カー効果を用いた液体誘電体中の三次元電界分布の測定

学生員 武智主弘 (愛媛大学)

正員 木谷 勇 (愛媛大学)

正員 有井清益 (愛媛大学)

Measurement of Three Dimensional Electric Field Distribution in Liquid Dielectrics Using Kerr Effect.
 Kimihiro Takechi, Member, Isamu Kitani, Member, Kiyomitsu Arai, Member (Ehime University)

Measuring method of nonuniform electric field distribution in liquid dielectrics has been developed. The authors have published the reconstruction of field vector distribution in a space between two point-charge by computed tomography (CT) method. The errors in the reconstruction were rather large, more than 10% in field strength and up to 10 degrees in vector direction. The errors are decreased to 5% and 1 degrees by improved reconstruction program. Applying the method, field distribution in nitrobenzene and pure water is measured on planes which are parallel to the plane electrode in share to plane electrode.

キーワード: カー効果, C T法, 三次元電界ベクトル, ニトロベンゼン, 純水

1. はじめに

最近十年間に、液体誘電体中の電界強度測定法は急速に進歩した。電界強度の測定はカー効果を用いる方法が一般的である。初期の研究では干渉縞を観測する方法が主流であった。^{1), 2)} しかし、光強度の微小な変化を検出するために、直流に交流を重畳する方法が導入されたことをきっかけに、電気信号に変換して測定する方法が急激に成長してきた。交流重畳法は電界の測定感度を数百 V/cm にまで高めることに成功した。³⁾

さらに、測定レーザー光の進行方向に垂直な平面内にある電界ベクトルを決定することが出来るようになった。⁴⁾ すなわち、電界の大きさと、方向を決定することが可能になった。この方法は3次元電界ベクトルの測定法を生み出した。⁵⁾ 三次元電界ベクトル成分、例えば E_z, θ_x, θ_y 、を決定するために二つのビーム方向に対して、それぞれ二つの入射光の偏光面を用いた測定を行っている。さらに、結晶学的な光速度の式より、振動方向の直交する二つの直線偏光(常光線、異常光線)の位相差の式が導かれたが、これを近似式に変形すると、三次元カー効果は、二次元電界ベクトルのカー効果に帰着されることが示された。すなわち、三次元電界ベクトルのレーザー光の進行方向に垂直な面への投影ベクトル(二次元ベクトル)によって、位相差

が決定されることが見いだされた。このことは、三次元電界ベクトル分布の測定において二次元電界分布を求める手法が応用できることを示唆している。

一方、レーザー光の進行方向と垂直な方向を持つ電界ベクトル群が二次元的に配列している場合に、電界の大きさの分布を決定する方法としてC T法⁶⁾ (Computed Tomography Method)が応用された。これを一般的なベクトル群に拡張したのが本研究である。

2. 3次元カー効果とC T法による電界決定法

<2・1> 液体誘電体中のカー効果 有極性の液体に電界を印加すると、極性分子の軸方向が電気力線の方向に揃うために、その中を伝搬する偏光は軸対称の結晶中と同じ振る舞いをする。すなわち、振動面が直交する常光線と異常光線と呼ばれる二つの偏光に分かれて液体中を進行する。これら二つの偏光の伝搬速度は次式で与えられる。

$$v_1^2 = v_o^2 \dots\dots\dots (1)$$

$$v_2^2 = v_o^2 \cos^2 \alpha + v_e^2 \sin^2 \alpha \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 α は光の進行方向と電界とのなす角であり、 v_o と v_e は $\alpha = 90^\circ$ における常光線と異常光線の速度である。

電界 E が印加されている液体中を距離 L だけ伝搬すると、常光線と異常光線との位相差 δ は(3)式で表される。

$$\delta = \frac{2\pi f L}{c} (n_e - n_o) = 2\pi f L \left(\frac{1}{v_e} - \frac{1}{v_o} \right) \\ = 2\pi L K E^2 \quad \dots\dots\dots (3)$$

n_o と n_e とはそれぞれ常光線と異常光線に対する屈折率、 c は真空中の光線速度、 f は周波数、 K はカー定数である。

これらの式から三次元電界中を伝搬する二つの光線の位相差 Γ は次式で与えられる。

$$\Gamma = 2\pi f L \left(\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} \right) \\ = \frac{2\pi f L}{v_o} \left(\frac{1}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \left(\frac{n_o}{n_e} \right)^2 \sin^2 \alpha}} - 1 \right) \\ \cong \frac{2\pi f L}{v_o} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2\lambda K E^2}{n_o} \sin^2 \alpha}} - 1 \right) \\ \cong 2\pi L K E^2 \sin^2 \alpha \\ = 2\pi L K E_{y-z}^2 \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 E_{y-z} は三次元電界ベクトル E の $y-z$ 平面への投影ベクトルの大きさである。

これは三次元電界によって生じる位相差が、図1に示すように、レーザ光に垂直な面への電界の投影ベクトルによって決定されることを意味している。 $\alpha = 90^\circ$ とおくと一次元或いは二次元におけるカー効果の式(3)が得られる。

図1 電界ベクトルの各成分
Fig.1. The Components of Electric Field Vector.

〈2・2〉 C T 法 X線CTは脳内の検査に広く実用されている。これをベクトル解析に用いることを試みた。X線CTでは入出力比は物体のX線吸収係数 $K(x)$ によって定まり、位置 x のみのスカラー関数である。一方、ベクトル測定では入出力比は位置 x の関数であるが、変数は電界強度 $E(x)$ とベクトル方向 $\beta(x)$ の二つがあり、かつ $E(x)$ と $\beta(x)$ とは互いに独立な変数ではないので、従来のCT法をそのまま適用する事はできない。この問題は $E(x)$ と $\beta(x)$

の再構成を別々に行うことで解決された。すなわち、 $E(x)$ の再構成の場合には $\beta(x)$ を一定値に保ち $\beta(x)$ の再構成の場合には $E(x)$ を一定に保つという手段を導入した。さらに(4)式における最終項から明らかなように、光線に垂直なベクトル成分のみがカー効果を支配していることから、 N 個の三次元電界ベクトル配列の問題は、 N 個の二次元電界ベクトルの配列の問題に帰着される。このことは N 個の E_{y-z} の大きさと角度成分 β を再構成によって決定することにより三次元電界ベクトルが得られることを意味している。

ベクトルCT法の原理を、ベクトルが4個の場合について説明する。図2に各光学エレメントの光軸と電界ベクトルとの関係を示す。

図2 光学系の配置と各要素の光学軸ベクトルの関係

Fig.2. Location of Optical Elements and Relationship of Optical Vectors.

偏光板の透過軸、1/4波長板の f 軸（高速軸）、及び検光子の透過軸と y 軸とのなす角をそれぞれ $\phi_o = \phi_o - \delta$ 、 ϕ_o 、 $\phi_o = \phi_o + 90^\circ$ とし電界ベクトルの $y-z$ 平面への投影ベクトルと y 軸とのなす角を β とする。

図3 4セルの場合の光線の入射例
Fig.3. Incident Light Directions of 4 cells case.

図3に示すように未知の電界ベクトル E_1, E_2, E_3, E_4 が正方形の中に分布しているものとする。レーザを Ray 1 の方向に通過させる。入射レーザ光の振動面を水平軸に対して、たとえば 0° と 45° に設定して ($1/4$ 波長板の f 軸を y 軸に対して 0° と 45° に設定)、それぞれに対する出力光強度 I_0, I_{45} を測定する。この出力を生じることのできる仮想の電界成分 E_{y-z}, β を二次元電界ベクトルの測定方法⁴⁾によって求める。この仮想電界成分を $E_1(m), \beta_1(m)$ とおく。

各領域に対して初期電界分布 (初期電界) を仮定し、この電界強度から計算により求めた出力光強度 (計算値) を、実際の電界分布へ光を照射する事により得られる出力光強度 (測定値) と一致するように修正する。この修正電界分布 (仮想電界) に対し再度出力光強度を計算して、測定値との比較を行い仮想電界に修正を加える。この過程を仮想電界が収束するまで (一つ前の仮想電界と現在得られている仮想電界との差がある値以下になるまで) 繰り返し、真の電界分布を求めるのが CT 法である。そこで初期電界分布としてベクトル $E_1(i) = (E_{1x}(i), E_{1y}(i), E_{1z}(i))$, $E_2(i) = (E_{2x}(i), E_{2y}(i), E_{2z}(i))$, $E_3(i) = (E_{3x}(i), E_{3y}(i), E_{3z}(i))$, $E_4(i) = (E_{4x}(i), E_{4y}(i), E_{4z}(i))$ を各領域に与える。Ray 1 の方向に沿った出入力比を次式の計算によって求める。

$$\begin{pmatrix} I_{qf} \\ I_{qs} \end{pmatrix} = I_0 \begin{pmatrix} \cos \delta & 0 \\ 0 & -\sin \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{j\pi/2} \\ e^{j0} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (5)$$

$$\begin{pmatrix} I_{e,1}(i) \\ I_{o,1}(i) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\beta_1 - \phi_a) & \sin(\beta_1 - \phi_a) \\ -\sin(\beta_1 - \phi_a) & \cos(\beta_1 - \phi_a) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{qf} \\ I_{qs} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (6)$$

$$\begin{pmatrix} I_{e,1}(o) \\ I_{o,1}(o) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{j\tau_{e,1}} & 0 \\ 0 & e^{j\tau_{o,1}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{e,1}(i) \\ I_{o,1}(i) \end{pmatrix} \dots\dots\dots (7)$$

$$\begin{pmatrix} I_{e,2}(i) \\ I_{o,2}(i) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\beta_2 - \beta_1) & \sin(\beta_2 - \beta_1) \\ -\sin(\beta_2 - \beta_1) & \cos(\beta_2 - \beta_1) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{e,1}(o) \\ I_{o,1}(o) \end{pmatrix} \dots\dots\dots (8)$$

$$\begin{pmatrix} I_{e,2}(o) \\ I_{o,2}(o) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{j\tau_{e,2}} & 0 \\ 0 & e^{j\tau_{o,2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{e,2}(i) \\ I_{o,2}(i) \end{pmatrix} \dots\dots\dots (9)$$

$$I_{out} = (\cos(\phi_a - \beta_2) \quad \sin(\phi_a - \beta_2)) \begin{pmatrix} I_{e,2}(o) \\ I_{o,2}(o) \end{pmatrix} \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 I_{qf} と I_{qs} とは $1/4$ 波長板の f 軸と s 軸に振動面を持つ偏光の出力振幅であり、 $I(i)$ と $I(o)$ とは各領域への入出力光の振幅である。 γ は領域内での入出力光間の位相差、 β は領域での電界ベクトル成分の水平軸とのなす角度、添字 e, o はそれぞれ異常光線と常光線、添字 1, 2 は領域 1 と 2 を示す。 I_{out} は検光子通過後の光の振幅である。

(5)-(10)式によって、初期設定された電界 $E_1(i)$ と

$E_2(i)$ に対応した入出力光強度比から、 $E_1(o)$ と $\beta_1(o)$ を計算することができる。仮想電界と計算値の差は次式でえられる。

$$\Delta E_1 = E_1(m) - E_1(o) \dots\dots\dots (11)$$

$$\Delta \beta_1 = \beta_1(m) - \beta_1(o) \dots\dots\dots (12)$$

補正方法としては、角度に関しては $\Delta \beta_1/2$ を各ベクトル成分 $E_{1,y-z}, E_{2,y-z}$ の角度成分に加え、電界強度は ΔE_1 を仮想電界強度に比例配分して加える。即ち、次式に従って補正する。

$$\beta_1 = \beta_1 + \frac{\Delta \beta_1}{2}, \quad \beta_2 = \beta_2 + \frac{\Delta \beta_1}{2} \dots\dots\dots (13)$$

$$E_{1,y-z} = E_{1,y-z} + \Delta E_1 \left(\frac{E_{1,y-z}}{E_{1,y-z} + E_{2,y-z}} \right) \dots\dots\dots (14)$$

$$E_{2,y-z} = E_{2,y-z} + \Delta E_1 \left(\frac{E_{2,y-z}}{E_{1,y-z} + E_{2,y-z}} \right) \dots\dots\dots (15)$$

各式の左辺の値を新しいベクトル成分として (仮想電界成分)、領域 1, 2 のベクトルとする。この手順を Ray 2 から Ray 8 まで繰り返し第 1 回目の補正とする。誤差 $\Delta E, \Delta \beta$ があらかじめ与えておいた収束値より小さくなるまでこれを繰り返す。

N 個の領域の場合には以下の式により入出力関係を求めることができる。

$$\begin{pmatrix} I_{e,n}(i) \\ I_{o,n}(i) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\beta_n - \beta_{n-1}) & \sin(\beta_n - \beta_{n-1}) \\ -\sin(\beta_n - \beta_{n-1}) & \cos(\beta_n - \beta_{n-1}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{e,n-1}(o) \\ I_{o,n-1}(o) \end{pmatrix} \dots\dots\dots (16)$$

$$\begin{pmatrix} I_{e,n}(o) \\ I_{o,n}(o) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{j\tau_{e,n}} & 0 \\ 0 & e^{j\tau_{o,n}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{e,n}(i) \\ I_{o,n}(i) \end{pmatrix} \dots\dots\dots (17)$$

3. シミュレーションと実験による検証

CT 法を用いて既知の電界分布を再構成することにより CT 法の精度を求めるとともに、実験により CT 法による三次元電界分布の決定が可能であることを検証した。又、三次元カー効果の式(4)の妥当性の検証も行った。

<3・1> シミュレーション 図4に示すような、二つの点電荷 $+7.748 \times 10^{-8}$ (C) と -7.748×10^{-8} (C) 間の電界分布を CT 法を用いて再構成した。

計算に際して、シミュレーション領域を 20×20 の微小領域に分割し、各微小領域においては電界を均一なものと仮定した。また光は 2mm ピッチで領域に入射し、領域全体をスキャンした後入射角度を $x-y$ 平面上で x 軸に対して 30° 回転し、再度領域全体をスキャンする。入射角度の変化範囲は $0^\circ \sim 150^\circ$ とした。

両電荷間の中心からの距離が + 電荷に向かって、4, 8, 12, 16mm の位置で両電荷を結ぶ直線に垂直な平面上 ($x-y$ 平面) の電界分布を求めた。図5の (a) は B-平面上における解析的に求めた電界分布を示し、(b) は CT 法によるその再構成図を示している。図5の (a), (b) において、上側に示した図は中心 $a-b$ における平面に垂直な面へ投影

されたベクトル成分を示す（ $x-z$ 平面への投影）。下側の図は $x-y$ 平面への投影ベクトルを表している。

図4 点電荷の配置と計算を行った平面位置
Fig. 4. Two Point Charges and Calculation Planes.

図5 各平面上における電界分布
Fig. 5. Field Distributions on B Plane.

誤差は電界強度については(18)式、角度成分については(19)式を用いて算出した。

$$\Delta E = \frac{|E_0 - E_r|}{E_0} \times 100 (\%) \quad (18)$$

$$\Delta \theta = \cos^{-1} \frac{(E_0 \cdot E_r)}{|E_0| |E_r|} \text{ (Deg)} \quad (19)$$

ここで、 E_0 と E_r とは解析的に求めた電界強度とCT法により再構成した電界強度である。

B-平面上における各微小領域内の真の電界強度とCT法により再構成した電界強度との誤差分布を図6に示す。また角度成分についても同様に示した。B-平面の中心部分においては、電界強度では約5%、角度では約1度の誤差の誤差範囲におさまっている。この値は、CT法による三次元電界分布の決定が可能であることを示唆している。

周辺部において誤差が大きくなっている原因は、計算に際して電界の存在する領域を半径20mmの円内のみとしたためと考えられる。

図6 B-平面上における誤差分布
Fig. 6. Error Distribution on B-Plane.

〈3・2〉 三次元カー効果の式の検証 (4)式を実験的に確認するために、図7に示すように二枚のガラス電極を31mm間隔に保って平行平板電極を作成し、これをテフロン製の容器に入れニトロベンゼンを封入した。実験装置の概念図を図8に示す。

He-Neレーザ光はレンズ系によって直径約1mmのビームに絞られた後、偏光子、1/4波長板、電極セル、検光子を通過しレンズによってフォトダイオードに集光される。その出力はデジタルオシロスコープに記憶され、パソコンによってデータ処理される。電極には幅20msの方形波パルス電圧が印加される。

図7 ガラス電極の構成図
Fig. 7. Conducting Glass Electrodes.

図8 実験装置
Fig. 8. Schematic Diagram of Experimental Setup.

図9は平行平板電極間の電界方向とレーザ光とのなす角度 α と、これに対応する出力光強度から計算された電界強度を示す。

図9 電界強度の比較
Fig. 9. Dependence of Electric Field on the Using Equation.

印加電圧は5kVであり従って印加電界は1.6kV/cmになる。
△は(4)式を、○は(3)式を用いて求めた電界強度を示して

いる。これまでに用いられてきた(3)式による結果は、 α が 0° に近くなるに従って印加電界との誤差が大きくなることが示されている。一方、三次元カー効果より導出された(4)式による結果は α の値に関わらず、ほぼ一定の電界強度を示している。従って、一般の三次元電界ベクトルに対するカー効果に適用される位相差は(4)式で与えられる。

球-平板電極における実験結果

(a) ニトロベンゼン

直径6.35mmの球電極と一片が75mmの正方形の平板電極をテフロン製の容器内に置く。容器にはニトロベンゼンが注入されている。また、容器の相対する二つの壁に、それぞれ $50 \times 50 \times 10$ mmの光学ガラス二枚が接着されている。ニトロベンゼンは市販の試薬を減圧チッソ雰囲気下で蒸留精製したものを用いた。印加電圧パルスは幅10ms、波高値1~10kVである。まず、電極の一方から測定を行う。レーザ光を2mm間隔で水平方向に移動させ21点で測定を行う。電極を 30° 回転して同様の測定を行い合計6方向から測定する。電圧を印加すると電荷注入や、電荷の移動などによる空間電荷によるものと思われる影響が出力光強度に現れるため、一回の電圧印加後、約5分間電極を短絡して放置した。

図10 入出力光強度比
Fig. 10. Ratio Incident Light Intensity and Out-put Light Intensity.

図10に方向1における入出力光強度比と水平位置との関係の実測例を示す。図10における解析値は球-平板電極間の電界分布より計算した入出力光強度比を表しており、実験値は実測した入出力光強度比を示している。

CT法により再構成した電界分布と解析的に求めた電界分布とを図11に示す。解析的に求めた電界分布と再構成した電界分布との間にはかなりの誤差があることが判る。シミュレーションでは誤差は電界強度で5%、角度成分で1度以内であることが前節に示されているので、実測値による再構成に現れた誤差は、主として光強度の測定精度に起因していると考えられる。とくに、図10より領域の周辺部における入出力強度比の誤差が大きくなっている。

図11 解析的電界分布とCT法による再構成電界分布

Fig.11. Analytical and Reconstructed Distribution of Electric Field.

(b) 純水

水道水を浸透膜法による市販の純水装置により精製したものを試料とした。電極はステンレス製の球電極と平板電極であり、球の直径は6.35mm、平板は直径が157mmの円形の板である。これをアクリル製の容器に入れ、純水装置からの純水を満たす。容器は二枚の光学窓を持っている。純水の電気抵抗率は107Ωcmである。これに波高値10Kv幅10msの電圧パルスを加える。

図12に図10の場合と同様に入出力光強度比と位置との関係の実測例を示している。これをCT法により再構成すると図13のようになる。ニトロベンゼン以上に誤差が生じているのがわかる。この原因は、図12より入出力光強度比が解析値より20%近く大きな値となっているためと考えられるが、これは純水のカー定数はニトロベンゼンに比べ二桁小さく測定が難しいため、解析の際に使用したカー定数の値が実際の値と異なったのが原因と思われる。また、領域周辺部において値にばらつきがあるのは、ホトダイオードの光量感度が原因と考えられる。

図12 入出力光強度比

Fig.12. Ratio Incident Light Intensity and Out-put Light Intensity.

図13 解析的電界分布とCT法による再構成電界分布

Fig.13. Analytical and Reconstructed Distribution of Electric Field.

4. むすび

二次元カー効果の式を三次元電界へ適用するために(4)式を導出し、実験により(4)式の妥当性を検証することができた。この三次元カー効果の式に基づきCT法による計算シミュレーションを行い、再構成電界分布の解析値に対する誤差が電界強度では5%、角度成分においては1°以内という結果を得た。この結果はCT法が三次元電界分布の決定法として有効な方法であることを示している。

CT法による電界決定法を実験により検証した。実験においてはシミュレーションの値に比べ誤差が大きくなってしまったが、これは入出力光強度比のばらつきによるものと考えられる。

今後低光量域におけるホトダイオードの感度をあげるとともに最小二乗法等による入出力光強度比のスムージングを図ることで精度の改善がはかれるものと考えている。

(平成7年2月13日受付, 同7年9月20日再受付)

文献

- (1) M. Zahn and T. Takada: "High Voltage Electric Field and Space Charge Distribution in Highly Purified Water", J. Appl. Phys., Vol. 54, pp. 4762-4775 (1983-9)
- (2) E. F. Keiley and R. E. Hebner: "Electro-optic Measurements of The Electric Field Distribution in Transformer Oil", IEEE Trans. on Power Apparatus and Sys., Vol. PAS-102, pp. 2092-2097 (1983-7)
- (3) 前野恭・高田達雄: 「電界変調と楕円偏光を用いたカー効果による絶縁油中における直流電界分布測定」電学論A, 107, 395(昭62-8)
- (4) H. Ihori, M. Fujii, S. Nishimoto, I. Kitani and K. Arii: "Two-Dimensional Kerr Electrooptic Measurement of Nonuniform Electric Field by CT Method", J. Appl. Phys., Vol. 31, pp. 1901-1904 (1992-6)
- (5) S. Uto, Y. Nagata, K. Takechi, K. Arii: "A Theory for Three-Dimensional Measurement of Nonuniform Electric Field Using Kerr Effect", J. Appl. Phys., Vol. 33, pp. L683-L685 (1994-5)
- (6) 井堀春生・有井清益・木谷勇・西本栄: 「カー効果を用いた不平等電界の二次元測定」電気学会全国大会予稿集, vol. 3, pp82, April 1991

武智 主弘 (学生員) 昭和26年10月31生。51年3月京都大学工学部電気工学科卒業。同年4月高周波熱錬㈱入社。64年三浦工業㈱入社。平成2年㈱三浦研究所へ出向、現在に至る。主に、非接触加熱(誘導加熱等)装置の開発に従事。

木谷 勇 (正員) 昭和19年7月14日生。43年3月大阪大学工学部電気工学科卒業。同年4月三洋電気㈱入社。46年愛媛大学工学部電気工学科助手、同助教授を経て、平成3年同教授。工学博士。主として、液体、固体および複合体の高電界電導と破壊現象の研究に従事。応用物理学会会員。

有井 清益 (正員) 昭和12年9月28日生。44年3月大阪大学大学院工学研究科博士課程単位取得。同年4月大阪府立大学工業短期大学部電気工学科講師。45年9月愛媛大学工学部電気工学科講師、助教授を経て、59年4月同教授。工学博士。固体および液体誘電体の高電界電導と破壊に関する研究、電界分布の光学的測定に関する研究に従事。平成元年度電気学会四国支部長。応用物理学会会員。