PMMA 樹脂中における交流トリートの進展特性とフラクタル次元

正 員 工 藤 勝 利 (明治大)

正 員 丸 山 悟 (明治大)

Propagation Characteristics and Fractal Dimension of AC Tree in PMMA

Katsutoshi Kudo, Member, Satoru Maruyama, Member (Meiji University)

キーワード：電気トリート、フラクタル次元、PMMA 樹脂、画像処理

著者らは、電気トリートの分岐構造に統計的規則性のあることについて検討してきた⁽¹⁾。また、最近、電気トリートの分岐構造がフラクタル性をもつことが指摘されている^{(2)~(4)}。しかしながら、実際の電気トリートの形状そのものに対してのフラクタルによる解析があまりなされていない。そこで、本研究では実際に得られる交流電気トリートの進展特性とフラクタル次元との関係について検討を行った。

試料としては、図 1 に示すように観察しやすい円筒形 PMMA 樹脂を用いた。針電極は曲率半径 $3\mu\text{m}$ のオグラ針を用い、試料を約 150°C に加熱後針を挿入した。試料温度を室温に徐冷した後、針を後退させ、針先端部に約 1mm の針状ボイドを作成した。その後、針の根元をエポキシ樹脂で固めた。また、ボイド先端部と平板電極間のギャップの長さは 5mm 一定とした。なお、針先端部にボイドを設けた理由は、トリートが進展しやすいようにするためである。電圧印加方法に関しては、交流 50Hz を使用し、時間特性 (15kV 一定) と電圧特性 (開始電圧 10kV , 印加時間 3分 , 1kV 段階昇圧) の 2 種類を採用した。トリートの進展の様

子は、時間特性に関しては 1分 ごとに、電圧特性に関しては 1kV ごとに、顕微鏡を通して写真撮影した。撮影した写真は、スキャナ (NEC, PC-IN 503 H) を用いてパソコンに読込み、更に画像処理をし、それぞれのトリートのフラクタル次元およびトリートの垂直軸方向への伸びを求めた。ところで、フラクタル次元は、ある複雑なパターンを定量的に特徴づける量であり、フラクタル次元の求め方には幾つかの方法があるが、ここでは以下のようなカバー法を用いた⁽⁵⁾。

$$N(r) \propto r^{-D} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 r ：カバーする正方形の 1 辺の長さ、 $N(r)$ ：カバーできる総数、 D ：フラクタル次元

図 2 はパソコンで画像処理したトリートの時間特性の例である。得られたトリートの形状はブッシュ状に近いものであり、時間と共にトリートは大きくなるものの、全体的に見ると相似的に進展していることがわかる。図 3 は時間特性で得られたトリートの伸びとフラクタル次元である。トリートの伸びは時間と共に大きくなっており、測定範囲内では飽和する傾向にない。一方、フラクタル次元に関しては、既に印加時間 2分 付近から

図 1 試料形状
Fig. 1. Specimen configuration.

図 2 時間特性から得られたトリートパターンの例
Fig. 2. An example of tree pattern as a function of applied time.

図 3 印加時間によるフラクタル次元およびトリーの伸びの変化

Fig. 3. Fractal dimension and tree length as a function of applied time.

図 4 印加電圧によるフラクタル次元およびトリーの伸びの変化

Fig. 4. Fractal dimension and tree length as a function of applied voltage.

飽和する傾向があり、測定範囲内ではほぼ一定の約 1.5 の値となっている。フラクタルパターンの特徴としては、自己相似性がある。電気トリーは、厳密な意味での数学的自己相似性をもたないが、統計的自己相似性をもっている。統計的自己相似性とは、直観的には、あるパターンの一部を拡大してみると元のパターンによく似たパターンが見られることを意味している。前述したカバー法において、スケール r と個数 $N(r)$ の両者を両対数グラフに表示すると直線になることから、フラクタル性をもつパターンであることがわかる。図 3 から、印加時間の増加と共にトリーは

進展拡大するものの、トリーは相似的に、そして複雑さの程度が一定になるように進展してゆくことがうかがえる。

図 4 は、電圧特性で得られたフラクタル次元とトリーの伸びを示している。時間特性の場合と同様に電圧特性においても、トリーの伸びとフラクタル次元の関係は同様な傾向を示している。すなわち、電圧を上昇するにつれて、トリーの伸びは徐々に大きくなるのに対して、フラクタル次元はほぼ一定の約 1.6 の値になっている。この電圧特性の場合においても、トリーはフラクタル次元を一定にするように、すなわち複雑さの程度を一定にするように進展してゆくことがわかる。今回、PMMA 樹脂を用い、針状ボイドからの交流トリーについて、時間と電圧を変化させたときの二次元に投影された電気トリーのフラクタル次元について検討した。その結果、トリーの分岐構造はフラクタル性をもつこと、およびトリーは空間的広がり複雑さの程度を一定に保つように進展してゆくことが明らかになった。

(平成 3 年 3 月 27 日受付)

文 献

- (1) 工藤：電学論 A, 108, 371 (昭 63-8)
- (2) H. J. Wiesmann & H. R. Zeller: J. A. P., 60, 1770 (1986)
- (3) S. Fujimori: 2nd ICPADM, 519 (1988)
- (4) K. Kudo & S. Maruyama: CEIDP, 502 (1990)
- (5) 例えば、松下・沢田：計測と制御, 24, 985 (昭 60-11)

工藤 勝利 (正員)

体に関する研究に従事。

昭和 18 年 9 月 21 日生。49 年明治大学大学院工学研究科電気工学専攻博士課程修了。現在、同大学理工学部教授。工学博士。誘電体・絶縁体に関する研究に従事。

丸山 悟 (正員)

昭和 42 年 3 月 16 日生。平成 3 年 3 月明治大学大学院工学研究科電気工学専攻修了。同年 4 月同大学大学院博士課程進学、現在に至る。絶縁体の電気特性に関する研究に従事。