層状誘電体配置における影像電荷決定のためのアルゴリズム

正員 岸 本 恭 隆 (北見工大)
正員 吉 田 公 策 (北見工大)
正員 田 頭 博 昭 (北海道工大)

An Algorithm on Determination of Image Charges for Configuration of Dielectric Layers

Yasutaka Kishimoto, Member, Kosaku Yoshida, Member (Kitami Institute of Technology),
Hiroaki Tagashira, Member (Hokkaido Institute of Technology)

キーワード：影像電荷，電界計算，複合誘電体

1. はじめに

影像法による電界計算は，その利便性から，種々の分野で用いられている。しかし，複合誘電体のように境界面が多数存在する場合には，影像電荷の配置や電荷量の決定は極めて複雑になってくる。これに対処するための一つの方法として，格子図法 (Lattice Diagram) の利用が提案されており⁽¹⁾，原理的には複合誘電体における影像電荷が簡明に求められるようになっている。しかし，誘電体の層数が多い場合には格子図は煩雑になり，図的方法で影像電荷を決定するには限界が生じてくる。そこで，今回多層の複合誘電体における影像電荷を計算機上で系統的に決定するための一つのアルゴリズムを考案し，その妥当性について検証したので報告する。

2. 影像電荷の決定手法

図1のように，接地された平行平板電極間に5種類の誘電体があり，領域C内の位置 z に点電荷 q が存在する場合を例に，これに対する影像電荷の決定手法を以下に説明する。なお，表1は本手法で順次発生する影像電荷の計算手順をまとめたものである。

まず最初に，電荷 q (表1では C_1 と記す) が存在する領域Cの左側境界面 (境界面番号 $L=4,5$) における境界条件を満足させることを考え，一つの界面が存在する場合の関係式を用いて影像電荷 C_2, B_1 を決定する。すなわ

図1 層状誘電体の配置

Fig. 1. Configuration of dielectric layers.

ち，表1の ϕ および z_i を用いて $q'=\phi q$ ， $z'=2z_i-z$ のように求める。ここで， q, z は元の電荷 (この場合は C_1) の電荷量と位置であり， C_2, B_1 はそれぞれ領域Cおよび

表1 影像電荷の計算手順

Table 1. Calculation procedure for image charges.

L	Q	Q'	ϕ	z_i	A	B	C	D	E
		$C_1(real)$					1		
5	C_1	C_2	ϕ_5^-	z_5			1		
4	C_1	B_1	ϕ_4^-	z		1			
3	B_1	B_2	ϕ_3^-	z_3		1			
2	B_1	A_1	ϕ_2^-	z	1				
1	A_1	A_2	ϕ_1^-	z_1	1				
2	A_2	A_3	ϕ_2^+	z_2	1				
3	A_2	B_3	ϕ_3^+	z		1			
4	$B_2 \sim 3$	$B_4 \sim 5$	ϕ_4^+	z_4		2			
5	$B_2 \sim 3$	$C_3 \sim 4$	ϕ_5^+	z			2		
6	$C_1 \sim 4$	$C_5 \sim 8$	ϕ_6^+	z_6			4		
7	$C_1 \sim 4$	$D_1 \sim 4$	ϕ_7^+	z				4	
8	$D_1 \sim 4$	$D_5 \sim 8$	ϕ_8^+	z_8				4†	
9	$D_1 \sim 4$	$E_1 \sim 4$	ϕ_9^+	z					4
10	$E_1 \sim 4$	$E_5 \sim 8$	ϕ_{10}	z_{10}					4
9	$E_5 \sim 8$	$E_9 \sim 12$	ϕ_9^-	z_9					4
8	$E_5 \sim 8$	$D_9 \sim 12$	ϕ_8^-	z					4†
7	$D_5 \sim 12$	$D_{13} \sim 20$	ϕ_7^-	z_7					8‡
6	$D_5 \sim 12$	$C_9 \sim 16$	ϕ_6^-	z					8
5	$C_5 \sim 16$	$C_{17} \sim 28$	ϕ_5^-	z_5					12
4	$C_5 \sim 16$	$B_6 \sim 17$	ϕ_4^-	z					12
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:

$$\left\{ \begin{array}{l} Q: \text{元の電荷}, Q': Q \text{に対する影像電荷} \\ \phi, z_i: \text{電荷量と位置を求めるための係数} \\ \left\{ \begin{array}{l} \phi_1 = \phi_{10} = -1 \\ \phi_{2m+1}^- = (\epsilon_{m+1} - \epsilon_m) / (\epsilon_{m+1} + \epsilon_m) \\ \phi_{2m}^- = 2\epsilon_m / (\epsilon_{m+1} + \epsilon_m) \\ \phi_{2m}^+ = (\epsilon_m - \epsilon_{m+1}) / (\epsilon_{m+1} + \epsilon_m) \\ \phi_{2m+1}^+ = 2\epsilon_{m+1} / (\epsilon_{m+1} + \epsilon_m) \end{array} \right. \\ \text{ただし } m = 1, 2, 3, 4 \end{array} \right.$$

図 2 径方向電界 E_r と軸方向電束密度 D_z
Fig. 2. Radial electric field and axial electric flux density.

領域 B の電界計算に必要な電荷、添字はその通し番号を表す。

つぎに、前の計算で生じた電荷 B_1 に対して領域 B の左側境界面 ($L=2,3$) の境界条件を満足させることを考え、上記と同様に影像電荷 B_2, A_1 を決定する。

更に、電荷 A_1 に対する金属境界面 ($L=1$) の境界条件が満足されれば、今度は各領域の右側境界面の境界条件を満足させるために影像電荷を表 1 のように右側に向かって順次求めていく。右側金属境界面に達すると次に左側のほうに向かう。このような操作により各境界面における境界条件を満足する影像電荷が系統的に求められることになる。このとき、各段階で考慮すべき影像電荷数も表 1 に示してある。この数は、例えば表中に § 印を付けた 8 について説明すれば、右側に境界を満足させていくときに生じた影像電荷 D_{5-8} の数 4 (表中の † 印) と左側に進んだときに生じた影像電荷 D_{9-12} の数 4 (表中の ‡ 印) の和として求められる。

なお、ここでは左側境界面から境界条件を満足させる手順を説明したが、右から始めてもよく、また、実電荷が他の領域に存在する場合や誘電体表面上に存在する場合も同様に扱う。

3. 境界面上の電界分布

図 2 は本手法で得られた影像電荷を用いて計算した境界面上の電界、電束密度分布である。本手法の妥当性を確認

するため境界面に平行な電界成分 E_r と境界面に垂直な電束密度成分 D_z のみを示した。偶数番号の境界面の結果とそれに対応する奇数番号の結果がそれぞれ一致するとともに、金属境界面 ($L=1,10$) 上の E_r が零になっており、すべての面の境界条件が満足されていることがわかる。なお、図 2 の計算条件は、各誘電体の厚さが 0.2 cm、各比誘電率は左からそれぞれ 5, 3, 1, 4, 5、電荷位置は $L=5$ の境界面から右に 0.15 cm、電荷量は 1 C で、30 個の影像電荷を考えている。

4. おわりに

複数の平面境界をもつ複合誘電体中の電界計算に必要な影像電荷を系統的に求めるための一アルゴリズムを提案し、その手法が適切であることを示した。本アルゴリズムおよびその考え方は影像法による電界計算をプログラミングするうえで有用であると考えられる。

(平成 8 年 3 月 18 日受付, 同 8 年 6 月 10 日再受付)

文 献

- (1) S. Sato & W. S. Zaengl: "Effective Grounding Mesh Calculation Technique", *IEEE Trans. Power Delivery*, 3, 173-182 (1988)

岸 本 恭 隆 (正員) 1969 年 3 月 9 日生。1991 年 3 月北見工業大学電気工学科卒業。同年 4 月シャープ(株)入社。1994 年 7 月北見工業大学電気電子工学科教務職員、現在に至る。

吉 田 公 策 (正員) 1947 年 12 月 21 日生。1976 年 3 月北海道大学大学院博士課程単位取得退学。同年 4 月北見工業大学講師、1978 年 6 月同助教授、現在に至る。工学博士。主として、気中放電現象に関する研究に従事。応用物理学会会員。

田 頭 博 昭 (正員) 1933 年 1 月 13 日生。1958 年 3 月北海道大学電気工学科卒業。1961 年同大学大学院博士課程中退。同年 4 月同大学電気工学科講師、1962 年同助教授、1973 年同教授。1996 年 4 月北海道工業大学教授、現在に至る。1967 年イギリス・リバプール大学 Ph.D. 工学博士。日本物理学会、応用物理学会会員。