算例

Fig. 10. An example of calculated potential distribution around a high-voltage-coil shield of transformer.

第 11 図 ガス絶縁用円錐スペーサ付近の電界分布の計算例

Fig. 11. An example of calculated field distribution around a cone-type spacer in gas insulated substation.

数はこの 4 倍となり、通常の計算機の処理能力を超えることになる。

第 10 図のような複雑な複合絶縁体の静電界は、他の方法によってももちろん計算可能であるが、計算条件の指定方法は、いずれの場合も表面電荷法よりも煩雑になる。計算時間が速いと言われる電荷重畳法をこのような系に適用することは、数多くの複雑な誘電体界面の存在のため困難と考えられる。

〈5・2〉 ガス絶縁機器 ガス絶縁機器の絶縁は、主として高気圧 SF₆ ガス空間からなるが、高電圧部を支持するための固体絶縁物スペーサは、その付近の電界を変わいする。相分離形ガス絶縁機器では筒形の部分が多いので、三次元軸対称近似による電界の解析が可能となる。

第 11 図はガス絶縁用円錐スペーサ付近の電界分布の計算例である。これは計算された導体表面上の電界をプロットにより境界面の形状と共に作図させたものである。矢印の大きさが電界の大きさを示す。スペーサの表面では、電界が表裏 2 種類存在し表示が複雑となるので、矢印による表示を行っていない。なお、この計算例の境界面の分割総数は 171 である。

ガス絶縁においては、最大電界がその絶縁特性を左右することが知られており⁽¹⁵⁾、最大電界の大きさおよび位置が絶縁設計上最も重要である。この意味で、第 11 図のような表面電界を示す図が極めて有用である。表面電界は(5)式によって電荷密度から直接精度良く求まることを考えると、ガス絶縁機器の電界解析には表面電荷法が最も適していると言える。

6. 結 言

表面電荷法による電界解析は電荷重畳法と同様に、逐次近似を用いなくて直接解が求まる。無限遠点を含めた開領域の電界解析ができるなどの特徴がある。電荷重畳法では、前もって代用電荷の位置を設定しなければならないが、これを必要としない表面電荷法は、

複雑な境界をもつ系への適用も容易である。本論文では、このような特徴を持つ表面電荷法を次の点において改善し、その適用範囲を広げることができた。

(1) 複合絶縁系に対し、境界面の見かけ電荷密度分布を未知数とする統一的方程式を導いた。

(2) 面電荷の存在する境界面の表裏における2種類の電界を正確に求められる表現式を得た。

(3) 導体表面の電界は、ガウスの定理の適用によって見かけ電荷密度から直接精度良く計算される。

本方法による表面電荷法の実用性は、二次元問題と軸対称三次元問題の例題で実証された。本方法の一般三次元問題への適用も考えられる。今後、このような特徴を持つ表面電荷法は、電気機器絶縁の合理的設計に更に広く利用されて行くであろう。

最後に、本研究に対し御理解と貴重な助言をいただいた三菱電機(株)赤穂製作所 平井正好部長代理、同伊丹製作所新田東平博士および荒畑吉邦主任に深く感謝の意を表します。(昭和53年8月15日受付)

文 献

- (1) 宅間: 電学誌, 95, 362 (昭48-5)
- (2) H. Steinbigler: *Elektrotech. Z. (ETZ)-A* 90, 25, 663 (1969)
- (3) H. Singer, H. Steinbigler & P. Weiss: *IEE Trans. Power Apparatus Syst.* PAS-93, 1660 (1974)
- (4) R.F. Harrington: *Field Computation by Moment Methods* (1968) Macmillan, New York
- (5) R.F. Harrington: *Proc. IEEE* 55, 2, 136 (1967)
- (6) R.F. Harrington, et al.: *Proc. Inst. Elect. Engrs.* 116, 10, 1715 (1969)
- (7) J. R. Mautz & R. F. Harrington: *ibid.* 117, 4, 850 (1970)
- (8) B. Singer & M. Baun: *IEEE Trans. Electron Devices* ED-17, 10, 926 (1970)
- (9) 竹山: 電磁気学現象理論 p.78 (昭45) 丸善
- (10) ファジエエフ, 他(訳): 線型代数の計算法(上) p.146, (昭45) 産業図書
- (11) 竹山: 電磁気学現象理論 p.152 (昭45) 丸善
- (12) J.J. Thwaites: *Proc. Inst. Elect. Engrs.* 109C, 600 (1959)
- (13) 竹山: 電磁気学現象理論 (昭45) p.93 および p.177 丸善
- (14) 渋谷・新田: 電学誌 91, 1945 (昭46-10)
- (15) T. Nitta & Y. Shibuya: *IEEE Trans. Power Apparatus Syst.* PAS-90, 3, 1065 (1971)