磁荷の回転だ円面上分布による 中空物体の磁界モデル

正 員 森 恵 一 (防衛大)

非会員 柳 沢 齊 昭 (防衛庁)

非会員 木 村 利 治 (防衛庁)

非会員 十 時 真智子 (防衛庁)

Modeling Magnetic Field of a Hollow Object by Distributing Magnetic Charges on Spheroidal Surfaces

Keiichi Mori, Member (National Defense Academy), Nariaki Yanagisawa, Non-member,
Toshiharu Kimura, Non-member, Machiko Totoki, Non-member (Defense Agency)

To estimate the magnetic field outside a ferromagnetic hollow object such as ship or wheeled vehicle from the inside field measurements, we have developed a method to represent the object by the distribution of virtual magnetic charges on two sheets of confocal spheroidal surfaces. In the method, the magnetic field both inside and outside the object is expanded in prolate spheroidal harmonic functions of the lowest degree, and the surfaces are determined such that the charges when distributed axially and radially on them produce the same amount of the corresponding harmonic both inside and outside the object as the actual one respectively. In an example of an oblong steel box of the length L magnetized by the earth's field, the estimated field on a line extending parallel to the major axis with a distance $0.25 L$ and a coverage $\pm 0.7 L$ was equal to the measured one with a standard error amounting to 9% of the peak field.

キーワード：磁気探査，船体磁気，車体磁気，磁荷

1. 序 論

船舶や車両の高速移動性を利用し，外部に配置した磁気センサにより埋没磁化物体の磁気探査を連続的に行えると便利である。しかし，船体や車体を構成している強磁性材料は地磁気により磁化し，その内外部に磁界を発生して探査磁界を妨害する。非磁性材料を用いて船体などを製作すると発生磁界は小さくなるものの，製作や運用費用が高くなる。もし，自身から発生する磁界を全測定磁界から区別できれば，材料の非磁性化によらなくても，探査の精度を向上させることができる。このためには，測定が容易である船体や車体内部の磁界を常時測り，これに基づき自身の外部磁界を推定し，全測定磁界から差し引く方法が考えられる。このような磁気探査システムが現在存在している

との情報に接していないが，磁力計や信号処理用コンピュータの小形軽量化，低価格化のすう勢を考えると，近い将来これの実現は可能と思われる。

一般に，磁性物体の外部磁界が定まったとしても，それを実現しうる内部磁化はその物体の内部において，面分布の形ででも，また体分布の形ででも存在しうる。このため，その磁化は一意に定まらなく，外部磁界に対して等価なものとして評価しなければならない。このことは，内部磁界についても同様である。船体などの外部磁界の測定値から，その中心を通り船首尾方向の直線上に分布する等価磁気多重極を定め，これに基づき外部磁界をモデル化する方法については既に報告されている⁽¹⁾⁽²⁾。しかし，この方法では内部磁界を全く考慮していないので，内部磁界から外部磁界の推定はできない。

図 1 磁性中空物体 V ならびに C, C' を焦点とする V の外接および内接回転だ円面 ξ_e, ξ_i
 Fig. 1. Magnetized hollow object V , the circumscribed spheroid ξ_e and the inscribed one ξ_i whose foci lie at C and C' .

船体などは、内部に空洞部分が多く、磁気源は主として殻部にあるので、磁性中空物体ということができる。ここに示すのは、この性質を利用した磁界モデル化の一つの方法である。すなわち、2枚の共焦点回転だ円面上に、各長軸および短軸双極化に対応する仮想磁荷の1重層分布を構成する。これら回転だ円面は、その面上に上記の仮想磁荷を分布させるとき、該物体の内外部磁界を回転だ円体関数による展開形で表すとき各最低次の磁界成分が一致するような大きさに選ぶ。このような分布を用いることにより、内部磁界から外部磁界、特に遠距離磁界の推定精度を高めることができる。

以下、一樣磁界中に存在している1個の磁性中空物体について本理論を示し、地磁気により磁化している1個の鋼製箱体の実験値を対象としてモデル構成法を例示し、本方法の有効性を示す。

2. 磁性中空物体の内外部磁界

伝導電流の流れていない空間（透磁率 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ ）中に1個の磁性中空物体 V が存在しており、これに一樣磁界（磁束密度 B_0 ）が加わっているとする。すると V は磁化され、その内外部に磁界（磁束密度 B ）を発生する。この場合、被探査物体の磁界は B_0 に比べ無視できるほど小さく、従って V の磁化に影響しないとする。

磁性中空物体には細長い外形をしたものが多いので、磁界を調和関数を用いて展開するときの級数の収束を速めるため、以下形の似ている細長回転だ円体座標系を用いる⁽¹⁾。扁平な形をしたものについては扁平回転だ円体座標系を用いるのが適当であり、同様の取扱いが可能である。この物体 V について、図1に示すように焦点を定めて、細長回転だ円体座標系 ξ, η, ϕ を設ける。この座標と両焦点の位置を $x = \pm c$ とする直交座標 (x, y, z) とは、

$$\left. \begin{aligned} x &= c\xi\eta \\ y &= c\sqrt{(\xi^2-1)(1-\eta^2)}\sin\phi \\ z &= c\sqrt{(\xi^2-1)(1-\eta^2)}\cos\phi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

の関係があるとする。磁束密度 B は渦なしのため、

$$B = -\mu_0 \nabla \Phi \dots\dots\dots (2)$$

の関係をもつ磁位 Φ を定義できる。この物体に各内接、外接する共焦点回転だ円面を ξ_i, ξ_e とすると、 ξ_e の外部および ξ_i の内部での Φ の一般形は、

$$\begin{aligned} \Phi &= \sum_{n=1}^{\infty} A_n^0 Q_n^0(\xi) P_n^0(\eta) \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n Q_n^m(\xi) P_n^m(\eta) \\ &\times (A_n^m \cos m\phi + B_n^m \sin m\phi), \quad (\xi < \xi_e) \\ &\dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

および

$$\begin{aligned} \Phi &= \sum_{n=1}^{\infty} a_n^0 P_n^0(\xi) P_n^0(\eta) + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n P_n^m(\xi) P_n^m(\eta) \\ &\times (a_n^m \cos m\phi + b_n^m \sin m\phi), \quad (\xi < \xi_i) \\ &\dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

と表すことができる⁽³⁾。ここに、 P_n^m, Q_n^m は n 次 m 位の第1種および第2種の陪ルジャンドル関数であり、 A_n^m, B_n^m は外部磁位の、また a_n^m, b_n^m は内部磁位の展開係数である。

一方、一般的にこの物体中の磁化 M は、

$$\rho = -\nabla \cdot M \dots\dots\dots (5)$$

の密度で体分布する仮想磁荷 ρ 、ならびに媒質間の境界面において、 M_1, M_2 を各側の磁化、 ν を法線ベクトルとして

$$\omega = \nu \cdot (M_1 - M_2) \dots\dots\dots (6)$$

の密度で面分布する仮想磁荷 ω の両者によって置き換えることができる⁽⁴⁾。 ρ および ω を用いると、内部 ($\xi < \xi_i$) または外部 ($\xi_e < \xi$) での磁位は、 d を M の位置 $Q(\xi', \eta', \phi')$ と磁界測定点 $P(\xi, \eta, \phi)$ との間の距離、 dv' および ds' を Q における各体積および面積要素として、

$$\Phi = \frac{1}{4\pi} \int \rho \frac{1}{d} dv' + \frac{1}{4\pi} \int \omega \frac{1}{d} ds' \dots\dots\dots (7)$$

のように磁性中空物体 V の占める全領域にわたる積分形で表すことができる。ここで、

$$\begin{aligned} \frac{1}{d} &= \frac{1}{c} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) \{ P_n^0(\xi) P_n^0(\eta) Q_n^0(\xi') P_n^0(\eta') \\ &+ 2 \sum_{m=1}^n (-1)^m \left[\frac{(n-m)!}{(n+m)!} \right]^2 P_n^m(\xi) P_n^m(\eta) \\ &\times Q_n^m(\xi') P_n^m(\eta') \cos m(\phi - \phi') \}, \quad (\xi < \xi') \\ &\dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

の関係があり、 $\xi > \xi'$ の場合には上式で ξ と ξ' とが

入れ替わるだけである⁽³⁾。

(8)式を(7)式に代入し、これを(3)式および(4)式と比較すると

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{A_n^0}{B_n^0} \right) &= \frac{2n+1}{4\pi c} \int P_n^0(\xi') P_n^0(\eta') \left(\frac{1}{0} \right) \rho dv' \\ \left(\frac{A_n^m}{B_n^m} \right) &= \frac{2n+1}{2\pi c} (-1)^m \times \left[\frac{(n-m)!}{(n+m)!} \right]^2 \\ &\quad \times \int P_n^m(\xi') P_n^m(\eta') \\ &\quad \times \left(\frac{\cos m\phi'}{\sin m\phi'} \right) \rho dv', \quad (1 \leq m \leq n) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

および

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{a_n^0}{b_n^0} \right) &= \frac{2n+1}{4\pi c} \int Q_n^0(\xi') P_n^0(\eta') \left(\frac{1}{0} \right) \rho dv' \\ \left(\frac{a_n^m}{b_n^m} \right) &= \frac{2n+1}{2\pi c} (-1)^m \left[\frac{(n-m)!}{(n+m)!} \right]^2 \\ &\quad \times \int Q_n^m(\xi') P_n^m(\eta') \\ &\quad \times \left(\frac{\cos m\phi'}{\sin m\phi'} \right) \rho dv', \quad (1 \leq m \leq n) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

が得られる。ただし、この場合境界面についての積分のときは、 ρ を ω 、 dv' を ds' と解釈する。

(9)式と(10)式の比をとると、

$$\frac{\left(\frac{a_n^m}{b_n^m} \right)}{\left(\frac{A_n^m}{B_n^m} \right)} = \frac{\int Q_n^m(\xi') P_n^m(\eta') \left(\frac{\cos m\phi'}{\sin m\phi'} \right) \rho dv'}{\int P_n^m(\xi') P_n^m(\eta') \left(\frac{\cos m\phi'}{\sin m\phi'} \right) \rho dv'} \dots\dots\dots (11)$$

となる。すなわち、(11)式により内外部磁位が関係づけられる。

3. 等価磁荷分布による磁界のモデル化

もし磁荷 ρ が、 $\xi=\xi'$ 上にのみ存在し、そこで1重層の面分布を形成しているならば、(11)式は

$$\frac{a_n^m}{A_n^m} = \frac{b_n^m}{B_n^m} = \frac{Q_n^m(\xi')}{P_n^m(\xi')} \dots\dots\dots (12)$$

となる。つまり、内外部磁位の対応する展開係数比は、 n および m の値に従って一定値をとる。換言すると、 ξ' がわかっていれば、(12)式が確定するため、外部磁位から内部磁位の、また内部磁位から外部磁位の一意決定が可能である。

一般にはこのようなことは極めてまれであるため、内外部磁位の N 次までの展開係数 $a_n^m, b_n^m, A_n^m, B_n^m$

($n=1, 2, \dots, N; m=0, 1, \dots, n$)に基づき

$$\begin{pmatrix} A_n^m \\ B_n^m \end{pmatrix} = \frac{P_n^m(\xi)}{Q_n^m(\xi)} \begin{pmatrix} a_n^m \\ b_n^m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta A_n^m \\ \Delta B_n^m \end{pmatrix} \dots\dots\dots (13)$$

なる式を定義する。(13)式の右辺第2項は、 N 次まで考慮したときの内部磁界から外部磁界を推定する場合の誤差に対応し、 ξ の値によってそれぞれに変化する。そこで、 ξ_i と ξ_e との間に複数個の ξ を仮定し、 $\Delta A_n^m, \Delta B_n^m$ がなるべく小さくなるよう ξ を決定する方法が考えられる。しかし、高次の係数は、経時変動を起こしやすい局部磁化に関係するため、物体の磁化状態により変わりやすい。この結果、推定誤差を小さくしようとして N を大きく選ぶと、 ξ の決定値が物体の磁化の変動につれ大きく変化し、推定誤差がかえって大きくなる可能性が生ずる。

ここでは、 ξ の決定値の安定化を図るため、 $N=1$ として、 $\xi=\xi_0$ に $n=1, m=0$ に対応する長軸双極磁荷を、また $\xi=\xi_1$ に $n=1, m=1$ に対応する短軸双極磁荷を分布させることとし⁽¹⁾、 ξ_0 は ΔA_1^0 を零とするように、また ξ_1 は ΔA_1^1 または ΔB_1^1 のいずれか優勢なほうを零にするよう決定する。このように ξ_0 および ξ_1 を決定すれば、一次成分については、(13)式の第2項は第1項に比べ無視でき、外部磁界推定の誤差は二次以上の展開係数を無視することにより生ずる。外部においては高次磁界ほど距離による減衰が大きいため、このように等価回転だ円面を定めることにより、内部磁界から遠くの外部磁界を推定するほど、その精度を高めることができる。なお、厚みを有する中空物体では、反磁界の現れ方が長短軸方向によって異なるため、 ξ_0 と ξ_1 は一般に異なる。当然のことながら、物体の厚みが減少して $\xi \rightarrow \xi'$ となれば、 ξ_0 も ξ_1 も ξ' に一致する。幾つかの代表的磁気状態について ξ_0 および ξ_1 を求めておけば、これらの安定度を評価できる。

なお、図1の長軸上に何らかの磁化物体が存在している場合には、 $\xi \rightarrow 1$ 、すなわち内接回転だ円面が長軸に限りなく近いと考えればよい。なぜならば、当該物体の長軸上の磁化は、長軸を除く部分のそれに比べ無視できるからである。このため、長軸上での空間磁界は(4)式および(2)式に基づき表すことができる。この場合、物体の存在する範囲では磁界測定を行えなく、この範囲の磁界を無視せざるをえないので、内部磁位の展開係数の正確さが損なわれる。

4. 磁界モデルの構成例

図2に示すよう、厚さ3mmの鋼板を溶接して製作

した全長 $L=1.52$ m, 幅 0.20 m, 高さ 0.15 m の 1 重箱体を対象物体とした。これを非磁性実験室内に、地磁気子午線と平行に、水平に置き、その長軸上 $-0.4L \leq x \leq 0.4L$, およびその下方 0.38 m の平行線上 $-0.7L \leq x \leq 0.7L$ の磁束密度 3 成分を、フラックスゲート型磁力計 (島津製作所製特注品) を用いて測定した。これらの測定値から同実験室内の地磁気 (鉛直分力 $B_{0z}=34.5 \mu\text{T}$, 水平分力 $B_{0x}=30.6 \mu\text{T}$) を差し引いた箱体磁化による磁束密度を、図 3 および図 4 に示す。

回転だ円体座標系の両焦点を長軸の両端に置き ($c=0.76$ m), $N=1$ として, (3), (4) 式を (2) 式に代入した式で図 3 および図 4 の測定値を最小二乗近似した。この結果得られた内外部磁位の展開係数の値を表 1 に示し, 磁束密度近似値を図 3 および図 4 に示す。表 1 に基づき, (13) 式で ξ を変えたときの, $\Delta A_1^0, \Delta A_1^1$ および ΔB_1^1 の変化を図 5 に示す。同図か

図 2 鋼製箱体 V , 等価回転だ円面 ξ_0, ξ_1 ならびに内部および外部磁界測定線 L_i, L_e
Fig. 2. A steel box V , the equivalent spheroids ξ_0, ξ_1 , and the respective lines for magnetic field measurements inside and outside V, L_i and L_e .

図 3 鋼製箱体 V の磁化による内部磁束密度 B の測定値および近似値 ($N=1$)

Fig. 3. Magnetic flux density B due to the magnetization of V measured along L_i in comparison with the approximation ($N=1$).

ら,

$$\xi_0 = 1.037$$

$$\xi_1 = 1.0065$$

とすると, 誤差の一次成分はほぼ零となることが認め

図 4 鋼製箱体 V の磁化による外部磁束密度 B の測定値および近似値 ($N=1$)

Fig. 4. Magnetic flux density B due to the magnetization of V measured along L_e in comparison with the approximation ($N=1$).

表 1 鋼製箱体磁化による磁位の回転だ円体関数係数測定値 (単位は A)

Table 1. Measured spheroidal harmonic coefficients of the potential due to the magnetization of V in A.

	外 部	内 部
A_1^0	-5.01	a_1^0 -5.2
A_1^1	-0.28	a_1^1 20.8
B_1^1	0.00	b_1^1 0.2

図 5 鋼製箱体 V の磁化による磁位展開係数 $\Delta A_1^0, \Delta A_1^1, \Delta B_1^1$ と ξ との関係

Fig. 5. Relation between the coefficients $\Delta A_1^0, \Delta A_1^1, \Delta B_1^1$ and ξ on V .

られる。また、これらの値を用いると、内部磁界から外部磁界を推定するときの標準誤差は、図4から、外部磁界最大波高値の9%となることがわかる。

なお、 ξ_0, ξ_1 が磁化状態の変化によってどの程度変わるかを調べるために、箱体の向きを水平面内で 180° 回転し、前と同様な測定を行ったところ、

$$\xi_0 = 1.038$$

$$\xi_1 = 1.0070$$

となった。この差は、非常に小さいとみなしうる。いずれの向きにおいても、 ξ_0, ξ_1 は ξ_i と ξ_e の間に存在し、このモデルの適用範囲内であったことがわかる。

5. 結 論

磁性中空物体の内外部磁界をモデル化するため、磁荷の1重層分布を2枚の共焦点回転だ円面上に構成する方法を示した。すなわち、長軸および短軸双極に対応する磁荷をこれらの面上に分布させるとき、該物体の内部および外部磁界を回転だ円体関数を用いて表すときの一次磁界各成分を満足するよう各回転だ円面を決定する。幾つかの代表的磁化状態に基づきこれら回転だ円面を決定しておく、以後はこれらに基づき、内部磁界の測定値から外部磁界の推定が可能となる。この推定は、物体の形が回転だ円面に近いほど、また物体から遠いほど正確である。

(平成3年4月4日受付)

文 献

- (1) 森：「代用磁荷による磁性構造物の磁化評価法」，電学論A, 98, 475 (昭53-9)
- (2) D. A. Nixon & F. E. Baker: "Using prolate spheroidal magnetization distributions for magnetic modeling", *J. Appl. Phys.*, 52, 539 (1981)
- (3) 清野：電気磁気学I, p.132 (昭37) オーム社
- (4) J. A. Stratton: *Electromagnetic Theory*, p. 228 (1941) McGraw-Hill

森 恵 一 (正員)

昭和8年3月生。30年3月金沢大学工学部電気工学科卒業。30年4月防衛庁入庁。海上幕僚監部，技術研究本部勤務を経て，53年3月防衛大学校勤務。

現在，同校教授，応用物理学教室所属，応用電子工学，応用電磁気担当。工学博士。

柳 沢 齊 昭 (非会員)

昭和41年3月東北大学工学部原子力工学科卒業。42年4月防衛庁入庁。現在，同庁技術研究本部第5研究所勤務。

木 村 利 治 (非会員)

昭和49年3月立命館大学理工学部電気工学科卒業。51年3月防衛庁入庁。現在，同庁技術研究本部第5研究所勤務。

十 時 真 智 子 (非会員)

昭和56年3月東北大学工学部金属工学科卒業。57年3月防衛庁入庁。現在，同庁技術研究本部第5研究所勤務。