ELF磁界による2媒質偏心球生体モデル内の誘導電界分布特性の解析

学生員 太良尾 浩生 (徳島大学)

正 員 林 則行 (九州大学)

正 員 伊坂 勝生 (徳島大学)

Characterization of Electric Fields Induced by ELF Magnetic Fields
in Biological Model of Eccentric Double-Layered SphereHiroo TARAO, Student Member, Noriyuki HAYASHI, Member, Katsuo ISAKA, Member
(The University of Tokushima) (Kyushu University) (The University of Tokushima)

In order to examine the detailed distribution of electric fields induced by ELF magnetic fields in the biological structures, an approximate solution for the simple eccentric double-layered sphere is proposed and a numerical calculation method based on the conventional impedance method is employed. Results obtained by the approximate solution are compared with the numerical results, and the reasonable agreement between them is obtained, confirming that the proposed approximate solution is applicable to such models. It is found that the distribution of the induced electric fields in the 3-dimensional model reflects the inhomogeneity of the electrical properties in the model. It is concluded that the significant amount of the field components both in a radial direction and in the ambient field direction cause the distributions of the induced electric field on a certain cross-section of 3-dimensional model to be different from those obtained for the geometrically equivalent model of 2-dimensional eccentric cylinders.

キーワード：2媒質偏心球生体モデル、低周波平等磁界、誘導電界、準理論式、インピーダンス法

1. まえがき

低周波磁界による生体影響に関連して、磁界と生体とのカップリング機構ならびにそれに伴う生体反応の解明について日米欧などの世界各国で研究・調査が行われている。低周波磁界と生体とのカップリングに伴う電気的現象の1つとして時間的に変動する磁束密度に伴う電界の誘導と、その結果生じる誘導電流が考えられ、国内外の研究機関でいろいろな解析手法や実験手法を用いて、低周波磁界による生体内の誘導電界・電流の定量化を目的とした研究が行われている⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾。最近では生体の臓器などの組織レベルよりもさらに微視化した細胞レベルでの誘導電界分布がいくつか報告されている⁽⁴⁾⁽⁵⁾。

実際に生体に曝露される磁界特性が複雑であったり、また生体の組織構造が複雑で、かつその詳しい電気的特性(導電率、誘電率)が十分に分かっていないこともあり、数値解析や測定における生体モデル内の誘導電界・電流の定量化は適当な仮定の下で行われる場合が多い。例えば、生体が曝露される磁界として電力設備周辺や家庭内における実際の複雑な磁界環境を想定するのではなく、それを平等磁界として取り扱っている場合がある。著者等は先に実在する高压送電線下の磁界環境を例にとり、生体モデルに実際の磁界が印加された場合とそれを平等磁界と見なした

場合におけるモデル内の誘導電界の違いを強度と位相の観点から報告し、それらの相関性を示した⁽⁶⁾。また生体各組織の導電率には大きな差がある⁽⁷⁾が、それらを均一な媒質であると仮定し、誘導電界の基礎的な分布特性を解析する場合がある⁽⁸⁾⁽⁹⁾。更に生体の誘導電界の定量化は全身モデルよりも局部モデルとして取り扱う場合が多い。例えば、人体における胸や手足などの断面のみを2次元モデルとして数値解析した結果が報告されている⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾。しかしこのような2次元モデルはその断面にある組織のうち断面以外の部分や断面近傍にある他の組織等の影響を無視している。

本論文は、複雑な生体モデルに低周波磁界を印加した場合に誘導される電界・電流の詳細な分布特性を明確にするために必要となる基礎的なデータを単純なモデルを用いて収集することを目的としている。生体モデルとして、球形の媒質の中にそれとは電気的特性の異なる別の球媒質を埋めこみ、更にそれらを偏心させた2媒質偏心球モデルを用いる。このモデルは形状の面で実際の人体やラット等との類似性はないが、このような簡単なモデルを用いることにより媒質の電気的特性の不均質性や偏心割合の変化の影響を考慮することが容易になり、基本的な誘導電界分布特性を明確にするという観点から、貴重なデータが得られると考えている。

電力設備周辺や家庭内において、日常的に経験するELF

帯の磁界強度は数十 μT 以下であることが知られており⁽⁸⁾、本論文では $1\mu\text{T}$ を用いて解析を行う。外部磁束密度と誘導電界強度は比例関係にあるため、他の強度の磁束密度に対する誘導電界強度は容易に導出できる。従って具体的には、まず上記の2媒質偏心球モデルに $1\mu\text{T}$ (60Hz)の平等磁界が印加された場合に、モデル内における誘導電界の近似的な理論式(準理論式)を提案し、その導出法を記述する。2次元の偏心円筒モデルに対しては、既にPolk氏等により準理論式が提案されている⁽¹¹⁾が、本論文で対象とするような3次元の偏心球モデルでは理論式が見当たらない。次にその準理論値と「インピーダンス法⁽¹⁰⁾⁽¹²⁾」によって得られた数値解析値との比較結果を示す。最後に上記の2媒質偏心球モデルにおける任意の断面を、2媒質偏心円筒モデルの断面である2次元モデルと仮定した場合に、その誘導電界分布と実際の3次元モデルの誘導電界分布との比較結果を示し、それらの相違を検討する。

2. 準理論式

図1は本論文で考える2媒質偏心球モデルである。図中の外部媒質(#1)の半径は b 、内部媒質(#2)の半径は a であり、両媒質の中心はY軸方向に c だけ離れている。座標の原点は内部媒質の中心である。このようなモデルに平等磁界 B_0 がZ軸方向に印加された場合に、そのモデル内における誘導電界を理論的に導出する。しかし外部媒質が内部媒質に対して偏心しているために、外部媒質と空気との境界付近における値は2.2節で説明するような近似値となる。従って本論文ではこれを「準理論値」と呼び、本章ではこの準理論式を導出する。

<2.1>基本方程式 本論文では、 $\sigma = 0.01 \sim 10\text{S/m}$ で、寸法が高々数m程度の非磁性生体物質を対象としており、

$$\left| \frac{\partial D}{\partial t} \right| / |\sigma E| = \omega \varepsilon / \sigma \ll 1 \quad \dots\dots\dots (1)$$

が成立する。従って生体内に誘導される電界や電流の解析は、電磁場方程式において変位電流の項($\partial D / \partial t$)を無視した準静的磁界系で行うことができる⁽¹³⁾⁽¹⁹⁾。つまり導電率 σ の物体が角周波数 ω で変動する外部磁束密度 B 内に存在する場合、物体内部に誘起される電界 E と電流密度 J は次式(2)~(4)で決まる。

$$\nabla \times E = -j\omega B \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\nabla \cdot J = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$J = \sigma E \quad \dots\dots\dots (4)$$

導電率 σ と誘電率 ε からなる生体組織の複素導電率 S は一般に $S = \sigma + j\omega\varepsilon$ で表されるが、本論文の範囲では変位電流に起因する $j\omega\varepsilon$ の項は無視できる。また B はベクトルポテンシャル A を用いて、

$$\nabla \times A = B \quad \dots\dots\dots (5)$$

と表すことができ、結局式(2)と(5)から誘導電界の基本方程

式は

$$E = -\nabla V - j\omega A \quad \dots\dots\dots (6)$$

となる。 V はスカラーポテンシャルである。

<2.2>一般式の導出 図1に示されたモデル内では、電荷の蓄積が生じる媒質#1と媒質#2との境界面を除けば、正味の電荷量は零と見なせる。従ってこの境界面を除く全ての点において、次式のラプラス方程式が成立する。

$$\nabla^2 V = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

この方程式の解は適当な境界条件を用いることにより一意に定めることができ、その解 V を式(6)に代入すれば誘導電界を求めることができる。図1の2媒質偏心球モデルにおいて、媒質#1内と媒質#2内の電位(それぞれ V_1 と V_2)を式(7)の極座標(r, θ, ϕ)系における解として、以下のように仮定する⁽¹⁴⁾。

$$\begin{cases} V_1 = \frac{\alpha}{r^2} \sin\theta \cos\phi + \beta r \sin\theta \cos\phi \dots\dots\dots (8) \\ V_2 = \gamma r \sin\theta \cos\phi \end{cases}$$

ここで α, β 及び γ は定数である。式(6)中の A は ϕ 成分のみ存在し、 $A_\phi = B_0 r \sin\theta / 2$ であるから、式(6)を書き直すと、

$$E = -\frac{\partial V}{\partial r} \hat{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \hat{\theta} - \left(\frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} + j\omega A_\phi \right) \hat{\phi} \quad \dots\dots\dots (9)$$

となる。ここで、 $\hat{r}, \hat{\theta}, \hat{\phi}$ はそれぞれ r, θ, ϕ 方向の単位ベクトルを表す。従って外部媒質内の誘導電界 E_1 と内部媒質内の誘導電界 E_2 は式(8)を式(9)に代入することによって、それぞれ次式(10)、(11)で表される。

$$\begin{aligned} E_1 = & \left(\frac{2\alpha}{r^3} \sin\theta \cos\phi - \beta \sin\theta \cos\phi \right) \hat{r} \\ & + \left(-\frac{\alpha}{r^3} \cos\theta \cos\phi - \beta \cos\theta \cos\phi \right) \hat{\theta} \\ & + \left(\frac{\alpha}{r^3} \sin\phi + \beta \sin\phi - j \frac{\omega B_0}{2} r \sin\theta \right) \hat{\phi} \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

図1 2媒質偏心球モデル
Fig. 1. Configuration of the eccentric double-layered sphere model.

$$E_2 = -\gamma \sin\theta \cos\phi \hat{r} - \gamma \cos\theta \cos\phi \hat{\theta} + \left(\gamma \sin\phi - j \frac{\omega B_0}{2} r \sin\theta \right) \hat{\phi} \quad \dots\dots\dots (11)$$

上式(10)、(11)に含まれる3つの定数(α 、 β 、 γ)を決めるために、次の3つの境界条件を組み込む。

(I) 電位の連続 媒質#1と媒質#2の境界上、つまり $r = a$ において、電位は連続でなければならない。つまり、

$$V_1 = V_2 \quad \dots\dots\dots (12)$$

(II) 電流密度の法線成分の連続 媒質#1と媒質#2の境界上($r = a$)において、電流密度の法線成分は連続でなければならない。この場合、図1から分かるようにその法線成分は r 成分のみだから、次式を満足する。

$$\sigma_1 \frac{\partial V_1}{\partial r} = \sigma_2 \frac{\partial V_2}{\partial r} \quad \dots\dots\dots (13)$$

(III) 空気と外部媒質の境界における電界法線成分が零 空気と外部媒質との境界において、外部媒質から流入する電流成分は存在しないので、外部媒質表面における誘導電界の法線成分 $E_1^\perp$ は零でなければならない。つまり、

$$E_1^\perp = 0 \quad \dots\dots\dots (14)$$

しかし外部媒質のすべての球面上において、この法線成分を同時に零にすることはできない。図1のモデルはXY平面とYZ平面について対称なので、Y軸とZ軸の球面上における法線成分は常に零である。従って本論文ではX軸の球面上において式(14)を満足するように係数を定める。

<2.3>準理論式の導出 以上の境界条件式(12)～(14)から、定数 α 、 β 及び γ は以下のように求まる。これらの定数の詳細な決定法は付録1を参照。

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2\sigma_1 + \sigma_2} a^3 \beta \\ &= j \frac{\omega B_0}{2} c \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2\sigma_1 + \sigma_2} a^3 \frac{1}{1 - 2 \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2\sigma_1 + \sigma_2} \left(\frac{a}{\sqrt{b^2 - c^2}} \right)^3} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\beta = j \frac{\omega B_0}{2} c \frac{1}{1 - 2 \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2\sigma_1 + \sigma_2} \left(\frac{a}{\sqrt{b^2 - c^2}} \right)^3} \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{3\sigma_1}{2\sigma_1 + \sigma_2} \beta \\ &= j \frac{\omega B_0}{2} c \frac{3\sigma_1}{2\sigma_1 + \sigma_2} \frac{1}{1 - 2 \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2\sigma_1 + \sigma_2} \left(\frac{a}{\sqrt{b^2 - c^2}} \right)^3} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (17)$$

これらの定数を式(10)と(11)に代入することによって誘導電界の近似的な理論値が与えられる。しかし3章以降で述べる数値解析値との比較を容易にするため、式(10)と(11)を以下のような直交座標系における理論式に変換しておく⁽¹⁵⁾。

$$E_{1x} = \frac{\alpha(2x^2 - y^2 - z^2)}{(x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}} - \beta + j \frac{\omega B_0}{2} y \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$E_{1y} = \frac{3\alpha xy}{(x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}} - j \frac{\omega B_0}{2} x \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$E_{1z} = \frac{3\alpha zx}{(x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}} \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$E_{2x} = -\gamma + j \frac{\omega B_0}{2} y \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$E_{2y} = -j \frac{\omega B_0}{2} x \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$E_{2z} = 0 \quad \dots\dots\dots (23)$$

<2.4>準理論式の妥当性

(I) 外部媒質と空気との境界における法線成分 2.2節の境界条件(III)で述べたように、準理論式(10)、(11)及び(18)～(23)で与えられる誘導電界は外部媒質と空気との境界において法線成分が存在する。本項では、この誘導電界の法線成分がどの程度存在するのかを検討する。

図1で示したモデルの各パラメータを次のような値に定める： $a = 2\text{cm}$ 、 $b = 6\text{cm}$ 、 $c = 2\text{cm}$ 及び $B_0 = 1\mu\text{T}$ 、 $f = 60\text{Hz}$ 。また各媒質の電気的特性を $\sigma_1 = 0.1\text{S/m}$ 及び $\sigma_2 = 0.01\text{S/m}$ とする⁽¹⁴⁾。この場合 $X \geq 0$ かつ $Z \geq 0$ 、すなわち $0 \leq \theta \leq 90\text{deg}$ かつ $-90 \leq \phi \leq 90\text{deg}$ における外部媒質の球面上の誘導電界の法線成分分布は図2のようになる。同図から法線成分の最大値は $\theta = 90\text{deg}$ 、 $\phi = -50\text{deg}$ の場所(図1と図2のP点)に現われ、約 $0.17\mu\text{V/m}$ であることが分かる。一方同じ点における誘導電界の接線成分は約 $11.5\mu\text{V/m}$ であることから、接線成分に対する法線成分の割合は1.4%程度であり、非常に小さな値であることが分かる。

上記のパラメータ(a 、 b 、 c)を変化させた場合、偏心距離 c が大きくなると法線成分の最大値は大きくなる傾向にあるが、上例の場合と同様に同じ位置の接線成分と比較すると非常に小さく、無視することができる。

(II) 準平等電流中の球媒質 導電率 σ_1 で、一様な電流 $J_1 (= \sigma_1 E_0)$ が $-X$ 方向に流れている無限に広い媒質(#1)中に、導

図2 外部媒質の球面上における誘導電界の法線成分分布
Fig. 2. Profiles of the induced electric field components perpendicular to the boundary between the outer medium and surrounding air in Fig. 1.

電率 σ_2 、半径 a の球媒質(#2) (中心は原点) が存在する場合、球内部(#2)及びその周辺(#1)の電界分布は理論的に求まり(7)(16)、次式(24)~(28)で与えられる。

$$E_{1x} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2\sigma_1 + \sigma_2} \frac{a^3(2x^2 - y^2 - z^2)}{(x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}} E_0 - E_0 \dots\dots\dots (24)$$

$$E_{1y} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2\sigma_1 + \sigma_2} \frac{3a^3xy}{(x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}} E_0 \dots\dots\dots (25)$$

$$E_{1z} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2\sigma_1 + \sigma_2} \frac{3a^3zx}{(x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}} E_0 \dots\dots\dots (26)$$

$$E_{2x} = -\frac{3\sigma_1}{2\sigma_1 + \sigma_2} E_0 \dots\dots\dots (27)$$

$$E_{2y} = E_{2z} = 0 \dots\dots\dots (28)$$

一方、図1で示したモデルの特殊な例として、外部媒質の半径 b と偏心距離 c を充分大きくした場合には、内部媒質は上述の様な電流中に置かれた状態とほぼ同等であると見なせる。すなわち式(18)~(23)で $b \gg a$ 、 $c \gg a$ と仮定し、更に式(18)~(23)の β を式(24)~(28)の E_0 と見なすと、式(18)~(23)で得られる電界分布は式(24)~(28)の結果と一致する。

以上 (I) 項及び (II) 項の結果を考慮すると、本準理論式は実用的には理論式と見なしても問題ないと考えられる。

3. 3次元モデルの計算結果

<3.1>数値解析手法 本研究では、生体モデルに低周波磁界を印加した場合にそのモデル内に誘導される電界・電流の数値解析手法としてインピーダンス法⁽¹⁰⁾⁽¹²⁾を用いている。この手法は図1のような比較的単純なモデルだけでなく、様々な形状の生体モデルに適用することができる。

<3.2>計算結果(準理論値と数値解析値)と考察 本論文で対象とする生体モデルは図1で示した2媒質偏心球モデルであり、各パラメータは2.4節と同様のものを使用した。数値解析ではモデルをX、Y、Z方向それぞれ2mmずつに、つまり総計119,009個のセルに分割した。

本節ではモデル内における誘導電界分布を準理論値と数値解析値の両者に基づいて検討する。

図3はXY平面及びZX平面において式(18)~(23)の準理論式で得られた誘導電界をベクトル図で表したものである。数値解析からも同様なプロットが得られた。このモデルでは外部媒質の導電率(σ_1)が内部媒質の導電率(σ_2)よりも大きいので、内部媒質周辺の電界は内部媒質を避けるように誘導されている。しかもそれは磁界の印加方向を軸とした円の円周方向だけでなく、半径方向(図3(a))や印加磁界方向(同図(b))の成分を持っていることが分かる。

もしモデルが単媒質球モデルである場合、モデル内の誘導電界は印加磁界方向に対して円周方向成分のみ持ち、その大きさは中心からの半径に比例する⁽¹⁷⁾。しかし、そのよ

うな単媒質モデルの中にそれとは電気的特性の異なる別の媒質が1つ存在するだけで、内部媒質周辺における誘導電界の方向と強度は全く異なったものになる。

また内部媒質内部の誘導電界はその周辺の誘導電界よりも大きくなっている。これは式(13)から分かるように、媒質の境界付近における内部・外部媒質の導電率の大小関係に依存する。本例の場合、外部媒質の導電率が内部媒質のそれよりも大きいので、内部媒質内部の誘導電界がその周辺の誘導電界よりも大きくなる傾向にある。

図4は $X = Z = 1\text{cm}$ の直線上、つまりY軸に平行で内部媒質を突き抜ける直線上における誘導電界の各成分値を示している。同図から準理論値(実線)と数値解析値(●)は境界(図中の一点鎖線及び空気との境界)付近を除いてよく一致していることが分かる。従来のインピーダンス法では媒質の異なる境界上において電流密度の法線成分の連続条件を組み込んでいないために、境界付近の値の計算精度がよくない⁽¹⁸⁾。従ってこの解析手法では境界付近の計算精度が不十分であり、新たに改良する必要がある。

図3 XY平面及びZX平面における誘導電界のベクトル図
Fig. 3. Distribution of the induced electric field on the XY and ZX planes in Fig. 1.

先に述べたように、図4(a)から内部媒質内の誘導電界がその周辺の誘導電界と比べて大きいことが明らかである。また同図(b)、(c)から、内部媒質内における誘導電界のY成分とZ成分は一定の値である(式(22)、(23)から明らか)が、外部媒質における誘導電界は内部媒質に近づくに従って急激に増加または減少するのが分かる。更に同図(c)から誘導電界のZ成分、つまり印加磁界方向にも電界成分が生じて

(a) X成分

(b) Y成分

(c) Z成分

図4 図1の $X = Z = 1\text{cm}$ の直線上における各媒質の誘導電界成分 (—: 準理論値、●: 数値解析値、---: 平等電流の場合)

Fig. 4. Profiles of the induced electric field on the line of $X=Z=1\text{cm}$ in Fig. 1.

いることが確認できる。内部媒質周辺における誘導電界の急激な変化は、電気的特性の異なる2つの媒質が同心の場合には現われないが、本モデルのように偏心している場合には現われ、偏心距離 c が大きくなるに従いその変化は顕著になる。

以上より、外部磁界による生体モデル内の基本的な誘導電界の分布特性は、対象とする生体モデルにおける媒質の電気的特性の不均質性やそれらの位置関係に大きく影響されることが分かった。

また図4中の点線は、 $-X$ 方向の一様な電流 $J_1 (= \sigma_1 E_0)$ 中に球媒質が存在する場合に式(24)~(28)で与えられる電界分布を、図4の実線及びプロットと同じ座標で示したものである。すなわち図4を見れば、一様な電流内に1個の球媒質が存在する場合の電界分布特性と、外部磁界によって誘導される不平等な電流内に内部媒質が存在する場合の内部媒質内及びその周辺の電界分布特性を比較できる。なお E_0 には式(16)の β の値を用いた。この比較結果から、実モデルにおける誘導電界のX成分とY成分(それぞれ図4(a)と(b)の実線)は式(6)の右辺第二項の成分、すなわち $\omega B_0 y/2$ 及び $\omega B_0 x/2$ の影響によって平等電流の場合(同図の点線)と大きく異なることが分かる。またZ成分(図4(c))について見ると、両者は一致しており、更にその値は $Y=0$ について対称であることが分かる。すなわち図4の $Y=\pm 0.014\text{m}$ の各位置(図4における媒質の境界、一点鎖線)では電界各成分の合成値は大きく異なるが、Z成分のみは同じ値である。

従って、2媒質偏心球モデルのZ方向に外部磁界を印加した場合の誘導電界のX成分及びY成分は、上記のような平等電流内に球媒質が存在する場合の電界分布と大きく異なる。しかし両者の場合における電界のZ成分は式(20)、(26)から分かるように同じ位置ではいつも同じ値である。これらの現象はX成分とY成分のみを持つ、印加磁界による等価な外部起電力の項(式(6)の右辺第二項、 ωA)に起因すると考えられる。

4. 3次元モデルと2次元モデルの比較

本章では、これまで一般的に用いられてきた2次元モデルを仮定した準理論的な解析値を、3次元モデルで得られたより正確と考えられる準理論値と比較・検討し、2次元モデルの適用性や、3次元モデルを用いた場合との相違点を明らかにする。すなわち、3次元モデル(図5(b))における Z —一定の断面(図5(b)の影の部分)を、それと同じ断面を持ち、 Z 方向に無限に長い2次元偏心円筒モデル(図5(a))と見なした場合に、誘導電界分布が実際の3次元モデルの場合とどのように異なるかを検討する。

<4.1> 2次元モデル 無限長の円筒モデル(2次元モデル)における特徴は、軸方向(Z 方向)に磁界を印加した場合に軸方向成分の誘導電界が生じないことである。またこのような2次元モデルにおける誘導電界の値は、2章と同様な方法で得られた準理論式⁽¹¹⁾とインピーダンス法による数

値解析との両方から求めることができ、両者の値はほぼ一致している⁽¹⁸⁾。ここでは準理論値を用いる。

<4.2>計算結果の比較・検討 図6(a)は、図5(b)のY軸上における誘導電界分布と、XY平面を2次元モデルと考えた場合の誘導電界分布の比較を示したものである。また図6(b)～(d)はそれぞれ $Z=1$ 、2及び3cmの平面（図5(b)の影の部分）に対して、図5中の直線L上における3次元と2次元モデルの誘導電界分布の比較を示したものである。図6では全てYZ平面における誘導電界に注目しているが、この平面上では誘導電界のX成分のみが生じ、他の成分は現れないので比較が容易である。

図6(a)、(b)では、内部媒質(#2)内部とその周辺で2次元モデルの誘導電界の絶対値が3次元モデルの場合よりも大きくなっている。同図(a)の場合これらの差は最大で約 $2\mu\text{V/m}$ であり、誘導電界の絶対値の最大が約 $12\mu\text{V/m}$ であることを考慮すると、3次元モデルと2次元モデルの誘導電界分布の傾向は似ているが、それらの値は大きく異なっていることが分かる。

また図6(c)と(d)の場合（それぞれ $Z=2\text{cm}$ と $Z=3\text{cm}$ ）、対象とする Z =一定の平面は内部媒質を含まない均質な媒質となる。この場合2次元モデルの誘導電界は円の中心から半径に比例して大きくなるが、同図(c)から分かるように $Y=0$ 付近で3次元モデルにおける誘導電界の絶対値は2次元モデルにおけるそれよりも大きくなっている。同図(d)の場合も、同様な傾向が読み取れる。

内部媒質を含む $Z=0$ 及び 1cm の平面の場合と、それを含まない $Z=2$ 及び 3cm の平面の場合を比較すると、前者の場合に誘導電界の絶対値は3次元モデルよりも2次元モデルの方が大きく、後者ではその逆になっている。この理由として、前章で述べたように内部媒質周辺で誘導電界のZ成分が生

図5 3次元モデルの断面（影の部分）と幾何学的に等価な2次元モデル

Fig. 5. Schematic of the equivalent 2-dimensional cylinder to the cross-section of the 3-dimensional sphere system.

図6 3次元モデルと2次元モデルにおける誘導電界(E_x)の比較($X=0$)

Fig. 6. Comparison of the induced electric fields between the 2- and 3-dimensional models.

じるが、3次元モデルの $Z=1\text{cm}$ の場合、内部媒質周辺で生じた誘導電界のZ成分によって法線成分が減少したため（式(13)、図3(b)参照）、内部媒質内の誘導電界は2次元モデルの場合よりも小さくなったと考えられる。また $Z \geq 2\text{cm}$ の場合では、内部媒質を避けるように生じる誘導電界成分によってX成分が加算されるため（図3(b)参照）、3次元モデルにおける誘導電界の絶対値が大きくなったと考えられる。

更に誘導電界がX成分のみを持つ上記の直線L上以外の位置における電界に注目する。例えば図4で参照したXY平面と平行で、 $X=Z=1\text{cm}$ の直線を含む断面を2次元モデルと考えた場合、その直線上における2次元・3次元モデルの誘導電界のX成分は図6(b)と同様な傾向を示した。またY成分については図7に示したように内部媒質内では2次元・3次元モデル共に一定な値で一致しているが、その周辺では2次元モデルの場合が3次元モデルの場合よりも大きく変化している。2次元モデルにおける誘導電界のZ成分は生じない。つまり2次元モデルと3次元モデルにおける誘導電界の違いは、X成分は内部媒質内で、またY成分とZ成分はその周辺で顕著に現われている。

このように3次元モデルの断面を2次元モデルと考えた場合、誘導電界分布は両モデルで異なり、その相違の傾向や強度は対象としている断面に依存することが分かった。これは3次元モデルの場合に現われる誘導電界の印加磁界

方向成分に起因するものであり、これによって誘導電界の円周方向及び半径方向の成分に影響を及ぼす。本モデルにおける誘導電界の印加磁界方向成分は原点を中心とした半径3cm程度の球内の範囲（内部媒質半径の1.5倍）まで影響していることが分かった。

図7 3次元モデル（図4(b)のY成分）と2次元モデルにおける誘導電界(E_y)の比較

Fig. 7. Comparison of the induced electric fields between the 2- and 3-dimensional models.

5. まとめ

本論文では、3次元の2媒質生体モデルとして球媒質（外部媒質）の中にそれとは電気的特性の異なる別の球媒質（内部媒質）を埋め込んだ2媒質偏心球モデルに低周波平等磁界を印加した場合に、そのモデル内における誘導電界分布を準理論的及び数値的に解析した結果を述べた。まず本論文で提案した準理論式の妥当性を検討し、本論文で用いた2媒質偏心球モデルに対して十分な精度で適用できることを示した。またモデル内の誘導電界は印加磁界方向にも生じ、その成分は本モデルのZX平面について対称な値であった。すなわちZX平面について対称な2つの位置における誘導電界の合成値は大きく異なっているが、印加磁界方向の誘導電界成分は同じであることが分かった。

更に3次元生体モデルの適当な断面を2次元モデルと見なして誘導電界を定量化した場合には、両モデルの誘導電界分布は同じような傾向を示すが、強度はお互いに大きく異なることが分かった。このような相違は、印加磁界に対して垂直な平面内で外部媒質の円周方向のみに生じるだけでなく、内部媒質を避けるように半径方向や印加磁界方向にも生じる誘導電界成分に起因することを示した。

後者の結果は、複雑な生体を複数の層に分割し、各層を2次元にモデル化したモデルで解析した結果が、分割層によって強度や分布が実際の値と比べて著しく異なる可能性があることを示唆している。

本研究の一部は文部省科学研究費基盤研究(C)の援助を

頂いた。記して謝意を表する。

(平成 9年6月23日受付、平成 9年11月28日再受付)

文 献

- (1) W. Xi, M. A. Stuchly and O. P. Gandhi: "Induced Electric Currents in Models of Man and Rodents from 60 Hz Magnetic Fields", *IEEE Trans on Biomedical Engineering*, Vol. 41, No. 11, pp. 1018-1023, 1994.
- (2) D. L. Miller: "Miniature-Probe Measurements of Electric Fields and Currents Induced by a 60-Hz Magnetic Field in Rat and Human Models", *Bioelectromagnetics*, Vol. 12, pp. 157-171, 1991.
- (3) 山崎健一・河本正・重光司: 「低周波磁界による生体内誘導電流分布の基礎的検討」、電学論C、Vol. 116-C、No. 2、pp. 193-199、1996.
- (4) M. A. Stuchly and W. Xi: "Modeling Induced Currents in Biological Cells Exposed to Low-Frequency Magnetic Fields", *Phys Med Biol*, Vol. 39, pp. 1319-1330, 1994.
- (5) F. X. Hart: "Cell Culture Dosimetry for Low-Frequency Magnetic Fields", *Bioelectromagnetics*, Vol. 17, pp. 48-57, 1996.
- (6) 太良尾浩生・林則行・伊坂勝生: 「磁束密度の不等性が単媒質生体モデル内の誘導電界に及ぼす影響」、電学論A、Vol. 117-A、No. 3、pp. 317-323、1997.
- (7) E. L. Carstensen: "Biological Effects of Transmission Line Fields", pp. 40-42, Elsevier, 1987.
- (8) 松本高志・林則行・伊坂勝生: 「位相差を有する低周波水平・垂直磁界内の球状人体モデル内部の誘導電流密度解析」、電学論A、Vol. 117-A、No. 3、pp. 276-282、1997.
- (9) B. R. McLeod, A. A. Pilla and M. W. Sampsel: "Electromagnetic Fields Induced by Helmholtz Aiding Coils Inside Saline-Filled Boundaries", *Bioelectromagnetics*, Vol. 4, pp. 357-370, 1983.
- (10) J. F. Deford and O. P. Gandhi: "An Impedance Method to Calculate Currents Induced in Biological Bodies Exposed to Quasi-Static Electromagnetic Fields", *IEEE Trans on Electromagnetic Compatibility*, Vol. EMC-27, No. 3, pp. 168-173, 1985.
- (11) C. Polk and J. H. Song: "Electric Fields Induced by Low Frequency Magnetic Fields in Inhomogeneous Biological Structures That are Surrounded by an Electric Insulator", *Bioelectromagnetics*, Vol. 11, pp. 235-249, 1990.
- (12) 太良尾浩生・林則行・伊坂勝生: 「インピーダンス法による低周波磁界中に置かれた生体モデル内の誘導電界解析手法」、徳島大学工学部研究報告、No. 41、pp. 69-77、1996.
- (13) M. Zahn: "Electromagnetic Field Theory: a problem solving approach", pp. 488-490, 664-667, New York, Wiley, 1979.
- (14) C. Polk: "Electric Fields and Surface Charges Induced by ELF Magnetic Fields", *Bioelectromagnetics*, Vol. 11, pp. 189-201, 1990.
- (15) 安達忠次: 「ベクトル解析」改訂版、培風館、1988.
- (16) 林則行: 「バイオ電磁工学とその応用」(監修: 大森豊明)、pp. 135-138、フジテクノシステム、1992.
- (17) T. S. Tenforde: "Biological Interactions of Extremely-Low-Frequency Electric and Magnetic Fields", *Bioelectrochemistry and Bioenergetics*, Vol. 25, pp. 1-17, 1991.
- (18) H. Tarao, N. Hayashi and K. Isaka: "Improved Impedance Method for the Calculation of Electric Fields Induced in Simple Biological Structures by ELF Magnetic Fields", *Proceedings of 10th International Symposium on High Voltage Engineering*, Montreal, Canada, Vol. 6, pp. 77-80, 1997.
- (19) 守末利弥: 「数値電磁気学のためのゲージ理論」、森北出版、1996.

1. 境界条件

(I) 電位の連続 媒質#1と媒質#2の境界上、つまり $r = a$ において電位が連続でなければならないので、式(8)と(12)より次式を得る。

$$\gamma = \beta + \alpha / a^3 \quad \cdots \cdots (A-1)$$

(II) 電流密度の法線成分の連続 媒質#1と媒質#2の境界上($r = a$)において電流密度の法線成分が連続でなければならないので、式(8)と(13)から次式を得る。

$$\alpha = \frac{a^3}{2\sigma_1} (\sigma_1 \beta - \sigma_2 \gamma) \quad \cdots \cdots (A-2)$$

(III) 空気と外部媒質の境界における電界の法線成分が零 まず最初に図1の原点から外部媒質の球面上までの距離 R を求める。同図の極座標表示と直交座標表示との関係は、

$$\begin{cases} x = r \sin \theta \cos \phi \\ y = r \sin \theta \sin \phi \\ z = r \cos \theta \end{cases} \quad \cdots \cdots (A-3)$$

である。また媒質#1の球の方程式は $x^2 + (y-c)^2 + z^2 = b^2$ だから、これに式(A-3)を代入すると R は

$$R = c \sin \theta \sin \phi + \sqrt{c^2 \sin^2 \theta \sin^2 \phi + (b^2 - c^2)} \quad \cdots \cdots (A-4)$$

となる。また媒質#1の球の方程式を次式(A-5)のスカラー関数 F と置くと、その球面上における誘導電界 E_1 の単位法線成分は式(A-6)のようになる。

$$F = R^2 - 2Rc \sin \theta \sin \phi - (b^2 - c^2) = 0 \quad \cdots \cdots (A-5)$$

$$\begin{aligned} E_1^\perp &= \frac{\nabla F}{|\nabla F|} \cdot E_1 \\ &= \frac{R^2 + b^2 - c^2}{2bR} E_{1r} - \frac{c}{b} \cos \theta \sin \phi E_{1\theta} - \frac{c}{b} \cos \phi E_{1\phi} \end{aligned} \quad \cdots \cdots (A-6)$$

ここで、上式は媒質#1のすべての球面上において法線成分を零とすることはできない。図1のモデルはXY平面とYZ平面について対象なので、Y、Z軸の球面上における法線成分は常に零である。従って本論文では式(A-6)がX軸の球面上において零になるように決める。つまり $\cos \theta = \sin \phi = 0$ 及び $R^2 = b^2 - c^2$ のとき式(A-6)から次式が得られる。

$$\beta = \frac{2\alpha}{(b^2 - c^2)^{3/2}} + j \frac{\omega B_0}{2} c \quad \cdots \cdots (A-7)$$

以上、式(A-1)、(A-2)及び(A-7)を用いることにより、定数 α 、 β 及び γ がそれぞれ式(15)~(17)で求まる。

太良尾 浩生

(学生員) 昭和46年4月14日生。平成6年3月徳島大学工学部電気電子工学科卒業。8年3月同大学大学院工学研究科博士前期課程修了。同年4月より同大学院博士後期課程に在学中。ELF磁界と生体とのカップリング現象に関する研究に従事。

林 則行

(正員) 昭和30年8月8日生。昭和55年3月九州大学大学院工学研究科修士課程修了。57年3月同総合理工学研究科博士後期課程退学。同年4月徳島大学工学部助手、60年8月同講師、平成元年12月同工業短期大学部助教授、平成5年10月同工学部助教授。平成9年7月九州大学工学部助教授、現在に至る。工学博士。電力システム周辺の電磁環境に関する研究に従事。電気設備学会、静電気学会、IEEE会員。

伊坂 勝生

(正員) 昭和19年3月3日生。昭和41年3月広島大学工学部卒業。43年3月東京大学大学院工学系研究科修士課程修了。46年3月同博士課程修了。同年4月より徳島大学工学部助手、講師、助教授を経て63年7月より教授、現在に至る。工学博士。汚損がいし、送配電線に関連した電磁環境に関する研究に従事。電気学会論文賞(昭和51年度)、電気設備学会、静電気学会、環境科学会、放電グループ、IEEE会員。