光ファイバ中の捩れによる偏光方向の回転

正員 尾崎 政男 (東京大)
正員 藤井 陽一 (東京大)

The Rotation of Polarization in Optical Fiber due to Twist

Masao Ozaki, Member, Yoich Fujii, Member (University of Tokyo)

キーワード: 偏光回転, 光ファイバ, 捩れ

1. はじめに

複屈折光ファイバは、Farady 効果を用いた磁界・電流センサとして使われる^{1),2)}。このセンサでは偏光角の回転から、磁界の値を求めるが、実際には、以下に述べるようなことでも偏光角の回転が起こり注意が必要である。

光ファイバ中の光の偏光状態が、ファイバ固有の複屈折或いは、外的な圧力・曲げ・捩れなどによる応力により引き起こされる複屈折により、変化することはよく知られている。更に、固有の複屈折或いは応力の影響がない場合でさえも、ファイバが曲げられていてかつその曲線が一平面内にないときには、偏光の回転が起こりうる³⁾。J.N.Ross³⁾により指摘された。また、この問題は、近年、物理学の種々の分野において注目を浴びている幾何学的位相 Berry 位相の現れとしても理解される^{4),5)}。しかしながら、従来の研究は、(1) Ross の理論の場合には、偏光が陪法線方向となす角が伝搬により変化しないことを公理として要請する必要があり、(2) Berry 位相を用いる場合には、光子に対する Schrödinger 方程式が必要であるが、導出の際に用いた方程式は正確には光子に対する方程式であることは保証されていない、という点で両者共に難点があった。そこで、我々は、より一般的に Serret-Frenet 座標系上での Maxwell 方程式から出発して光ファイバ中の偏光の問題を考察した。その結果、曲率及び捩れが十分小さいという近似が成り立つときに Ross らの結論が成立することが明らかになった。従って、一般の場合には、我々の理論に基づいて考察する必要がある。

2. 捩れのある光ファイバ中での電磁場の方程式

Serret-Frenet 座標系⁶⁾での電磁場の方程式を求める。光ファイバの中心の位置ベクトルを $\mathbf{P}(s)$ で表すと任意の位置は

$$\mathbf{r} = \mathbf{P}(s) + n\mathbf{n}(s) + b\mathbf{b}(s) \quad (1)$$

と表せるので、Serret-Frenet の公式を用いると $\mathbf{r}$ の微分は次のようになる。

$$d\mathbf{r} = n d\mathbf{n} + b d\mathbf{b} + S ds \quad (2)$$

となる。但し、

$$S = (1 - \chi n)t - \tau b n + \tau n b \quad (3)$$

である。ここで、 t 、 n 、 b は、それぞれ接線方向、主法線方向、陪法線方向の単位ベクトル、 χ は曲率、 τ は捩率である。 $(\xi^1, \xi^2, \xi^3) \equiv (n, b, s)$ と記すと、

$$\epsilon_\alpha \equiv \partial \mathbf{r} / \partial \xi^\alpha \quad (4)$$

で定義される動座標系の基本ベクトルは

$$\epsilon_1 = n, \epsilon_2 = b, \epsilon_3 = S \quad (5)$$

と表せる。電界・磁界の時間に関する変動は $\exp(i\omega t)$ であるとした上、共変計量テンソル $g_{\alpha\beta} = \epsilon_\alpha \cdot \epsilon_\beta$ から導出される反変計量テンソルを用いると、Maxwell 方程式は、

$$\epsilon^{\gamma\alpha\beta} \partial_\alpha H_\beta = i\omega \epsilon \sqrt{g} g^{\gamma\beta} E_\beta \quad (6)$$

$$\epsilon^{\gamma\alpha\beta} \partial_\alpha E_\beta = -i\omega \mu_0 \sqrt{g} g^{\gamma\beta} H_\beta \quad (7)$$

と表される⁷⁾。但し、 $g = \det(g_{\alpha\beta})$ 。計量テンソルを具体的に書くと

$$g_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\tau b \\ 0 & 1 & \tau n \\ -\tau b & \tau n & (1 - \chi n)^2 + \tau^2(n^2 + b^2) \end{bmatrix} \quad (8)$$

である。ここで τ, χ はそれぞれ τ, χ の絶対値を表す。

上式から、捩率と曲率が小さいとき、即ち $\tau n, \tau b, \chi n, \chi b \ll 1$ が成立するときには、

$$\sqrt{g} g^{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} 1 - \chi n & 0 & \tau b \\ 0 & 1 - \chi n & -\tau n \\ \tau b & -\tau n & 1 + \chi n \end{bmatrix} \quad (9)$$

と近似できる。以下の計算では、 $\tau n, \tau b, \chi n, \chi b \ll 1$ の条件を用いる。 $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \{A_n(s)\mathbf{n}(s) + A_b(s)\mathbf{b}(s)\} \exp(-i\beta s)$ の形の解を仮定すると、電界の共変成分は次のようになる。

$$E_n = A_n(s)e^{-i\beta s}, E_b = A_b(s)e^{-i\beta s}, E_s = -\tau b E_n + \tau n E_b \quad (10)$$

これらを (7) に代入して次の (11)~(13) が得られる。

$$H_n \simeq \frac{1}{i\omega\mu_0(1 - \xi n)} \left(\frac{\partial E_b}{\partial s} + \tau E_n \right) \quad (11)$$

$$H_b \simeq \frac{-1}{i\omega\mu_0(1 - \chi n)} \left(\frac{\partial E_n}{\partial s} - \tau E_b \right) \quad (12)$$

$$H_s \simeq \frac{i\tau}{\omega\mu_0} \left(b \frac{\partial E_b}{\partial s} + n \frac{\partial E_n}{\partial s} \right) \quad (13)$$

(11)~(13) と (6) より次の s に関する 2 階の微分方程式が得られる。

$$\frac{\partial^2 E_n}{\partial s^2} - \tau(2 - \chi n) \frac{\partial E_b}{\partial s} + \omega^2 \varepsilon \mu_0 (1 - 2\chi n) E_n = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial^2 E_b}{\partial s^2} + \tau(2 - \chi n) \frac{\partial E_n}{\partial s} + \omega^2 \varepsilon \mu_0 (1 - 2\chi n) E_b = 0 \quad (15)$$

A_n, A_b の s に関する 2 階以上の微分を含む項を落として、分散関係 $\varepsilon \mu_0 \omega^2 = \beta^2$ を用いると、

$$A'_b + \tau A_n - i\chi\beta n A_b = 0 \quad (16)$$

$$A'_n - \tau A_b - i\chi\beta n A_n = 0 \quad (17)$$

偏光の方向即ち電界の向きと b とのなす角を θ とすると、 $A_n = A \sin \theta(s)$, $A_b = A \cos \theta(s)$ となり、同一成分の位相変化に寄与するだけの対角成分を落とすと、

$$\Delta\theta = - \int \tau ds \quad (18)$$

が得られ、Ross の公式が再現される。即ち、Ross の公式が成立するには、曲率及び振率が十分小さく、 $\tau n, \tau b, \chi n, \chi b \ll 1$ という条件が満たされているときである。例えば、Ross の実験では、 $\tau \sim 0.03 \text{ mm}^{-1}$, $\chi \sim 0.2 \text{ mm}^{-1}$ 、Tomita と Chiao の実験では、 $\tau \sim 0.03 \text{ mm}^{-1}$, $\chi \sim 0.06 \text{ mm}^{-1}$ 、Smith の提案したファイバセンサでは、 $\tau \sim 3.3 \times 10^{-4} \text{ mm}^{-1}$, $\chi \sim 0.008 \text{ mm}^{-1}$ 、従って n, b がファイバ径程度 ($\sim 5 \mu\text{m}$) であることを考慮すれば、 $\tau n, \tau b, \chi n, \chi b < 10^{-3}$ であるので、上の条件は十分満たされる。Varnham 達⁸⁾の実験では、非常に細い径でファイバを巻いていて、 $\tau \sim 3 \text{ mm}^{-1}$, $\chi \sim 0.7 \text{ mm}^{-1}$ であり、 $\tau n, \tau b \sim 0.02$ となるので、若干の影響が出る可能性があり、(6)-(8) に基づいた精密な計算が必要となる。

3. まとめ

ファイバが曲げられていて、しかも、その曲線が一平面上にない場合には、偏光の方向は、回転することがわかる。従来の理論は、(1) Ross たちの場合には、偏光が陪法線方向となす角が伝搬により変化しないことを公理として要請する必要がある、(2) Berry 位相を用いる場合には、光子に対する Schrödinger 方程式が必要であるが、導出の際に用いた方程式は正確には光子に対する方程式であることは保証されていない。

しかるに、この論文において、Maxwell 方程式から Ross らの公式を公理を課することなしに導いた。そして、この公式の適用限界を明らかにすることができた。即ち、Ross の公式が成立するには、曲率及び振率が十分小さく、 $\tau n, \tau b, \chi n, \chi b \ll 1$ という条件が満たされているときである。例えば、Ross、Tomita と Chiao の実験では、Smith¹⁾の提案したファイバセンサでは、 $\tau n, \tau b, \chi n, \chi b < 10^{-3}$ であるので、この条件は十分満たされる。Varnham 達の実験では、非常に細い径でファイバを巻いていて、 $\tau \sim 3 \text{ mm}^{-1}$, $\chi \sim 0.7 \text{ mm}^{-1}$ であり、 $\tau n, \tau b \sim 0.02$ となるので、若干の影響が出る可能性

ある。従って、通常のファイバセンサなどの応用では、Ross の公式が成立すると考えてよいが、特別に細く巻いたりした場合には、上記の一般論に従った精密な計算が必要である。

(平成 7 年 7 月 24 日受付)

文献

- (1) A.M. Smith: "Polarization and magneto-optic properties of single-mode optical fiber", Appl. Opt., Vol. 17, pp. 52-56 (1978).
- (2) J. Lizet and S. Valette: "Reduction of temperature and vibration sensitivity of a polarimetric current sensor", Electron. Lett., Vol. 19, pp. 578-579 (1983).
- (3) J.N. Ross: "The rotation of the polarization in low birefringence monomode optical fibers due to geometric effects", Optical and Quantum Electronics, Vol. 16, pp. 455-461 (1984).
- (4) R.Y. Chiao and Y.-S. Wu: "Manifestations of Berry's topological phase for the photon", Phys. Rev. Lett., Vol. 57, pp. 933-936 (1986).
- (5) A. Tomita and R.Y. Chiao: "Observation of Berry's topological phase by use of an optical fiber", Phys. Rev. Lett., Vol. 57, pp. 937-940 (1986).
- (6) 寺澤寛一: 「自然科学者のための数学概論」, 岩波書店 (1954), 第 2 章.
- (7) C. Vassallo: "Optical Waveguide Concepts", Elsevier (1991), Chap. 5.
- (8) M.P. Varnham, R.D. Birch and D.N. Payne: "Helical-Core Circularly-Birefringent Fibers", Proc. IOOC-ECOC (Venice), pp. 135-138 (1985).

尾崎 政男

(正員) 1953 年 10 月 21 日生。1982 年 3 月東京大学大学院理学系研究科博士課程退学。1984 年東京大学生産技術研究所技官、1987 年助手、現在に至る。光工学に関する研究に従事。日本物理学会会員。

藤井 陽一

(正員) 1935 年 4 月 4 日生まれ。1964 年東京大学大学院博士課程修了。同年東京大学生産技術研究所助教授、1978 年同教授、現在に至る。応用電子工学、レーザ工学、光工学、光ファイバ、光導波路、光センサに関する研究に従事。工学博士。1970 年発明協会恩賜賞受賞。電子情報通信学会、応用物理学会、レーザー学会、IEEE、OSA 会員。