三角形表面電荷法による複合誘電場の 電界計算法に関する検討

正員 濱 田 昌 司 (京都大学)

非会員 紺 矢 雅 之 (京都大学、現在 NTT)

正員 宅 間 董 (京都大学)

Numerical Electric Field Calculation in Composite Dielectric with Triangular Surface Charge Method

Shoji Hamada, Member, Masayuki Konya, Student Member, Tadasu Takuma, Member
(Kyoto University)

We have studied the surface charge method in composite dielectric arrangements where the dielectric constant of one dielectric greatly differs from that of the other. In such cases, the numerical method may show a large relative error roughly proportional to the ratio of the dielectric constants and the calculation may fail to give reasonable results. We have applied the technique called β -method. This method simulates the field in a dielectric only with the surface charge on or near the boundary so as to avoid the cancellation caused by the superposition of the fields. The calculation accuracy of variations named β I, β II and β III have been studied for a hemispherical dielectric on an infinite grounded plane under a uniform external vertical field. The ratio of dielectric constants investigated ranges from 4 to 10^{10} . The computed results are compared with the analytical solution. The relative error of calculated fields by the conventional method (α -method) increases with the dielectric constants up to $10^{10}\%$, while β I, β II and β III methods have resulted in the error below $3 \times 10^{-4}\%$, 25 % and 18% respectively. We have also investigated a variation of the β III method which reduced the relative error to about 4%.

キーワード：電界、誘電体、数値計算、電荷重畳法、表面電荷法

1. はじめに

静電界の計算は、ラプラス方程式を対象とした最も基本的な問題であり、導体系だけからなる単一誘電体の場合は種々の数値計算法が開発され、充分確立されたレベルにある。しかし、2 種以上の誘電体からなる複合誘電体系の場合には事情が異なり、例えば、比誘電率が大きく異なる複合誘電体系の数値電界解析に、電荷重畳法や表面電荷法を適用する際に、比誘電率の大きい媒質内の電界計算精度が極度に低下することが知られている。

この精度低下の原因と定量的な評価については、河本氏ら⁽¹⁾や里氏ら⁽²⁾によって検討が行われている。文献(1)によれば、媒質境界で比誘電率が $\epsilon_s \gg 1$ の比率で異なる時に、絶対精度が Δ の計算を行うと、表面電荷法の最大相対誤差が $|\epsilon_s - 1|\Delta$ 程度の大きさになり、これが従来の表面電荷法の到達限界精度であることが明らかにされている。通常の誘電体では ϵ_s の値は高々 $10^0 \sim 10^2$ 程度、強誘電体でも $10^3 \sim 10^4$ 程度であるが、生体組織の比誘電率は 10^6 程度にもなる⁽³⁾。さらに、複素誘電率(導電率を虚

数部に含む)を導入して導電性媒質を取り扱う場合には媒質の導電率が 20 桁以上異なることもあり得る。一般三次元用の表面電荷法、電荷重畳法プログラムの計算絶対精度は多くが高々 10^{-3} 程度であること⁽²⁾や、絶対精度 10^{-11} という表面電荷法の計算例⁽²⁾もあるものの適用可能な境界形状に制限があることを考えると、 $|\epsilon_s - 1|\Delta$ という相対誤差の存在は重大な問題であるといえる。

この問題に対して、電荷重畳法では β 法と呼ばれる計算精度向上手法が考案されている⁽⁴⁾。この方法は、先の誤差の原因が桁落ちに起因することに注目し、桁落ちが生ずるような引き算を実行する必要があるないように、計算モデルを変更する方法である。すなわち、外部領域の場を記述するに際しては外部印加電界と境界内側配置電荷とを用い、内部領域の場を記述するに際しては外部印加電界は無視して境界外側配置電荷のみを用いる方法である。外部印加電界を無視することにより引き算の実行が不要となり、桁落ちが回避できる。筆者らはすでに、無限接地平面上の半球誘電体を例にとり、電荷重畳法における β 法の有効性を数値的に確認し、報告を行った⁽⁵⁾。

図1 無限接地平面上半球誘電体

Fig. 1 Dielectric hemisphere under a uniform field.

一方、表面電荷法に β 法を適用することによる計算精度向上の可能性を、無限接地平面上の半球誘電体を例にとり、電気学会の研究会において報告した⁽⁶⁾。電荷重畳法は誘電体界面の両側に仮想電荷を配置する手法であるので、 β 法への修正は、内部領域の場を記述する式から外部印加電界の項を削除するだけでよい。ところが、表面電荷法は誘電体界面に、1 種類の表面電荷を配置する手法であるので、 β 法への修正に際しては、電荷重畳法とは異なる工夫が必要である。ここで、この工夫の仕方によって、表面電荷法への β 法の適用方法として、多くのヴァリエーションが考案できる。

今回、表面電荷法への β 法の適用方法に関して検討を行い、3 種類の手法 (β I, β II, β III 法) を検討した。無限接地平面上の半球誘電体を対象として数値電界計算を実行し、解析解との比較を試みた結果を報告する。

なお、本研究においては、プログラムが簡易で高速である、一定電荷密度平面三角形電荷を用いる表面電荷法により検討を行った。この方法は、平面三角形電荷による電位電界が解析式で記述できることを利用するものであり、三角形表面上の電位電界についても特異点処理を行うことなく厳密値を計算可能である。このため、特異点処理に起因する計算誤差が発生しない。ただし、曲面を多面体で模擬するための形状模擬誤差に注意が必要である。

2. 計算対象

計算対象として無限接地平面上の半球状誘電体を取り扱う (図1)。ここで、 r は半球原点を中心として円筒座標を適用した時の動径方向座標、 z は同じく円筒座標の z 座標を意味する。この誘電体系は良く知られているように電位電界が解析的に求まり、数値電界計算精度の検討を行う際の標準的な計算対象として多用されている。ここでは、半球誘電体の比誘電率を ϵ_B 、周辺媒質の比誘電率を ϵ_A とし、その比 ϵ_B/ϵ_A を誘電率比 ϵ_s と表記する。また、 z 軸方向に一様電界 E_0 を与えた。

ϵ_s を 4, 10, 100, 10000 以下、2 桁ずつ増加させて電界計算を行った。半球半径 R を基準に、 $(r, z) =$

図2 半球の三角形分割 (125 枚)

Fig. 2 Mesh arrangement of triangular elements (125 pieces).

$(0, 0.5R), (0, 1.5R)$ の二点で、電位電界の計算結果を比較した。計算値の相対誤差は次式により算出した。

$$\text{相対誤差} [\%] = |(\text{数値解} - \text{解析解}) / \text{解析解}| \times 100$$

半球表面の三角形表面電荷への分割は、図2に示すように125枚 (5^3 枚) の三角形で表現することとし、この分割を基本とした。ただし、 x, y 座標は無限接地平面上の直交座標である。各三角形の頂点を半球上に配置したために、半球に内接する多面体で、半球を近似したことになる。なお、分割枚数が計算精度に与える影響を調べる際には、64, 125, 216, $\dots, m^3, \dots$ 枚 (m : 整数) と分割数を変化させた。

また、境界条件式を課する位置 (輪郭点) は特に断りがない限り、三角形重心位置とした。ただし、 β I 法および8章で取り扱う β III 法の修正手法においては、輪郭点を三角形重心位置以外にも配置するがその都度説明を行うこととする。

3. 従来手法 (α 法) による計算結果

従来の三角形表面電荷法をここでは α 法と呼ぶこととする。 α 法は電極 (導体) 表面の真電荷および誘電体界面の分極電荷の分布を、三角形表面電荷を用いて直接的に模擬する方法である。

α 法による電位計算結果の例として、 $\epsilon_s = 10^{10}$ の場合の、 $x-z$ 面 ($y = 0$ 面) の電位分布を図3に示す。図中、特に $z = 0.5R, 1.5R$ の位置での理論値を白丸で、計算値を黒丸で表示した。 ϵ_s が 10^{10} と大きな値であるために、理論上は誘電体半球は導体半球に近い特性を示し、誘電体球内全域で電位の理論値はほぼ零となっている。これに対して計算された電位には、外部電界の向きに $0.1E_0z$ 程度の電圧降下が生じる。

$z = 0.5R, 1.5R$ の位置での電位計算結果および相対誤差を図4に、電界計算結果および相対誤差を図5に示す。電位電界ともに、 ϵ_A 側の $z = 1.5R$ での相対誤差は ϵ_s の値に関わらず、10% 以下である。しかし、 ϵ_B 側の $z = 0.5R$

図3 α 法による電位分布の計算例 ($\epsilon_s = 10^{10}$)

Fig. 3 Calculated potential distribution by α method ($\epsilon_s = 10^{10}$).

図4 α 法の電位相対誤差

Fig. 4 Relative errors of calculated potential by α method.

での相対誤差は ϵ_s にほぼ比例して増大する。 ϵ_s の増大により、電位電界ともに解析値は零に接近するのに対して、数値解の変化は極めて緩慢であり、このため相対誤差が増大することが分かる。 ϵ_B 側の電界そのものは、 ϵ_s の増大とともに小さくなるので、 ϵ_A 側の電界ほど精度が要求されないことが多いが、相対誤差が100%（理論値の2倍）以上では、計算の意味がないことは明らかである。

また、 $z = 0.5R$ での相対誤差の増加状況は、文献(1)に示されている通り $|\epsilon_s - 1|\Delta$ に従っており、この意味において正しく計算が実行されていることが分かる。

三角形分割数が電界相対誤差に与える影響を図6に示す。分割枚数は $4^3 = 64$ 枚から $10^3 = 1000$ 枚まで変化した。分割枚数の増加により精度向上が見られるものの、分割数を10倍以上に増加させても精度の上昇は一桁に満たなかった。しかも、どの場合についても相対誤差の ϵ_s 依存性は同様である。このことから $5^3 = 125$ 枚程度の分割で計算を行っても、相対誤差改善策の検討を行うには差し支えないものと考え、以下では125枚の分割による計算結果のみを取り扱うこととした。

4. β 法の適用

図5 α 法の電界相対誤差

Fig. 5 Relative errors of calculated field by α method.

図6 三角形分割枚数に対する α 法の電界相対誤差

Fig. 6 Effect of triangle charge numbers on relative errors by α method.

4.1 電荷重畳法における β 法

最初に述べたように、電荷重畳法においては、 β 法と呼ばれる誤差改善策が知られている。この方法を本計算対象に即して α 法と比較して簡単に解説する。

電荷重畳法の α 法では誘電体内の電界 E_B を、外部印加電界 E_0 と誘電体外側に配置した仮想電荷が作る電界 E' との和で表現する。実際には、 E_0 と E' との向きが逆であるので、 E_0 と E' との差により E_B を表現することになる。解が零に接近するに連れて、差による桁落ちが発生し、 E_B は解析解と大きく相違する結果となる。

一方、 β 法では誘電体内の電界 E_B を、誘電体外側に配置した仮想電荷が作る電界 E' のみで表現する。つまり、外部印加電界 E_0 の効果も仮想電荷の効果に含めてしまうこととする。実際、誘電体内部領域が感知する外部領域の効果は、誘電体表面での境界条件のみで決定されるのであるから、このような問題（あるいは計算モデル）のすり替えは、全く任意に実行可能である。この時、 E_0 と E' との差を考える必要がなくなることから、原理的に桁落ちの発生を回避できるはずである。

4.2 表面電荷法における β 法

表面電荷法に β 法を適用するためには、第一段階として、各領域内の電界を記述するための仮想電荷を、各領域ごとに配置するように計算モデルの変更を行う必要がある。つまり、 α 法のように一重の表面電荷で、 ε_A 側と ε_B 側の両側への寄与を表現するのではなく、 ε_A 側を記述する際に使用する仮想電荷 σ_a と、 ε_B 側を記述する際に使用する仮想電荷 σ_b とを二重に配置する必要がある。

第二段階として二重化した仮想電荷をどのように扱うかに関して、以下の3種類の方法を考えた。

- (1) 二重化した仮想電荷を、誘電体境界位置から離れた仮想位置に移動させて配置する。 σ_a は領域 B 内に、 σ_b は領域 A 内に配置する。輪郭点にて電位連続式と電束密度法線方向成分連続式を立てて計算する。この方法は、三角形平面電荷を使用した電荷重畳法に他ならないが、ここでは表面電荷法の修正手法として位置付けることとした。
- (2) 二重化した仮想電荷は誘電体境界の同じ位置に配置し、まず ε_A 側の電界を通常の α 法で計算する。この際には、 σ_a を使用する。ここで計算された輪郭点位置の ε_A 側電界を用いて、電束密度法線方向成分連続式より σ_b を決定し、引き続き ε_B 側の電界を計算する。この方法は、電界計算を領域ごとに2ステップに分けて実行する方法である。
- (3) 二重化した仮想電荷を誘電体境界の同じ位置に配置し、輪郭点にて電位連続式と電束密度法線方向成分連続式を立てて計算する。(2)の方法とともに、表面の同じ位置に二重の仮想電荷を配置する方法である。

第三段階として、上記の3つの方法それぞれについて、 ε_B 側の電界を計算する際に外部電界 E_0 を無視することにより β 法を実現する。3つの方法をそれぞれ βI 法、 βII 法、 βIII 法と名付ける。

4.3 βI , βII , βIII 法の特徴

各 β 法の特徴をまとめて述べる。

βI 法は表面電荷法のプログラムを修正することで実現できるが、前節でも述べたように、理論上は電荷重畳法に分類したほうが理解が容易である。このために、電荷重畳法と同様の高い計算精度を容易に実現できる。一方で、表面電荷法 α 法と比較すると、分割状態が同じなら、未知数は2倍、係数行列は 2×2 倍の記憶容量を必要とし、計算に要する時間も増加する。三角形電荷を境界表面から離れた位置に配置するので、この位置を指定するための入力データも増加する。また電荷の配置位置の指定に、電荷重畳法と同様に経験と勘が必要である。

βII 法は、 ε_A 側の計算(1ステップ目)に従来の α 法のプログラムを適用できる。分割状態が同じなら未知数は α 法の2倍となる。2ステップの計算を必要とするが、1ステップあたりの係数行列は増加しない。よって、 βI , βIII 法と比較すると、少ない記憶容量と計算所用時間で実行可能である。この点は、複雑な形状での電界計算を多数の未知数を使用して実行する際には、非常に大きな長所となる。

表1 α 法および β 法の比較

Table 1 Comparison of α and β methods.

手法	境界形状 (—) 仮想電荷配置 (—) 輪郭点配置 (●)	境界条件式	未知数の数	係数行列 size	ステップ数	data 作成 労力	特徴
α 法		D_n 連続	1として	1として	1	α 法を基準として	従来手法
βI 法		V D_n 連続	2	4	1	仮想電荷座標の追加を要す	電荷重畳法に類する精度を有す
βII 法		D_n 連続	2	1	2	ほぼ同程度	第1ステップは α 法と同じ
βIII 法 (-a1)		V D_n 連続	2	4	1	ほぼ同程度	βIII 法のヴァリエーションは8章を参照

ただし、1ステップ目の α 法による計算誤差が、 ε_B 側の計算(2ステップ目)に影響して、誤差が大きくなる可能性がある。

βIII 法は α 法と比較して、分割状態が同じなら、未知数が2倍、係数行列は 2×2 倍となり、記憶容量が増大し、実行速度は低下する。三角形電荷の配置位置は境界表面上であるので、入力データの作成に要する労力は、 α 法と大差はない。ただし、境界条件を与える輪郭点の配置方法や、電界係数の計算方法に関して、様々な修正手法を考えることが可能であり、 βIII 法の範疇においてさらに複数の方法が考案できる。この点に関しては、8章で詳しく述べることとする。

表1に本節の内容を抜粋して示した。

5. βI 法による計算結果

すでに、4.2節で記載したように、 βI 法は電荷重畳法そのものである。よって、仮想電荷の配置位置には任意性がある。ここでは、 σ_a は誘電体半球内側の半径 $0.6R$ の同心半球上に、 σ_b は誘電体半球外側の半径 $4.5R$ の同心半球状に配置して計算を行った。各仮想電荷の三角形枚数は、それぞれ125枚づつとした。またここでは、輪郭点位置は半径 R の半球上とした。

$z = 0.5R$ (半球内部), $1.5R$ (外部) の位置での βI 法による電位計算結果および相対誤差を図7に、電界計算結果および相対誤差を図8に示す。 $z = 1.5R$ の位置での電位電界の相対誤差は、計算した ε_0 の範囲で、常に $4 \times 10^{-5}\%$

図7 βI 法の電位相対誤差

Fig. 7 Relative errors of calculated potential by βI method.

図8 βI 法の電界相対誤差

Fig. 8 Relative errors of calculated field by βI method.

以下となった。一方、 $z = 0.5R$ の位置での電位電界の相対誤差は、 ϵ_s がいくら大きくなっても常に $3 \times 10^{-4}\%$ 以下となり、 α 法の計算結果に見られた相対誤差の上昇が完全に抑制されていることが分かる。

6. βII 法による計算結果

βII 法は2ステップの計算を行う方法であり、第1ステップとして、領域 A 側の電界を σ_a を用いて通常の α 法で計算する。よって A 側の相対誤差は、3 節に示した α 法の相対誤差と同一である。第2ステップとして引き続き、 α 法で計算された輪郭点位置 ϵ_A 側電界 $E_A(i)$ を用いて、次式により σ_b を決定する。

$$\sum_{j=1}^N F_{bn}(i, j) \sigma_b(j) = \frac{E_{nA}(i)}{\epsilon_s} \quad (1)$$

ここで、 $E_{nA}(i)$ は $E_A(i)$ の三角形平面法線方向成分、 $F_{bn}(i, j)$ は j 番目の電荷 $\sigma_b(j)$ が輪郭点位置 i に作る電界法線成分を表す電界係数である。以下、領域 B 内の電界は、外部印加電界 E_0 を無視して、 σ_b のみを用いて決定される。なお、 σ_b の算出にあたって電位連続式を使用

図9 βII 法の電位相対誤差

Fig. 9 Relative errors of calculated potential by βII method.

図10 βII 法の電界相対誤差

Fig. 10 Relative errors of calculated field by βII method.

していないことから、 βII 法では輪郭点での電位の連続性は陽には保証されない。

$z = 0.5R, 1.5R$ の位置での βII 法による電位計算結果および相対誤差を図9に、電界計算結果および相対誤差を図10に示す。 $z = 1.5R$ の位置での電位電界の相対誤差は、 α 法と同一である。一方、 $z = 0.5R$ の位置での電位電界の相対誤差は、常に25%以下となり、この場合にも、 α 法の計算結果に見られた相対誤差の上昇が抑制されていることが分かる。

なお、 $\epsilon_s = 4$ の場合の $z = 0.5R$ 位置での電界相対誤差に関しては、 α 法では約7%、 βII 法では約19%と、 α 法の方が良好な結果を示している。これは、電荷重畳法でも似た結果が得られているが、2種類の誘電体の比誘電率が近い場合には、 βII 法よりも α 法の方が有利であることを意味している。

7. βIII 法による計算結果

βIII 法による電位計算結果の例として、 $\epsilon_s = 10^{10}$ の場合の $x-z$ 面 ($y=0$ 面) の電位分布を図11に示す。特に、 $z = 0.5R, 1.5R$ での理論値を白丸で、計算値を黒丸で

図 11 βIII 法による電位分布の計算例 ($\epsilon_s = 10^{10}$)Fig. 11 Calculated potential distribution by βIII method ($\epsilon_s = 10^{10}$).

図 12 βIII 法の電位相対誤差

Fig. 12 Relative errors of calculated potential by βIII method.

表示した。図 3 の α 法による結果と比較すると、黒丸と白丸とが接近しており、誘電体半球の内部外部ともに計算結果が改善されていることが分かる。

$z = 0.5R, 1.5R$ の位置での βIII 法による電位計算結果および相対誤差を図 12 に、電界計算結果および相対誤差を図 13 に示す。 $z = 1.5R$ の位置での電位電界の相対誤差は、計算した ϵ_s の範囲で、常に 2.5% 以下となった。この値を α 法の相対誤差と比較すると、およそ 1/4 にまで改善されている。なお、 $\epsilon_s \approx 10$ 付近で相対誤差が一旦低下しているのは、この前後で相対誤差の正負が反転しているためである。一方、 $z = 0.5R$ の位置での電位電界の相対誤差は、常に 18% 以下となり、 α 法に見られた相対誤差の上昇が抑制されていることが分かる。

8. β III 法の修正手法

本計算では一定電荷密度三角形平面電荷の解析解を用いる表面電荷法を使用した。このために、球面を多角形で模擬した際の形状誤差と、各三角形ごとに電荷密度が一定値であることによる電荷分布の表現誤差が、数値計算の絶対精度を低下させている。βIII 法は電荷を配置する位置 (表

図 13 βIII 法の電界相対誤差

Fig. 13 Relative errors of calculated field by βIII method.

図 14 βIII 法の修正手法における輪郭点 (KP 点) 配置概念図

Fig. 14 Schematic illustration of positioning "Konturpunkt

(contour-point)" for some modified βIII methods.

面形状の模擬方法) および輪郭点の配置に任意性があることから、次のようなヴァリエーションを考えて、上記の絶対誤差を低減する手法を検討した。

すなわち、輪郭点位置に関して、

- (a) 三角形重心位置に配置
- (b) 球面上 (三角形重心位置と原点とを通過する直線が球面と交わる点) に配置
- (c) ϵ_A 側の計算には球面上、 ϵ_B 側の計算には三角形重心位置に配置

の 3 種類の方法を検討した。球面位置、三角形位置、輪郭点配置の概念図を、図 14 に示す。

(a) に関しては、半球に内接する多面体で半球形状を模擬する手法が考えられ、既に 7 節で計算結果を紹介した。この方法を改めて βIII-a1 法と呼ぶ。次に、半球中心を原点として βIII-a1 法で使用した多面体を一定比率で拡大することを考える。この拡大により、三角形重心位置を半球

図 15 $z=0.5R$ での電界相対誤差のまとめ

Fig. 15 Relative errors of calculated field at $z=0.5R$.

表面位置に接近させることができる。ただし、全ての三角形重心位置を同時に半球表面上に位置させることはできないので、原点から全三角形重心位置までの距離の平均値が、半球半径と等しくなるように拡大することとした。この拡大された多面体を用いる方法を β III-a2 法と呼ぶ。

(b) の、球面上に輪郭点を配置した場合に関して、説明を容易にするために、まず各種の法線方向電界係数を整理しておく。

最初に、 i 番目の三角形が形状を模擬する本来の部分球面が、 i 番目の輪郭点 (球面上) に及ぼす効果を考える。この時、輪郭点の ε_A 側の法線方向電界係数を $F_{Atrue}(i, i)$ 、輪郭点の ε_B 側の法線方向電界係数を $F_{Btrue}(i, i)$ とする。次に、 i 番目の三角形が、 i 番目の輪郭点 (球面上) に及ぼす法線方向電界係数を $F_R(i, i)$ と表記する。 $F_R(i, i)$ は ε_A 側 ε_B 側ともに同一値である。さらに、 i 番目の三角形が、 i 番目の三角形の重心位置に及ぼす法線方向電界係数を考えると、 ε_A 側が $F_{Ag}(i, i) = 1/2\varepsilon_0$ 、 ε_B 側が $F_{Bg}(i, i) = -1/2\varepsilon_0$ である。

さて、三角形表面電荷で球面形状を模擬しているために、 $F_{Atrue}(i, i)$ 、 $F_{Btrue}(i, i)$ とともに直接には計算できない。そこで、 $F_R(i, i)$ 、 $F_{Ag}(i, i)$ 、 $F_{Bg}(i, i)$ を用いて近似値を定めることとし、以下の 3 種類の方法を試みる。

(b1) $F_{Atrue}(i, i) = F_R(i, i)$ 、 $F_{Btrue}(i, i) = F_{Bg}(i, i)$ と近似する方法 (β III-b1 法とする)

(b2) $F_{Atrue}(i, i) = F_R(i, i)$ 、 $F_{Btrue}(i, i) = F_R(i, i) + (F_{Bg}(i, i) - F_{Ag}(i, i))$ と近似する方法 (β III-b2 法とする)

(b3) $F_{Atrue}(i, i) = F_{Ag}(i, i)$ 、 $F_{Btrue}(i, i) = F_{Bg}(i, i)$ と近似する方法 (β III-b3 法とする)

なお、 i 番目の三角形は大地面に影像電荷を生じるため、輪郭点の電界係数にはこれによる間接的な寄与も存在する。しかし、この影像電荷の取り扱いが j 番目 ($i \neq j$) の三角形が i 番目の輪郭点に及ぼす電界係数 $F_R(j, i)$ と同様に、特別な取り扱いをしないのであえて説明を省略した。

(c) に関しては、 ε_A 側の計算には球面上に輪郭点をと

り $F_R(i, i)$ を $F_{Atrue}(i, i)$ の近似値として採用する。 ε_B 側の計算には三角形重心位置に輪郭点を取り、 $F_{Bg}(i, i)$ を $F_{Btrue}(i, i)$ の近似値として採用する。この方法を β III-c 法とする。

各手法により数値計算を行った結果、電界相対誤差の上限値を比較すると以下ようになった。 β III-a2 法では 18% と β III-a1 法とほぼ同じ。 β III-b1 法は 4%、 β III-b2 法は 21%、 β III-b3 法では 10% となった。また、 β III-c 法では 16% となった。よって、今回の計算対象に関しては、 β III-b1 法が最も良好な精度を示した。7 節に示した β III 法を β III-a1 法と表記し直し、各手法による $z = 0.5R$ での電界相対誤差を、図 15 にまとめて示す。

9. まとめ

表面電荷法に対して β 法を適用することで、比誘電率が著しく異なる複合誘電体系においても、実用上十分な数値計算精度を維持可能であることを示した。主な結果を以下にまとめる。

(1) 表面電荷法への β 法の適用方法として、 β I 法、 β II 法、 β III 法を考案した。

(2) 無限接地平面上の半球誘電体を計算対象とし、比誘電率 ε_s を 4 から 10^{10} まで変化させて、 α 法、 β I 法、 β II 法、 β III 法による電界計算を実行し、理論値との誤差を示した。

(3) 表面電荷法においても従来手法 (α 法) では、 $|\varepsilon_s - 1|/\Delta$ 程度の相対誤差が生ずることを確認し、 β I 法、 β II 法、 β III 法では相対誤差が ε_s に大きく依存しないことを示した。

(4) 3 種類の β 法の中では、各誘電体内部に電荷を配置する β I 法が電位電界ともに $3 \times 10^{-4}\%$ 以下の高精度であることを明らかにした。表面の電荷を用いる β II、 β III 法では、さらに色々なヴァリエーションを検討し、 β III-b1 と呼ぶ方法で電界誤差 4% 以下にし得ることを示した。

(平成 10 年 11 月 2 日受付、平成 11 年 2 月 3 日再受付)

文献

- (1) 河本、宅間：「表面磁荷法による三次元静磁界計算法の検討」、電力中央研究所報告、No. T87079(1988)
- (2) 里、村瀬：「電荷重畳法と表面電荷法の電界誤差の原因と到達精度」、電学論 A、117、331-332(1997)
- (3) C. Polk & E. Postow, Handbook of Biological Effects of Electromagnetic Fields, 2nd. Ed., Chap. 1 Dielectric Properties of Tissues, CRC Press (1966) pp.27-102.
- (4) P. Weiss; Rotationssymmetrische Zweistoffdielektrika, Diss., T U München, P.68 (1972)
- (5) 紺矢他：「周辺電荷を用いる電荷重畳法に関する検討」、電学論 A、117、977-982(1997)
- (6) 宅間他：「媒質の特性が著しく異なるときの電磁界計算」、電気学会、静止器・回転機合同研究会、SA-97-1(1997)

濱田 昌司

(正員) 1965年2月13日生。1987年3月京都大学工学部電子工学科卒業。1992年3月東京大学大学院工学系研究科電気工学専攻博士課程修了。同年4月東京電機大学工学部電気工学科助手、1993年同学講師。1997年9月京都大学工学研究科電気工学教室講師、現在に至る。工学博士。主として、高電圧、放電、電界計算、過渡解析に関する研究に従事。IEEE 会員。

紺矢 雅之

(非会員) 1972年10月11日生。平成8年京都大学工学部電気工学科卒業。平成10年同大学院修士課程修了。現在、NTT（日本電信電話株式会社）に勤務。

宅間 董

(正員) 1938年9月30日生。1966年東京大学大学院博士課程修了。工学博士。同年同大学電気工学科講師。1967年（財）電力中央研究所入所。高電圧、放電、電磁界解析、核融合の研究に従事。1989～93年九州大学客員教授。1995年3月から京都大学工学部（現在工学研究科）教授。1975年英国電気学会 Maxwell 賞、1981年および91年電気学会著作賞。1992年業績賞受賞。IEEE Fellow。