多結晶MnZn, NiZnフェライトの複素透磁率についての一考察

正員 早乙女 英夫 (千葉大)

正員 榊 陽 (千葉大)

Complex Permeability of Polycrystalline MnZn and NiZn Ferrites

Hideo Saitome, Member and Yo Sakaki, Member (Chiba University)

The complex permeability of ferrites is frequency dependent. The real part of the complex permeability deteriorates in a high frequency range and the imaginary part has a peak after starting the deterioration. This paper tries to reveal that the frequency characteristics for some ferrites can be approximately derived from a first-order linear differential equation for the magnetic field intensity and magnetic flux density. The first-order differential equation is expressed by the reciprocal of the complex permeability and provides first-order magnetic and electric circuits for ferrite cores. In contrast with the commonly used series R_s - L_s circuit for the cores, obtained from $B=(\mu'-j\mu'')H$, the derived first-order electric circuit is composed of the inductance (L) and resistance connected in parallel. In this paper, it is demonstrated that the inductance L remains constant, whereas L_s decreases with the increase in frequency. In other words, the real part of the reciprocal of the complex permeability remains constant for the frequency increase. In addition, it is found that the imaginary part of the reciprocal of the complex permeability is approximately proportional to frequency.

キーワード：フェライト，複素透磁率，スヌークの限界，動的磁気損失，鉄損

1. ま え が き

著者らは、Mn-Zn系およびNi-Zn系フェライトの同材質・異寸法のトロイダル磁心に対し、MHz帯までの鉄損の実測および解析を行い、これらの比較から、従来より残留損失として位置付けられている損失が磁心内の動的磁気損失であることを明らかにした^{(1), (2)}。

一方、従来よりフェライトの損失を表現するために用いられている複素透磁率 $\hat{\mu}$ は、 $j=\sqrt{-1}$ として(本論文では、 j 以外の複素数に上ドットを付けるものとする)

$$\hat{\mu} = \mu' - j\mu'' \dots\dots\dots (1)$$

と一般に表し($\mu'' > 0$)、磁束密度 $\dot{B}$ は、磁界 $\dot{H}$ に対する時間的な位相遅れを考慮して

$$\dot{B} = \hat{\mu} \dot{H} = (\mu' - j\mu'') \dot{H} = \mu' \dot{H} - j\mu'' \dot{H} \dots\dots\dots (2)$$

となる。 μ' および μ'' は材料固有の周波数特性を示し、 μ'' が極大となる周波数近傍より μ' が周波数の増大とともに低下し始め、低周波での μ' が大きい材料は、この μ' の低下が比較的低い周波数で生じることが知られている。 μ' および μ'' の周波数特性の測定を複数の異なる組成のNi-Zn系フェライトに対して行った結果において、 μ' が低周波での1/2になる点を結んだものをSnoekの限界線と呼び、これは一般に、自然共鳴によるものとして説明がなされている^{(3)~(5)}。一方、最近、フェライトにおけるこの μ' の低下は、自然共鳴、磁壁共鳴などの磁気特性としての2次系の共振現象で

はないとの考えを示した報告⁽⁶⁾が著者ら⁽⁷⁾以外によっても行われており、この点の吟味を行う必要がある。

本論文では、いくつかのフェライト材に対し、動的磁気損失を表すために導入した動的磁気損失パラメータにより前述の μ' の低下が説明できることを示し、これは共振現象が顕著な2次系による特性とは異なることを示す。

2. 複素透磁率と動的磁気損失パラメータ

〈2・1〉複素透磁率の測定 (2)式に磁心の磁路断面積 A および磁心に施した励磁巻線の巻数 N を乗じて時間微分する(ω を励磁角周波数として $j\omega$ を乗ずる)と左辺は励磁巻線の誘起電圧 $\dot{E}$ となる。一方、磁心の磁路長を l とすると、励磁電流は $\dot{I} = \dot{H}l/N$ となり、さらにこの磁心に対して図1の L_s - R_s 直列等価回路を仮定すると、 $\dot{E} = (R_s + j\omega L_s)\dot{I}$

図1 μ' および μ'' 測定時の電気等価回路
Fig.1. Equivalent circuit for measuring μ' and μ'' .

図2 磁心No.1の複素透磁率の周波数特性

Fig.2. Frequency characteristics of the permeabilities for core No.1.

表1 フェライト磁心No.1, No.2およびNo.3の特性

Table 1. Properties of cores No.1, No.2 and No.3.

磁心	内径 [mm]	外径 [mm]	高さ [mm]	μ_r^*	$\lambda_{h0} [\Omega/m]^*$ at 1 kHz	$\lambda_f [\Omega/m]$
No. 1	5.0	10.0	2.5	3080	615	57000
No. 2	7.5	12.8	2.6	1900	240	29000
No. 3	15.0	25.0	4.5	2400	240	37000

* 励磁磁束密度の波高値 $B_m = 20$ [mT]での測定値

より,

$$L_s = \mu' N^2 A / l \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$R_s = \omega \mu'' N^2 A / l \quad \dots\dots\dots (4)$$

となる。したがって、 L_s および R_s の測定から μ' および μ'' が求まる。フェライトメーカーが提供する初透磁率 μ_i の周波数特性カタログデータは、通常、(3)式の μ' を用いている。

μ' および μ'' の周波数特性の実測例を図2に●および▲で示す。図2の●および▲は、表1に寸法および後述する媒質パラメータの値を示したMn-Zn系フェライト磁心No.1の μ' および μ'' の周波数特性実測値を示すもので、 L_s および R_s の測定にはインピーダンス/ゲイン・フェーズアナライザ (HP製4194A)を用いた。

<2・2> 磁気損失を表す磁界方程式 (2)式は磁束密度 $\dot{B}$ を磁界 $\dot{H}$ と同相および $\pi/2$ 遅れた成分、すなわち $\mu' \dot{H}$ および $\mu'' \dot{H}$ に分解したものであり、別な表現をすれば $\dot{B}$ を $\dot{H}$ で展開したものである。一方、逆に $\dot{H}$ を $\dot{B}$ の同相および $\pi/2$ 進み成分で展開すると、

$$\dot{H} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \dot{B} + j \frac{\omega_0}{\lambda_{h0}} \dot{B} + j \frac{\omega}{\lambda_f} \dot{B} \quad \dots\dots\dots (5)$$

と書ける^{(1),(2)}。ここで、 μ_0 は真空中の透磁率、 μ_r は比透磁率、 $\lambda_{h0} [\Omega/m]$ はヒステリシス損失を表すためのヒステリシスパラメータ、 $\omega_0 [\text{rad/s}]$ は λ_{h0} 測定時の角周波数、 $\lambda_f [\Omega/m]$ は残留損失を動的磁気損失として説明するため

図3 B-Hループ
Fig.3. B-H loop.

に導入した動的磁気損失パラメータである。図3はB-Hループを示すもので、内側および外側のループはそれぞれ低周波および高周波でのB-Hループである。ここで、低周波とはフェライトのヒステリシス損失が鉄損に対して支配的である周波数域である。(5)式右辺の各項を図3のB-Hループを用いて以下に説明する。(5)式右辺第1項は $\dot{H}$ の $\dot{B}$ に対する同相成分であることから、 $\mu_0 \mu_r$ は、図3のB-HループにおいてBが最大となる点(このとき、 $dB/dt = 0$ で、HはBに対する同相成分のみ)と原点とを結ぶ直線の傾きを表す。したがって、 μ_r はB-Hループの傾きによって定義される比透磁率(実数)である。(この μ_r は実数であり、これは $\dot{\mu}_r = \dot{\mu}/\mu_0 = \mu_r' - j\mu_r''$ とは異なり、「3. 考察」の(1)で述べるように μ_r' とも異なる。)また、(5)式右辺第2項は $\dot{B}$ より $\pi/2$ 位相が進んだ、周波数に依存しない磁界成分を表し、右辺第1項と第2項で図3の内側のB-Hループ、すなわちヒステリシスループを表す。 λ_{h0} は、鉄損がヒステリシス損失のみとみなせる低周波(角周波数 ω_0)での複素透磁率より

$$\lambda_{h0} = \omega_0 (\mu'' + \mu'^2 / \mu'') \quad \dots\dots\dots (6)$$

によって求められる。また、 $\dot{B}$ の大きさを実効値とすると、 $(\omega_0 / \lambda_{h0}) \sqrt{2} \dot{B}$ は保磁力となる。(5)式右辺第3項は励磁周波数に比例して増加する、 $\dot{B}$ より $\pi/2$ 位相の進んだ磁界成分を示しており、この磁界成分 $(\omega / \lambda_f) \sqrt{2} \dot{B}$ と磁束密度の時間変化率 $\omega \sqrt{2} \dot{B}$ との積が励磁周波数の2乗に比例して増加する動的磁気損失密度

$$p_f = (\omega \sqrt{2} \dot{B})^2 / \lambda_f \quad [\text{W/m}^3] \quad \dots\dots\dots (7)$$

を与え、1周期当たりの動的磁気損失 $[\text{J/m}^3]$ は、図3の外側のループの面積から内側のループの面積を差し引いた部分に当たる。(5)式の媒質パラメータ値の例として、磁心No.1の μ_r 、 λ_{h0} ($\omega_0 = 2\pi \times 1000 [\text{rad/s}]$)および λ_f (周波数に無関係)の値⁽¹⁾を表1に示す。ここで、 λ_{h0} はヒステリシスループの大きさに依存するが、 μ_r および λ_f は極めて微小な励磁条件を除き、磁束密度の非飽和の範囲で大きく変動することはない^{(1),(2)}。

(5)式に磁路長 l を乗じて起磁力 $\mathcal{F}$ とすると、図4の磁気回路が導かれる。但し、 $\dot{\phi}$ は磁束($= \dot{B}A$)で、

図4 磁気損失を考慮した磁気等価回路
Fig. 4. Magnetic circuit taking account of the magnetic loss.

図5 図4から導かれる電気等価回路
Fig. 5. Equivalent circuit derived from Fig. 4.

$$R = \frac{l}{\mu_0 \mu_r A} \quad (8)$$

$$\Lambda_h = \frac{l}{\lambda_{h0}(\omega/\omega_0)A} \quad (9)$$

$$\Lambda_f = \frac{l}{\lambda_f A} \quad (10)$$

であり、 Λ_h は周波数の増加とともに減少する。図4の磁気回路は、磁心に励磁巻線(巻数 N)を施したインダクタの電気等価回路を与え、巻線抵抗を無視したときの印加電圧および巻線電流を $\dot{E}$ および $\dot{I}$ として図5の如くなる。すなわち、図4の R 、 Λ_h および Λ_f それぞれにかかる起磁力を生ずる電流 $\dot{I}$ の各成分は、図5の L 、 R_h および R_f それぞれに分流し、図4と図5の各回路要素の関係は

$$L = N^2 / R \quad (11)$$

$$R_h = N^2 / \Lambda_h \quad (12)$$

$$R_f = N^2 / \Lambda_f \quad (13)$$

となる。ここで、 R_h は周波数の増加とともに増大する。図5より、インダクタのヒステリシス損失 P_h [W]および動的磁気損失 P_f [W]は、電圧 $\dot{E}$ の大きさを実効値として、それぞれ

$$P_h = |\dot{E}|^2 / R_h \quad (14)$$

$$P_f = |\dot{E}|^2 / R_f \quad (15)$$

となる。

以上より、(2)式は図1のインダクタンス-抵抗の直列回路を与え⁽⁴⁾、一方、(5)式は図5の並列回路を導くことがわかる。

<2.3> フェーザ図による表示 (2)式と(5)式は、同じことを互いに逆数の形で表現しているもので、周波数特性をもつ μ' および μ'' は、励磁周波数に無関係な(5)式の係

図6 μ のフェーザ図
Fig. 6. Phasor diagram of μ .

図7 $1/\mu$ のフェーザ図
Fig. 7. Phasor diagram of $1/\mu$.

数 μ_0 、 μ_r 、 ω_0/λ_{h0} および λ_f により、以下の如く表すことができる。

$$\mu' = \frac{\mu_0 \mu_r \lambda^2}{\omega^2 (\mu_0 \mu_r)^2 + \lambda^2} \quad (16)$$

$$\mu'' = \frac{\omega (\mu_0 \mu_r)^2 \lambda}{\omega^2 (\mu_0 \mu_r)^2 + \lambda^2} \quad (17)$$

但し、

$$\lambda = \frac{\lambda_h \lambda_f}{\lambda_h + \lambda_f} \quad (18)$$

$$\lambda_h = \lambda_{h0} \frac{\omega}{\omega_0} \quad (19)$$

である。

表1に示した磁心No.1の μ_r 、 λ_{h0} および λ_f の値を用いて(16)および(17)式から μ' および μ'' の周波数特性を求めると図2の実線および破線の如くなり、ほぼ実測値と同様の特性となった。すなわち、 μ'' が最大となる周波数近傍からの μ' の低下を(5)式により表現できたことになる。一方、 μ'' の周波数特性に関しては、100kHz前後で実測値と計算値に大きなずれがあるものの、 μ'' の最大値付近では両者はほぼ一致している。図2の実線および破線の大きさを縦軸および横軸にとり、 $\dot{H}$ を基準フェーザとしたときの複素透磁率 $\dot{\mu}$ の周波数軌跡⁽³⁾を図6に示す。図6より、周波数の増

大とともに $\dot{\mu}$ の位相角, すなわち $\dot{B} = \dot{\mu} \dot{H}$ の位相角が開き, また, $\dot{B}$ と $\dot{\mu}$ の大きさが減少していくようすがわかる。一方, $\dot{B}$ を基準フェーズにとり, 同じ磁心に対する

$$\frac{1}{\dot{\mu}} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} + j \frac{\omega}{\lambda} \quad \dots\dots\dots (20)$$

の周波数軌跡を描いたものが図7で, $\dot{H} = (1/\dot{\mu})\dot{B}$ の大きさが周波数の増加とともに増大することがわかる。但し, $1/\dot{\mu}$ の実部は周波数によらず一定である。このことは, (8)および(11)式から, 図5のインダクタンス L は周波数に無関係に一定であることを意味する。すなわち, 磁心は高周波域においても変圧的な振る舞いをする。これは, 10MHz励磁での磁心No. 1の鉄損計測において, 励磁電圧に対して巻数比に応じたサーチコイル(2次巻線)電圧が生ずるという実験事実と一致する。

3. 考 察

(1) $\mu' (\mu_0 \mu_r')$ と $\mu_0 \mu_r$ は低周波域でほぼ一致するが, μ' は図2に示した通り周波数特性を持ち, μ_r は前述の如く一定値として扱ってよい。そこで, μ' と $\mu_0 \mu_r$ の違いについて考察する。図8(a)および(b)は, 適当な基準フェーズを設け, 磁界を $\dot{H} = H_R + jH_I$, 磁束密度を $\dot{B} = B_R + jB_I$ としたフェーズ図である。 $\mu_0 \mu_r$ は「磁束密度と, これと同相な磁界との比」として定義されており, 図8(a)より

$$\mu_0 \mu_r = |\dot{B}|/|\dot{H}'| \quad \dots\dots\dots (21)$$

となる。一方, μ' は「磁界と, これと同相な磁束密度との比の逆数」として定義されており, 図8(b)より

$$\mu' = B'/|H| \quad \dots\dots\dots (22)$$

図8 $\dot{H}$ と $\dot{B}$ のフェーズ図
Fig.8. Phasor diagram of $\dot{H}$ and $\dot{B}$.

である。図8(a)および(b)より, $\dot{H}$ と $\dot{B}$ の位相差が小さい低周波域では $\mu' \cong \mu_0 \mu_r$ (一定値)となることがわかる。また, 励磁周波数を増加させると $\dot{H}$ と $\dot{B}$ の位相差が増大するが, これは図8(a)または(b)のどちらのフェーズ図でも表現することができる。 μ_r が周波数に依らずに一定として扱ってよいという実験事実は, 励磁最大磁束密度 B_m (図3参照)一定条件において, 図8(a)の H' が周波数に依らずに一定であることを意味し, 周波数とともに増加する成分は同図の H'' のみ, すなわち, (5)式の虚数部(正確には右辺第3項)のみである。

(2) 図6の円線図より, μ'' が最大となる周波数では μ' の値は低周波時の1/2になり, この周波数を f_h とする⁽⁸⁾。また, この時 $\mu' = \mu''$ となり, この条件より f_h を求めると次式の如くなる。

$$f_h = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{\mu_0 \mu_r} - \frac{\omega_0}{\lambda_{h0}} \right) \lambda_f \quad \dots\dots\dots (23)$$

例として, 磁心No. 1の場合, $f_h = 2.3[\text{MHz}]$ である。また, (23)式は, (17)式を用いて $\partial \mu'' / \partial \omega = 0$ より求めることも

図9 磁心No. 2の複素透磁率の周波数特性
Fig.9. Frequency characteristics of the permeabilities for core No.2.

図10 磁心No. 3の複素透磁率の周波数特性
Fig.10. Frequency characteristics of the permeabilities for core No.3.

文 献

- (1) H. Saotome, Y. Sakaki: "Iron loss analysis of Mn-Zn ferrite cores", *IEEE Trans. Magn.* **33**, 728~734, (1997)
- (2) 早乙女英夫・河井武志・榊 陽: 「動的磁気損失パラメータによるフェライト磁心の鉄損評価」, 電学論A, **116**, 559~565(平8-6)
- (3) J. Smith and H. P. J. Wijn: "FERRITES", 269, Philips Research Laboratories, The Netherlands (1959)
- (4) 太田恵造: 「磁気工学の基礎Ⅱ - 磁気の応用 -」, 363, 共立出版(1973)
- (5) 近角聡信: 「強磁性体の物理(下) - 磁気特性と応用 -」, 323, 裳華房(1984)
- (6) 後藤聡志・曾我直樹・河野貴史・藤田明・高城重彰: 「Mn-Zn フェライトの透磁率の周波数特性」, 第19回日本応用磁気学会学術講演概要集, 263, (1995)
- (7) 早乙女英夫・榊 陽: 「スヌークの限界は共鳴現象によるものなのか?」, 第19回日本応用磁気学会学術講演概要集, 272, (1995)
- (8) 早乙女英夫・榊 陽: 「複素透磁率実部の周波数特性によるフェライトの鉄損推定」, 電学論A, **116**, 1027~1028(平8-11)

早乙女 英夫 (正員) 1958年12月13日生。1983年3月法政大学大学院工学研究科博士前期課程修了。同年4月富士電機(株)入社。(株)富士電機総合研究所勤務。1994年3月法政大学大学院工学研究科博士後期課程修了。同年6月千葉大学助手。1995年9月同大学助教授となり、現在に至る。主として、電磁界系逆問題、磁性材料の鉄損解析、無効電力補償制御および新しい磁気アクチュエータに関する研究に従事。博士(工学)。IEEE, 日本応用磁気学会会員。

榊 陽 (正員) 1932年3月9日生。1954年3月茨城大学工学部電気工学科卒業。新電元工業(株)ほか勤務の後、1965年3月東北大学大学院工学研究科電気及び通信工学専攻修了。東北大学助手を経て、現在、千葉大学教授。主として、磁性材料の動的磁化機構の解析と高周波電力損失発生機構の解明、高周波磁気計測、磁気応用デバイスの開発、回遊魚の磁気コンパス説の検証などに従事。工学博士。電子情報通信学会, 日本応用磁気学会, IEEE, 日本水産学会会員。

できる。(23)式より、 f_h は動的磁気損失パラメータ λ_f に比例することがわかる。また、同式右辺第2項は第1項より(例えば磁心No.1の場合約1桁)小さいので、 f_h は比透磁率 μ_r にほぼ反比例し、このことは、従来より多くのフェライトに対して定性的に知られている実験事実と一致する。

(3) 励磁周波数を増大させると、図5の R_f が ωL に対して相対的に小さくなり、 B_m 一定条件($|\dot{E}| \propto f$)では、動的磁気損失が $|\dot{E}|$ の2乗、すなわち周波数の2乗に比例して増大するので((15)式, (7)式参照)、インダクタ(または2次巻線を施した変圧器)をdutyの低いパルス用途とするか、十分な磁心の冷却が必要となる。一方、電圧 $\dot{E}$ 一定条件では、 R_f は周波数に無関係に一定であるので、(15)式の動的磁気損失 P_f は周波数によらずに一定である。

(4) 図9および図10は、表1に示したNi-Zn系フェライト磁心No.2およびNo.3についての図2と同様の測定および計算結果を示したもので、それぞれの f_h もあわせて記した。これらの場合においても(5)式に表1の μ_r , λ_{10} および λ_f を代入することにより μ' および μ'' の周波数特性が概ね表せることがわかる。

(5) 動的磁気損失が支配的となる高周波域においては(5)式右辺第2項は無視でき、 $\dot{B}$ と $\dot{H}$ の関係は定数係数の一階線形微分方程式によって表現できる。よって、(5)式より導かれた μ' および μ'' の周波数特性((16)式, (17)式)は2次系(共振形)ではなく、1次系(緩和形)のモデルである。

4. ま と め

フェライトの複素透磁率は一般に周波数特性を持ち、その虚部の最大値付近から実部の大きさが周波数の増加とともに低下する。本論文では、3種のフェライト材に対して複素透磁率の周波数特性を実測し、筆者らが提唱している動的磁気損失パラメータを用いた磁束密度に関する一階線形微分方程式により同様の周波数特性が得られることを示した。また、この微分方程式は一次の磁気回路を与え、さらにこれから抵抗・インダクタンスの並列電気回路が導かれ、このインダクタンスは周波数に依存せず一定であることを示した。これは、 $\dot{B} = (\mu' - j\mu'')\dot{H}$ は抵抗・インダクタンスの直列回路を導くが、このときのインダクタンスが周波数特性を持つことと対照的である。換言すれば、複素透磁率は周波数特性を持つが、その逆数の実部は定数であり、虚部は近似的に周波数に比例するものとして扱えることを示した。

(平成8年8月26日受付, 平成9年1月20日再受付)