電束本数連続条件に基づく表面電荷法による誘電体系電界計算

正員 濱田 昌司 (京都大学)

正員 宅間 董 (京都大学)

Electric Field Calculation in Composite Dielectrics by Surface Charge Method Based on Electric Flux Continuity Condition

Shoji Hamada, Member, Tadasu Takuma, Member (Kyoto University)

We propose a new surface charge method based on the continuity of electric flux passing through each partial area on the dielectric boundary. N partial areas divided on the boundary give the boundary equations for solving N unknown variables representing the surface charge density distribution. The electric flux is numerically calculated by integrating the normal component of electric flux density on each partial area. This method permits us to exclude the singularity of edge parts from the boundary equations because these parts do not contribute to the integration area. In this paper, we apply first-order functions to simulate both triangular surface shape and charge density distribution on its surface as well.

First, we have computed the electric field for a spherical dielectric under a uniform field. The calculated results show that the accuracy of the electric field at the spherical center is almost equal to the accuracy of the total surface area of the polygon which represents the sphere. Furthermore, this method has improved the accuracy of the field by about one order compared with the conventional surface charge methods. Second, we have computed the electric field for a dielectric human model under a uniform field. The calculated results demonstrate that the proposed method works well for a complicated shaped object with a dielectric constant greatly different from that of an ambient medium.

キーワード：電界計算、表面電荷法、複合誘電体、電束本数連続

1. はじめに

領域毎に誘電率が一定な複合誘電体系の三次元静電界解析に、しばしば表面電荷法が用いられる⁽¹⁾。周知のように表面電荷法（以下、SCM）は、媒質境界に現れる表面電荷密度分布を区分関数表現し、これを境界条件下で決定することで静電場を決定する電界計算法である。SCMにより誘電体系の計算を行う場合、通常、誘電体境界上に未知数と等数の輪郭点（境界条件式を立てる点）を配置し、全輪郭点にて電束密度法線方向成分連続式を立てることで、連立一次方程式系を作成する。このような方法は一般に選点法（ポイントマッチング）と呼ばれている。

選点法を誘電体境界に適用する場合には、選点位置において面の法線方向が確定する必要がある。このことは、対象形状にエッジ部を含む場合や、本来はエッジ部を形成しない面でも形状模擬時にエッジ部が形成される場合には、これらの位置に輪郭点を配置できないことを意味する。この制約は、表面電荷密度分布表現関数の高次化を企図した時に、未知数と等数の輪郭点の確保を困難とし、SCMの

構築が不可能になるという問題を生む。

この問題に対する一つの解決策として、筆者らは、誘電体境界上に未知数と等数の部分面を定義し、各面を通過する電束本数の連続式を境界条件式として採用することにより、SCMを構築する手法を提案する。この、電束本数連続条件を部分面毎に成立させる方法を、 Φ_s SCMと呼ぶ⁽²⁾。電束の本数は電束密度法線方向成分の面積分により計算されるが、エッジ部の面積は零であるので、境界条件式からエッジ部の特異性を排除可能である点が本手法の特長である。

一方、通常の一重層電荷を使用するSCM（以下、 α 法）では、領域毎の誘電率が互いに大きく異なる場合に、誘電率の大きい媒質内の電界計算精度が低下し、誘電率比にほぼ比例して相対誤差が発散することが知られている。これに対して筆者らは、二重層電荷で電界分布を表現し桁落ちを回避する方法（以下、 β 法）をSCMに適用する方法を報告している⁽³⁾。そこで、今回提案する Φ_s SCMに対しても β 法を適用し、誘電率比が大きな場合でも安定した計算が可能であることを示す⁽⁴⁾。

本報告の内容は以下にまとめられる。

- (1) Φ_s SCM を提案しその計算原理を述べる。
- (2) 形状表現関数 1 次、電荷密度表現関数 1 次の Φ_s SCM を構築し具体的な計算方法の詳細を述べる。
- (3) 一様電界下の球誘電体を対象として電界計算結果を示し、理論解および従来法による計算値と比較する。
- (4) 一様電界下の人型形状誘電体を対象として電界計算結果を示す。

2. 研究の位置付け

境界分割型の電界計算法の未知数決定手順は、一般に次の 3 段階を経る。

- (1) 境界表面形状の模擬表現
- (2) 境界上分布未知量の模擬表現
- (3) 境界条件式の数値表現

表面電荷法の精度向上を目指す場合にも、これらの各段階それぞれにて精度向上を図る必要がある。特に、誘電体境界エッジ部の処理方法についてもこれらの各段階において検討すると見通しがよい。ここでは、複合誘電体系を扱う表面電荷法に関する研究の背景を、これらの観点からまとめておく。

「(1) 境界表面形状の模擬表現」に関しては、形状表現関数の高次化⁽⁵⁾や滑らかなパッチ接続方法⁽⁶⁾の開発、あるいはスプライン曲面や有理ベジエ曲面の利用⁽⁷⁾などの報告がある。筆者らの曲面三角形表面電荷法に関する最近の報告⁽⁸⁾も、曲面形状模擬時に三角形パッチ頂点位置でエッジ部が生じない工夫⁽⁶⁾を施し表面電荷法を実現したという内容である。

「(2) 境界上分布未知量の模擬表現」は、表面電荷法においては境界上電荷密度分布の模擬表現を意味する。これに関して、電荷密度分布表現関数の高次化⁽⁵⁾、適合・非適合要素の混用⁽⁹⁾について報告した。また、表面電荷を実際の分極電荷密度として模擬表現する通常法 (α 法) に対して仮想的二重電荷密度として模擬表現する β 法の提案も行った⁽⁹⁾。筆者らの非適合三角形表面電荷法に関する最近の報告⁽⁸⁾もエッジ部の処理を主題としており、エッジ部を回避した輪郭点配置と非適合要素とを採用し表面電荷法を実現したという内容である。

「(3) 境界条件式の数値表現」が本論文の主題である。1 章に述べたように、複合誘電体系を取り扱う表面電荷法においては、通常、未知数と等数の選点位置で電束密度法線方向成分の連続式をたてる選点法が採用される。境界上に未知数と等数の部分面を定義し、各面で通過電束本数の連続式をたてる Φ_s SCM は、上記の (1) から (3) の項目に対する一連の検討の中で、詳細研究の必要が生じたものである。

なお今回の報告においては (3) の項目が主題であるので、(1) に関して形状表現関数には簡単な一次三角形要素 (平面三角形) を、(2) に関して表面電荷密度分布表現関数には同じく一次要素を使用することとした。以下この表面電荷法を、括弧の中に形状の次数と電荷の次数を並べて表示

して (1,1)- Φ_s SCM と呼ぶ。なお、この要素が空間に作る電位・電界は解析式により計算可能であり⁽¹⁾、数値計算速度を向上させる意味でも都合がよい。

3. Φ_s SCM の原理

選点法に基づく通常の SCM では、誘電体境界上に未知数の数と等数の輪郭点を配置し、全輪郭点にて電束密度法線方向成分連続式を立てて方程式系を構築する。有限個の選点位置において境界条件式が満足されるという必要条件が、数値解法の基本式となっている。選点配置方法には任意性があるが、選点数が至る所で無限に増加した極限において、必要十分条件が満足されると考えられ、これが解法の根拠を与えている。

ここで、SCM の方程式系作成にあたっての必須事項は、未知数の数と等数の独立な境界条件式を立てることであり、これが可能であるならば、選点法に依らない方法でも SCM を構築できる。

そこで、第 1 ステップとして、境界面上に未知数の数と等数の部分面を定義し、第 2 ステップとして部分面毎に流入・流出電束の本数を求めて、両者を等しくすることで、選点法に依らない新しい SCM を構築可能である。この場合、有限個の部分面において境界条件式が満足されるという必要条件が、数値解法の基本式となる。部分面の定義方法には任意性があるが、部分面が至る所で無限に細分化され稠密となった極限において、必要十分条件が満足されると考えられ、これが解法の根拠を与える。あるいは、この境界条件表現法は数学的には重み付き残差法の一種であると解釈可能であり、解法の根拠をここに求めることもできる。ただし、単に重み付き残差法であるというに留まらず、電束の本数という保存量の連続を明に表現しており、物理的にも有意な表現となっている点が特徴的である。

この方法を Φ_s SCM と呼ぶが、前節に挙げた形状表現関数の種類および表面電荷密度表現関数の種類に関わらず、常に適用が可能であり、エッジ部の存在に起因する SCM の困難を原理的に解決できる。さらに、選点法 (以下では、選点法を用いた SCM を D_p SCM と記す) との併用も可能である。ただし、電束本数を数値面積分して計算する必要があるため、 D_p SCM と比較して係数計算に長時間を要するので、実用的な計算速度を実現できるかどうかについては各論的な議論が必要である。

なお、第 1 ステップに関して、面積の測度に関する数学的に厳密な議論は筆者らの意図するところではないが、以下の制約下で議論を行うこととする。

- (a) 各部分面の閉集合、開集合の区別は問わない。
- (b) 各部分面は共通部分を持たないとする。
- (c) 便宜上、全部分面の和集合は全境界面と一致とする。
- (d) 各部分面は単一領域でなくともよいが、電界分布が大きく変化しない程度の局所に、偏在しているものとする。

図1 部分面の定義例（方法1）

Fig. 1. Definition of partial areas for computing electric flux(Method 1).

4. (1,1)- Φ_s SCM の部分面定義方法

(1,1)- Φ_s SCM で使用する部分面の定義方法を述べる。

境界面を多数の一次三角形形状関数の張りあわせにより表現した時に、未知数（表面電荷密度離散値）を三角形頂点ノード毎に定義することで、表面電荷密度表現に関して「適合」（電荷密度分布が隣接三角形と連続）な離散表現が行われる。この時、未知数の数（＝三角形頂点ノード数）を N 個として以下の説明を行う。最初に概念的に理解が容易な方法1の説明を行い、次に、数値計算が容易な方法2の説明を行うこととする。

〈4・1〉方法1

「第1ステップ」

N 個の単一領域からなる、互いに共通部分を持たない部分面に、全境界面を分割する。概念的に理解が容易な分割例を図1に挙げる。図中、黒丸印はノードを、細線は三角形の辺を、太線は部分面の境界線を表している。この例では、各三角形領域を三つの領域に分割し、これらの分割領域を隣接ノードに配分することで N 個の部分面を定義している。ここで、各三角形領域を三つの領域に分割する方法には、なお任意性があることに注意を要する。

「第2ステップ」

流入出電束の本数は、各部分面上に有限個の積分点を配置して、積分点での法線方向電界を数値面積分して求める。数値面積分に当たっては、三角形積分公式または一次元ガウス積分公式による二重積分を実行する。なお、全ての積分点は法線方向が確定する三角形面上に配置されるので、三角形エッジ上における法線方向ならびに法線方向電界の特異性は、数値計算時に現れることはない。

〈4・2〉方法2 方法1とほぼ同様の境界条件式を与える、より簡易な計算方法として、まず三角形領域を通過する全電束を計算し、次に三角形の三頂点ノードにこの

電束を分配するという方法を考える。電束の分配にあたって、分配関数（または数値積分の重み）もまた一次要素として定義する。この定義は、方法1での領域分割の任意性に対する、一つの簡易な選択肢となっている。

つまり方法2は、第1ステップの実行を一次分配関数の定義で代替し、第2ステップの数値積分時にこの一次分配の重みを掛けることで、各ノードに分配される通過電束を計算するという方法である。あるいは、方法1では単一領域として定義した部分面を、方法2では分配関数に対応する面積密度分布で分散する無限個の微小領域の和として部分面を定義したものといえる。

方法1と比較して、方法2は数値面積分の実行が容易であるという長所があり、本報告では以下、方法2を採用する。分配関数を使用した電束の分配方法の一般的な数式表現を、参考として付録1に示す。

なお、表面電荷密度表現を高次化・非適合化した場合も、それに適した部分面あるいは非負の分配関数を容易に定義することができる。

5. (1,1)- Φ_s SCM の部分面通過電束計算方法

部分面通過電束の本数計算方法について述べる。作用源としての三角形表面電荷が空間中の任意の位置に作る電位電界の計算方法と、ある面領域を通過する電束本数を電束密度法線方向成分の面積分により計算する方法とに区別して説明を行う。

〈5・1〉三角形表面電荷が作る電位・電界計算 形状関数一次、表面電荷密度分布一次の三角形表面電荷が、空間のある計算点に作る電位・電界は解析式により計算可能である。特に、三角形表面電荷の近傍位置においても高速に厳密解が得られる点が、数値積分による電位・電界の計算法と比較した場合の長所である。なお、三角形表面電荷の表面上の電位・電界も三角形エッジ上（頂点および辺上）では電界が無限大となることを除いて、解析的に求められる。一方、三角形表面電荷から十分離れた位置での電位電界は、数値積分による電位・電界計算法により十分な精度で高速計算が可能である。ここでは、計算点の三角形表面電荷からの距離に応じて、近距離時には解析解を、遠距離時には3,7,13,28点の三角形積分公式⁽¹⁰⁾を使い分けることとした。ただしここで、28点三角形積分公式は、一枚の三角形を4枚の部分三角形に分割し、各部分三角形で7点三角形積分公式を適用する方法とした（図2参照）。

〈5・2〉三角形領域を通過する電束の数値計算法 各三角形を通過する電束の本数を計算するにあたって、次の三つの場合に分けて数値積分を実行した。

(a) 作用源の三角形電荷が遠距離に位置する時

距離に応じて、3,7,13,28点の三角形積分公式を使用して、数値面積分により電束の本数を求める。

(b) 作用源の三角形電荷が隣接位置にある時

隣接三角形電荷が及ぼす電界は、三角形領域の接触部近辺において電界強度が大きく変化する。これは、三角形電

図2 高次三角形面積分公式の定義

Fig. 2. Definition of a higher order formula in the triangular integration.

荷のエッジ部が電界特異点であり、その近傍においても電界は準特異的な性質を示すためである。このために、電束本数の数値面積分にあたっては、高次の面積分公式を使用する必要がある。ここでは、図2のように一枚の三角形領域を n 段 n^2 枚の部分三角形に分割し、各部分三角形毎に7点三角形積分公式を適用して、高次の三角形積分公式を作成する。今回は、 $15^2 \times 7 = 1575$ 点の三角形積分公式を使用した。このように高次の数値面積分公式を使用する必要があることは、三角形エッジ上の電界特異性は面積分操作により排除できるものの、三角形エッジ部近傍電界の準特異的な性質までは排除できないことを意味している。

(c) 自己電界による通過電束

一枚の三角形表面電荷が自身の表面に作成する法線方向電界は、表面電荷密度分布が1次関数であることからやはり1次関数の分布となる。よって、通過電束は解析式で求めることができ、3点三角形積分公式によっても誤差無く数値面積分が可能である。

6. β 法

筆者らは、SCM に β 法を適用する手法として複数の手法を提案した⁽³⁾が、ここでは文献[3]にて β III 法と呼んだ手法を単に β 法と呼び、この手法を用いる。図3に示すように、誘電体境界表面上に σ_A と σ_B の二重の電荷を配置する。誘電率の小さい ε_A 側の電界は α 法と同様に、 E_0 と σ_A の作成する電界 E_{σ_A} とのベクトル和で記述する。一方、誘電率の大きい ε_B 側の電界は σ_B の作成する電界 E_{σ_B} のみで記述する。以上の表現法により、 α 法に見られる桁落ちを原理的に回避できる。

Φ_s SCM に対しても、 β 法はそのまま適用可能である。なお、 σ_A と σ_B の二重化により未知数が $2N$ 個となるため、境界条件式も $2N$ 個を必要とする。ここでは、電束本数連続式を部分面ごとに N 個、電位連続式を三角形頂点ノー

図3 β 法の電界表現方法

Fig. 3. Representation of the field by the β method.

図4 誘電体球の分割状態

Fig. 4. Mesh pattern of a spherical dielectric.

ド位置ごとに N 個作成して方程式系を得る。

7. 誘電体球の電界計算

真空中に置かれた誘電体球に z 軸方向の一様電界を印加した場合の電界計算を行った。球の半径は 1cm 、比誘電率は 10 、外部電界は 1kVcm^{-1} とした。球面を三角形メッシュで表現するために、極座標の θ 方向 180 度および ϕ 方向 360 度を、共に 16 分割した後、四角形領域は 2 枚の三角形領域に分割した。図4に分割状況を示す。この多面体の表面積を球の表面積と比較すると、相対誤差で -1.75% である。

α 法を採用した $(1,1)-\Phi_s$ SCM (以下、 $(1,1)-\Phi_s-\alpha$ SCM) と β 法を採用した $(1,1)-\Phi_s$ SCM (以下、 $(1,1)-\Phi_s-\beta$ SCM) により電界計算を実行した。 z 軸上電位・電界計算値およびその真値からの誤差を、 $(1,1)-\Phi_s-\alpha$ SCM については図5に、 $(1,1)-\Phi_s-\beta$ SCM については図6に示す。どちらの結果においても、 $z=1\text{cm}$ の位置では大きな電界計算誤差が見られるが、これは、この位置が誘電体球表面に対応し、多面体による球面形状模擬誤差が大きい領域に接近してい

図5 (1,1)- Φ_s - α SCM による z 軸上計算値
Fig.5. Calculated results on z axis by (1,1)- Φ_s - α SCM.

図6 (1,1)- Φ_s - β SCM による z 軸上計算値
Fig.6. Calculated results on z axis by (1,1)- Φ_s - β SCM.

るためである。また、使用したメッシュの $z=1\text{cm}$ 位置周りで部分面の面積が、周辺部の部分面の面積よりも大きく Φ_s SCM に最適化されたメッシュ分割になっていないこと、さらに、 Φ_s SCM は D_p SCM と異なり境界上の一点での電界計算精度を上げるには適していないことも原因である。この近傍を除いた誘電体バルク部の大部分にて安定した解が得られている。

$z=0\text{cm}$ (球中心)、 $z=2\text{cm}$ (球外部代表点) 位置での電界誤差を、表1に示す。 Φ_s SCM の電界誤差は、いずれの場合も、多面体の表面積誤差 (-1.75%) と同程度またはそれ以下であることが分かる。一方、従来一般に使用されている、形状関数一次・表面電荷密度表現零次の D_p SCM⁽³⁾ (以下、 $(1,0)$ - D_p SCM) および、最近筆者らが提案した、形状関数一次・表面電荷密度表現一次の D_p SCM⁽⁹⁾ (以下、 $(1,1)$ - D_p SCM) による計算結果も表1に合わせて示す。 $(1,0)$ - D_p

表1 各種表面電荷法による電界計算誤差
List. 1. Errors of calculated electric field by some kinds of surface charge methods.

z	$(1,0)$ - D_p - α	$(1,1)$ - D_p - α	$(1,1)$ - Φ_s - α
0cm	22.5 %	8.96 %	0.945 %
2cm	-1.39 %	-0.715 %	-0.324 %

z	$(1,0)$ - D_p - β	$(1,1)$ - D_p - β	$(1,1)$ - Φ_s - β
0cm	-9.97	-3.19	1.58 %
2cm	0.161	-0.117	-0.158 %

図7 $z=0\text{cm}$ での電界誤差の三角形枚数依存性
Fig.7. Error of calculated fields at $z=0$ vs. triangle number.

SCM および $(1,1)$ - D_p SCM についても α 法と β 法の両方の計算を行っている。 $z=0\text{cm}$ 位置での電界計算結果に注目すると、 $(1,1)$ - Φ_s SCM の計算結果は $(1,0)$ - D_p SCM 従来法に対しておよそ一桁の精度改善が見られる。

さらに、球誘電体形状模擬用メッシュの三角形枚数を増加させて、球誘電体中心位置での電界誤差の変化を計算した。この結果を図7に示す。同図には球誘電体形状模擬多面体の球面からの表面積誤差も表示した。同図より、 Φ_s SCM の電界誤差は、 D_p SCM の電界誤差よりも常に小さく、かつ多面体の表面積誤差以下に抑えられていることが分かる。形状関数に一次式を採用した枠内では、概ね最大限に精度向上がなされているものと考えられる。

8. 人型形状誘電体の電界計算

比誘電率比が大きく異なり形状が複雑な計算対象の例として、人型形状誘電体の電界計算を取り上げる。計算手法は $(1,1)$ - Φ_s - β SCM である。

図8に示す人型形状誘電体に対して、 z 軸方向に 1kVcm^{-1} の一様電界を印加した場合の電界計算を行った。モデルは左右対称であり片面で3295枚の三角形を使用している。節点数 (=未知数の数) は1698点であり、比誘

図8 人型形状誘電体メッシュ

Fig. 8. Mesh pattern of a human model.

電率は 10^6 で一定とした。なお、実際の人体組織は商用周波数領域では誘電率より導電率の方が支配的であるが、媒質定数がモデル内で一様である限りは、高誘電率とした計算でも高導電率とした計算でも誘導電界分布はほとんど同じとなる^{(1), (11)}。

図9に計算された体表電位と z 軸上電界を示す。首の様に断面積の小さい部分で電界が上昇すること、腕部の先端に向かって電位が上昇していくことなど、定性的に正しい計算結果となっている。この結果から、波高値 1Vm^{-1} 、 50Hz 交流電界印加時の誘導電流(変位電流分)波高値を計算すると体表面全体の積分値で 15.7nA となる。筆者らが異なる人型形状誘電体(身長、比誘電率は同じ)を用いて2次要素の境界要素法で求めた誘導電流値 15.0nA ⁽¹¹⁾とも良好に一致している。

ここで、 α 法を採用した SCM では比誘電率が 10^6 の計算は桁落ちにより事実上不可能である点と、 β 法を採用した場合にも D_p SCM では形状が複雑であるために計算結果が不安定となり事実上計算が不可能である点とを指摘しておく。 D_p - β SCM が不安定となる理由は、選点数が無限に増加した極限を除いて、誘電体境界面での電束本数連続性に対して明な拘束がなされないためであると考えられる。換言すれば、 Φ_s SCM は β 法の安定化手法として極めて有効であるといえる。なお、電束本数連続性に対する拘束が明ではないのは、 D_p - α SCM にも共通するが、経験的には D_p - β SCM ほど不安定な挙動は示さない。一方、境界要素法では電束本数連続条件が明に課せられており、 D_p SCM よりも安定した計算結果を得やすい理由の一つと考えられる。

図9 体表電位と z 軸上電界

Fig. 9. Calculated results for the human model.

9. まとめ

複合誘電体系の SCM による電界計算法に関して、誘電体境界上に未知数と等数の部分面を定義し、各部分面を通過する電束本数連続式を境界条件式とする手法 (Φ_s SCM) を提案した。本手法の特長は、境界条件式から多面体エッジ上の特異性が排除される点にある。今回、形状関数として一次の三角形要素(平面三角形)を、表面電荷密度分布表現関数として同じく一次要素を使用する、 $(1,1)$ - Φ_s SCM を構築し、電界計算を実行した。主な結果を以下にまとめる。

- (1) Φ_s SCM を提案しその原理を述べた。本手法はエッジ上での法線方向および電界の特異性を排除可能な方法であり、SCM において表面電荷密度表現の次数上げを容易に可能とする方法である。
- (2) 構築した $(1,1)$ - Φ_s SCM について具体的な計算方法の詳細を述べた。
- (3) 一様電界下の球誘電体を対象として静電界計算を実行した。この結果、球中心位置での電界計算結果に関して、球面模擬の面積誤差程度の精度が達成された。また、従来手法などと比較しておよそ一桁程度の電界計算精度の改善が見られた。
- (4) 一様電界下の人型形状誘電体を対象として、 $(1,1)$ - Φ_s - β SCM により電界計算を実行した。比誘電率比が大きく異なり形状が複雑な誘電体系に対しても、安定した電界計算が可能であることを示した。

(平成 12 年 05 月 24 日受付, 同 12 年 10 月 5 日再受付)

文 献

- (1) 河野、宅間「数値電界計算法」、コロナ社、1980
- (2) 濱田、宅間「電束本数連続条件に基づく誘電体系電界計算法」、日

本シミュレーション学会第20回計算電気・電子工学シンポジウム、p.13-16, 1999

- (3) 濱田、紺矢、宅間：「三角形表面電荷法による複合誘電体の電界計算法に関する検討」、電気学会論文誌 A、119、628-635, 1999
- (4) 濱田、Boonchai、宅間：「電束本数連続条件に基づく表面電荷法による誘電体系電界計算」、電気学会全国大会講演論文集 [1]、p.18-19, 2000
- (5) 濱田、宅間：「4枚協調9自由度3次形状関数を用いた表面電荷法による電界計算」、第8回 MAGDA コンファレンス、PS4-6、pp210-213(1999)
- (6) 坪井、高山：「境界要素法のための曲面三角形要素作成法」、電気学会静止器回転機合同研究会、SA-97-15, RM-97-74(1997)
- (7) B. Y. Lee, S. H. Myung et. al. ; "The Use of Rational B-Spline Surface to Improve the Shape Control for Three Dimensional Insulation Design and Its Application to Design of Shield Ring", IEEE Trans. PWRD., Vol. 13, No. 3, 962-968(1998)
- (8) 濱田、Boonchai、宅間：「曲面三角形表面電荷法による複合誘電体系電界計算手法」、電気学会論文誌 A、120、568-574, 2000
- (9) 濱田、宅間：「一次要素三角形表面電荷法による複合誘電体系電界計算手法」、電気学会論文誌 A、120、445-450, 2000
- (10) G. R. Cowper ; "Gaussian quadrature formulas for triangles", International Journal for Numerical Method in Engineering, 7, 405-408(1973)
- (11) Techaumnat、濱田、宅間：「境界要素法の電磁界計算への適用 (1) - 曲面形状による人体への静電誘導電流計算」、電気学会静止器・回転機合同研究会 SA-99-6119、p. 33-38, 1999

濱田 昌司 (正員) 1965年2月13日生。1987年3月京都大学工学部電子工学科卒業。1992年3月東京大学大学院工学系研究科電気工学専攻博士課程修了。同年4月東京電機大学工学部電気工学科助手、1993年同学講師。1997年9月京都大学工学研究科電気工学教室講師、現在に至る。工学博士。主として、高電圧、放電、電界計算、過渡解析に関する研究に従事。IEEE 会員。

宅間 董 (正員) 1938年9月30日生。1966年東京大学大学院博士課程修了。工学博士。同年同大学電気工学科講師。1967年(財)電力中央研究所入所。高電圧、放電、電磁界解析、核融合の研究に従事。1989~93年九州大学客員教授。1995年3月から京都大学工学部(現在工学研究科)教授。1975年英国電気学会 Maxwell 賞、1981年および91年電気学会著作賞。1992年業績賞受賞。IEEE Fellow.

付 録

1. 分配関数を使用した電束分配方法の数式表現

面 s を通過する電束の本数 Φ_s は、面上の電束密度の法線方向成分 D_n と実座標系での面積素 dS を用いて次式で表される。

$$\Phi_s = \int_s D_n dS \quad (\text{付1})$$

今、面 s は三角形領域とし、面積座標系 (ξ_1, ξ_2, ξ_3) を導入すると、三角形の3つの一次形状関数 $N_i (i = 1 \sim 3)$ は次式で表される。

$$N_i = \xi_i \quad (\text{付2})$$

三角形の3つのノードへの分配関数として一次形状関数を採用した場合に、 i 番ノード ($i = 1 \sim 3$) への電束の分配値 $\Phi_i (i = 1 \sim 3)$ は次式で表される。

$$\Phi_i = \int_s N_i D_n |J| dS' \quad (\text{付3})$$

ここで、 dS' は面積座標系での面積素、 J は面積座標系から実座標系への座標変換のヤコビアンである。