品質工学と多変量解析法による 磁石埋め込み形モータの最適設計

正員 岡田 幸弘* 正員 河瀬 順洋**

Optimization of Interior Permanent Magnet Motor by Quality Engineering and Multivariate Analysis

Yukihiro Okada*, Member, Yoshihiro Kawase**, Member

This paper has described the method of optimization based on the finite element method. The quality engineering and the multivariable analysis are used as the optimization technique. This optimizing method consists of two steps. At Step. 1, the influence of parameters for output is obtained quantitatively, at Step. 2, the number of calculation by the FEM can be cut down. That is, the optimal combination of the design parameters, which satisfies the required characteristic, can be searched for efficiently. In addition, this method is applied to a design of IPM motor to reduce the torque ripple. The final shape can maintain average torque and cut down the torque ripple 65%. Furthermore, the amount of permanent magnets can be reduced.

キーワード：品質工学，多変量解析，有限要素法，IPM モータ，最適化

Keywords: quality engineering, multivariate analysis, finite element method, IPM motor, optimization

1. まえがき

近年，環境問題が非常に大きな注目を集めており，省エネルギーや二酸化炭素の排出削減など各分野で様々な取り組みが行われている。モータが消費する電力エネルギーは，国内の半分強であると言われており，各種モータへの高効率化の要望は非常に高まり，早急な対応が必要である。

界磁磁束の発生に永久磁石を用いるブラシレスモータは，高効率で，ブラシなどの機械的な要素が不要という長所から，様々な機器に用いられている。ブラシレスモータの中でも，永久磁石をロータに埋め込んだ構造のモータは，磁石埋め込み形モータ（Interior Permanent Magnet Motor：IPM モータ）⁽¹⁾と呼ばれ，磁石トルクのみではなく，リラクタンストルクも有効に利用できることなどの特徴を持ち，より高効率を期待できる。しかしながら，特に家電分野に用いる場合には，高効率化の他に，低振動・低騒音も要求される。このため，振動の原因となるトルクリップルの削減も重要な課題となるが，トルクリップルの測定が困難なことから，その削減には磁界解析などの CAE 技術による検討がなされている。

CAE 技術を用いた設計では，試作・評価をコンピュータ上で行うだけではなく，最適化技術と組合されて，試作の完成度向上，開発期間の短縮および開発コストの削減に貢献している。最適化技術としては，遺伝的アルゴリズムなどの直接法や Gauss-Newton 法などの降下法といった非線形計画法がよく用いられているが⁽²⁾，この他にも，実験計画法や品質工学⁽³⁾⁽⁴⁾といった数多くの手法が挙げられる。CAE 技術と最適化技術を組合せた手法は，コンピュータの高性能化とも相まって，多くの機器・デバイスの設計開発に適用されている。

そこで，IPM モータのトルクリップルの低減を目的に，CAE 技術，特に磁界解析技術をベースに，品質工学および多変量解析法を用いた 2 ステップの設計手法を構築した。本手法の目的は，製品をより短期間に開発することであり，特徴としては次の 2 点がある。1 点目として，出力への影響が無い設計パラメータを検討するという時間的・コスト的な無駄を避けるため，品質工学により各設計パラメータの出力への影響の度合いを定量的に把握することである。2 点目として，全ての計算に有限要素法を用いるのは，計算時間が多くなるため，近似式である重回帰式の適用により，有限要素法の使用を最小限に抑えることである。すなわち，影響の大きい設計パラメータに対して，効率的に最適解を

* 松下電器産業（株）モータテクノロジーセンター
〒574-0044 大阪府大東市諸福 7-1-1
Motor Technology Center, Matsushita Electric Industrial Co., Ltd.

7-1-1, Morofuku, Daito City, Osaka 574-0044

** 岐阜大学応用情報学科

〒501-1193 岐阜県岐阜市柳戸 1-1

Department of Information Science, Gifu University

1-1, Yanagido, Gifu City, Gifu 501-1193

得ることができるのである。本文ではまず、品質工学と多変量解析法重回帰分析について述べ、次にそれらを用いた新規設計手法を示す。最後に、本手法を IPM モータのトルクリップルの低減に適用した事例について報告する。

2. 新規設計手法

本設計手法は 2 ステップからなり、ステップ 1 では、出力に対する設計パラメータの影響を求めるため、品質工学と磁界解析技術を組合せて要因分析を行う。ステップ 2 では、ステップ 1 の結果を用いて重回帰分析を行い、重回帰式（近似式）を用いて設計パラメータの最適値を推定し、磁界解析による確認を行う。更に、得られた磁界解析の結果を追加して重回帰式を修正し、設計パラメータの最適値の探索、磁界解析による確認を繰り返す。以下にそれぞれの最適化技術について示す。

〈2・1〉品質工学⁽³⁾⁽⁴⁾ 品質工学は、実験計画法と評価特性の合理化により、開発期間の短縮とコスト低減を図る手法である。品質工学では、SN 比、直交表および損失関数を用いるが、本設計手法では SN 比と直交表を用いる。以下、品質工学の概略手順を示す。

①テーマの分析：どのようなテーマ・目的で行うかを具体的に明確にする。

②評価特性の決定：機能性を表す出力 y を何にするかを決定する。

③基本特性の決定：図 1 に示すように、出力 y に対する入力 M （信号因子）を決める。この入力 M と出力 y の理想関係（ $y = \beta M$ ）を基本特性と呼ぶ。

④誤差因子と制御因子の選定：図 2 に示す制御因子、誤

図 1 基本特性

Fig. 1. Basic characteristic.

図 2 各種因子の関係

Fig. 2. Relationship of some factors.

表 1 L_9 直交表

Table 1. Orthogonal array L_9 .

Model No.	A	B	C	D
1	1	1	1	1
2	1	2	2	2
3	1	3	3	3
4	2	1	2	3
5	2	2	3	1
6	2	3	1	2
7	3	1	3	2
8	3	2	1	3
9	3	3	2	1

差因子を設定する。制御因子とは、寸法や材質など、設計者が変更できる設計パラメータである。また、誤差因子は、材質のバラツキや経時変化など、設計者が変更できないパラメータである。ここで、各因子が値をいくつ取るかによって、値が 2 つの場合を 2 水準、3 つを 3 水準と呼ぶ。

⑤因子の割り付け：制御因子の数や水準により直交表を決める。通常 L_{18} 直交表を用いるが、制御因子が 4 つ以下であれば L_9 直交表（表 1 参照）を用いる。表 1 中で、A～D は制御因子を、1～3 の数字は水準 1～水準 3 の値である。

⑥データの取得：解析や測定からデータを取得する。 L_9 直交表を用いる場合、表 1 に示すモデル No. の数だけモデルを作成する。例えば、No.1 のモデルの場合、制御因子 A～D の全てが水準 1 の値となるように作成する。これらのモデル No.1～9 に対して、信号因子と誤差因子を変更したデータを取得する。例えば、信号因子 M を 3 水準とし、誤差因子 N を 2 水準とした場合は、データ数は全部で 54（ $=9 \times 3 \times 2$ ）個となる。

⑦SN 比、感度の算出：得られたデータから SN 比や感度を各モデルに対して計算する。なお、計算式に関してはここでは割愛する。SN 比や感度の計算には、大きく分けて動特性と静特性があり、通常動特性が用いられる。静特性は、信号因子が設定できない場合であり、出力が大きいほど良い場合を望大特性、その逆に小さいほど良い場合を望小特性、ある目標値を取る場合を望目特性と呼ぶ。

⑧要因効果図の作成：得られた SN 比や感度の値を用いて、各制御因子の各水準での SN 比や感度を求める。例えば、制御因子 A の各水準に対しては、表 1 の A の列を参照し、水準 1 の値は、モデル No.1～3 の値の平均値、水準 2 は No.4～6 の値の平均値、水準 3 は、No.7～9 の値の平均値となり、制御因子 B～D に関しても表 1 の各列を参照して同様の計算を行う。これらの値をグラフ化したものが要因効果図である。要因効果図では、SN 比の大きい水準が最も良く、水準間の差が大きいものほど出力への影響が大きい。

⑨最適条件の決定：まず SN 比でバラツキを抑え、次に感度で出力を調節するようにする。このように選択した各制御因子の水準の組合せでその改善効果を推定する。

⑩確認実験：初期データと最適データを取得し、改善効

果を確認する。

以上が通常の手順であるが、本設計手法では、⑨および⑩は行わない。この理由として、品質工学では、設定した水準の組合せで最適化を行うが、最適な値は、水準1～3のどこに存在するかわからないので、ステップ2で水準1～3の間を連続して探索し、効果の確認を行うためである。また、各制御因子間の相互作用の確認に関しては、要因効果図により判断できると考えられるためである。

〈2・2〉多変量解析法⁽⁵⁾⁽⁶⁾ 多変量解析法は、バラツキを持ち相関関係のある多数の要因や品質特性から、必要な情報を得ていくのに効果的な手法である。多変量解析では、扱う因子が寸法のように連続量の場合を量的変数、永久磁石のグレードといった種類や区別である場合を質的変数と呼ぶ。また、品質工学の出力 y のように、結果を問題にしている変数を目的変数、それ以外の出力に影響を及ぼす制御因子などを説明変数と呼ぶ。ここで、多変量解析法の分類を表2に示す。出力としてトルクを、制御因子として寸法などの連続量を取り扱う場合は、表2より重回帰分析を用いることになる。重回帰分析は、次式に示す重回帰式と呼ばれる1次式で変数間の関係を捉え、推定などを行う方法である。

$$y = \alpha_0 + \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2 + \alpha_3 X_3 + \dots \quad (1)$$

ここで、 y は目的変数（出力）、 α_j ($j = 0, 1, \dots$) は係数、 X_i ($i = 1, 2, \dots$) は説明変数（制御因子）である。上式は一次式であるが、例えば、 $X_3 = X_1^2$ とすれば二次式を一次式のように取扱うことができる。

品質工学の結果から、重回帰式を作成する。例えば、 L_9 直交表を用いた場合、9個のデータに初期モデルのデータを加えた計10個のデータから重回帰式を作成する。得られる重回帰式は、次式のように最大9個の係数 $\alpha_0 \sim \alpha_8$ が算出可能である。

$$y = \alpha_0 + \alpha_1 A + \alpha_2 B + \alpha_3 C + \alpha_4 D + \alpha_5 A^2 + \alpha_6 B^2 + \alpha_7 C^2 + \alpha_8 D^2 \dots \quad (2)$$

上式で $A \sim D$ は制御因子である。上式を作成する際の注

意すべき点は、どの制御因子を考慮するかにより重回帰式の精度が変わることである。例えば、(2) 式のように全ての制御因子を考慮するのではなく、次式のように制御因子 A に関する項を省いた方が精度の良い場合もある。

$$y = \alpha_0 + \alpha_2 B + \alpha_3 C + \alpha_4 D + \alpha_6 B^2 + \alpha_7 C^2 + \alpha_8 D^2 \dots \quad (3)$$

考慮するか除外するか判断として、ここでは予測平方和 (Prediction Sum of Squares : PSS) を用いた。任意の項の組合せにおける PSS は、次のようにして求められる。 n 個のデータがある場合、 i 番目のデータを除いたデータから重回帰式を作成し、この式に i 番目のデータを入力して、推定値との残差 e_i を求める。これをデータの個数分算出し、各 e_i ($i = 1, \dots, n$) の2乗和が PSS となる。この PSS を各項の全組合せに対して求め、最も PSS の値の小さい組合せで重回帰式を作れば、精度良く計算ができる。すなわち、自動で精度の良い重回帰式が作成できることとなる。

重回帰式が決定されれば、制御因子の値を代入することで、出力 y が容易に求められるので、そこから最適な制御因子の値を得ることができる。この計算は、有限要素法による磁界解析と比較すると、極めて短時間に行なうことができるため、計算時間の短縮につながる。

〈2・3〉新規設計手法の手順 品質工学を用いたステップ1と重回帰式を用いたステップ2の2段階からなる新規設計手法のフローチャートを図3に示す。

ステップ1ではまず、具体的な目的を設定し、評価特性と基本特性（信号因子）を設定する。さらに、制御因子、誤差因子とそれぞれの水準を決め、直交表を選択する。次に、

図3 フローチャート
Fig.3. Flowchart.

表2 多変量解析法の分類
Table 2. Kind of multivariate analysis.

		Explanatory variable	
		Quantitative variable	Qualitative variable
Criterion Variable	Quantitative variable	• Multiple Regression Analysis	• Quantification Method I-IV
	Qualitative variable	• Discriminant Analysis	
		• Principal Component Analysis	
		• Factor Analysis	
		• Cluster Analysis	

直交表に基づいて所定の解析モデルを作成し、磁界解析によりデータを取得する。データが揃えば、要因効果図を作成し、各水準間で差の少ないものを調べる。また、寄与率を算出して定量的に比較することもできる。次に、制御因子の妥当性を調べる。全ての制御因子で、水準間の差が少ない場合は、制御因子を変更しても出力があまり変化しないため、水準の値の変更や、別の設計パラメータを制御因子にして、再度磁界解析から要因効果図を作成し、妥当性を調べる。

ステップ2では、ステップ1で得られた結果を元に近似式である重回帰式を作成する。但し、最初は(2)式を用い、データ数が $(n+1)(n+2)/2$ (n は制御因子の数)を超えると、次式を適用すればよい。

$$y = \alpha_0 + \alpha_1 A + \alpha_2 B + \alpha_3 C + \alpha_4 D + \alpha_5 A^2 + \alpha_6 B^2 + \alpha_7 C^2 + \alpha_8 D^2 + \alpha_9 A \cdot B + \alpha_{10} A \cdot C + \alpha_{11} A \cdot D + \alpha_{12} B \cdot C + \alpha_{13} B \cdot D + \alpha_{14} C \cdot D + \dots \dots \dots (4)$$

(2)式あるいは(4)式の重回帰式の作成、最適値の推定および磁界解析を目標を満足するまで繰り返す。しかしながら、重回帰式から求めた制御因子の値が、直前の計算と同じであれば、計算が進まず目標値を満足しない。この原因として、図4に示すように最適値が設定した範囲外にある場合や、図5に示すように実際と重回帰式との誤差により、最適値から少し離れてところを最適値とみなす場合などが考えられる。図4の場合には設定範囲を広げることで最適値を得ることができるが、図5の場合、重回帰式の精度に依存するため対策は困難である。このため、ステップ2の反復の履歴を見ながら、最適と考えられる制御因子の組合せ

図4 設定範囲の拡大

Fig. 4. Expand of range.

図5 重回帰式の誤差

Fig. 5. Error of approximate formula.

を磁界解析で求め、その結果から判断する必要がある。いずれにせよ、全ての判断をコンピュータに任せることは、効率的に開発を進める上での障害にもなり得るため、ステップ1の要因効果図の判断、ステップ2の反復途中の履歴など、設計者が継続/変更/中止の判断を行うべきである。

3. 新規設計手法のIPM モータへの適用

本章では、本設計手法をIPM モータトルクリップル削減に適用した事例について述べる。

目的としては、定格電流時において、初期モデルでの平均トルクを維持し、かつ、トルクリップルを初期モデルの半分以下に低減できるロータ仕様を見出すことである。図6に対象となるIPM モータの断面図を示す。ステータは24スロット、コイルは分布巻きであり、電流波形は正弦波、ロータの永久磁石は2層4極、各永久磁石の磁化の方向は円弧の半径方向である。解析は二次元磁界解析を用い、解析領域はその対称性から図6に示すように1/4領域とした。

図7に、初期モデルのメッシュを示す。要素数および節

図6 IPM モータ

Fig. 6. IPM motor.

図7 初期形状のメッシュ

Fig. 7. Mesh of initial shape.

図 8 初期モデルにおける磁界解析結果
Fig. 8. Results of magnetic field analysis.

図 9 制御因子
Fig. 9. Control factors.

点数は、約 9,000 および 4,600 で、ギャップ部は周方向に 90 分割、半径方向は 6 分割している。また、トルクの算出には Maxwell の応力法を用い、積分面をギャップ中央とした。

図 8 に初期モデルでの磁束密度分布を示す。なお、解析は 1/4 領域であるが、表示は全領域を示している。また、図では、磁束密度の値が高いほど白く描いている。

〈3・1〉ステップ 1 (品質工学) 品質工学の制御因子を図 9 に示す。制御因子 A は、磁石円弧中心から外側永久磁石と内側永久磁石の間までの半径、制御因子 B は外側永久磁石と内側永久磁石の間の距離、制御因子 C は外側永久磁石の厚み、制御因子 D は内側永久磁石の厚みである。これら 4 つの制御因子を全て 3 水準とし、水準 2 を初期モデルの値、水準 1 は水準 2 よりも小さく、水準 3 は大きくした。3 水準の制御因子が 4 つあるため、 L_9 直交表を用いた。また、信号因子としては電流値を用い、定格電流 I_o に対して、 $M1: I_o/3$, $M2: 2I_o/3$, $M3: I_o$ の 3 水準とした。誤差因子としては、永久磁石のパラッキを考慮するため、 $N1: B_r$, $N2: B_r \times 0.9$ の 2 水準とした。出力は、平均ト

図 10 平均トルクの要因効果図
Fig. 10. Factorial effects for average torque.

図 11 トルクリップルの要因効果図
Fig. 11. Factorial effects for torque ripple.

表 3 各制御因子の寄与率 (%)
Table 3. Rate of contribution (%).

		A	B	C	D
Average torque	SN ratio	41	25	7	27
	Sensitivity	49	47	1	3
Torque ripple	SN ratio	87	5	4	4

ルクとトルクリップルであり、平均トルクは動特性としたが、トルクリップルは、適切な入力の設定できず、また、簡単のために定格電流 I_o における静特性の望小特性とした。

図 10 に平均トルクの SN 比および感度を、図 11 にトルクリップルの SN 比をそれぞれ示す。また、各制御因子の平均トルクおよびトルクリップルに対する寄与率を表 3 に示す。寄与率は、各制御因子の変動の総和である全変動に対する、各制御因子の純変動の比率であり、次式から求められる。

$$\begin{aligned}
 (\text{寄与率}) &= (\text{各制御因子の純変動}) / (\text{全変動}) \\
 &= (\text{各制御因子の変動}) - (\text{自由度}) \cdot (\text{誤差分散}) \\
 (\text{誤差分散}) &= \{ \sum y_i^2 - ((\sum y_i)^2 / k) \} / (k - 1) \\
 &\dots\dots\dots (5)
 \end{aligned}$$

図 12 平均トルクとトルクリップルの解析結果と推定値の誤差

Fig. 12. Error of the average torque and torque ripple obtained from the approximation formula.

図 13 重回帰式の推定値と計算値の比較

Fig. 13. Comparison of presumed value and FEM.

ここで、 y_i は各データ値、 k はデータ個数である。

図 10、図 11 および表 3 より、制御因子 A は、平均トルクおよびトルクリップルの両方に大きく影響を及ぼし、特に、トルクリップルに関しては、制御因子 A のみの値でほぼ決まっていることがわかる。また、トルクリップルの SN 比については水準 1 が最も特性が良いが、逆に平均トルク SN 比、感度に対しては水準 3 が良く、トレードオフの関係にあることがわかる。次に、制御因子 B は、平均トルク SN 比は水準 2 が、平均トルク感度は水準 3 が、トルクリップル SN 比は水準 1 が良く統一性が無いが、トルクリップルへの影響が少ないことから平均トルクを優先させればよい。また、制御因子 C は、平均トルクおよびトルクリップルへの影響が小さいことから、検討から除外できる。最後に、制御因子 D は、平均トルク SN 比に影響を及ぼすが、平均トルク感度およびトルクリップル SN 比への影響は小さい。以上をまとめると、制御因子 A を用いてトルクリップルの低減を図るが、平均トルクとトレードオフの関係があるため、平均トルクが低下する。このため、制御因子 B および D を用いて、平均トルクの維持を図る。なお、制御因子 C は、検討項目から除外できるが、磁石量の削減が可能であることから以下では考慮している。

〈3・2〉ステップ 2 (多変量解析法) ステップ 1 のデータから、平均トルクとトルクリップルのそれぞれの重回帰式を作成した。なお、重回帰式を作成の際、信号因子としては M3 の定格電流の I_o を、誤差因子としては N1 の B_r を用いた。図 12 に、この重回帰式から得られた平均トル

図 14 トルク波形

Fig. 14. Torque waveform.

図 15 最適化後の結果

Fig. 15. Results of optimization.

クとトルクリップルの推定値と、ステップ 1 で求めた有限要素法の計算値の誤差を示す。

図より、平均トルクの誤差は最大で 1.09% (平均: 0.54%) であり、精度の良い重回帰式が作成されていることを示している。一方、トルクリップルに関しては最大 5.06% (平均 2.76%) であり、平均トルクの重回帰式ほど精度は良くないことがわかる。これは、表 3 からわかるように、制御因子 A の影響が大きいが、二次式では十分に表現できていないためであると考えられる。

図 12 で用いた重回帰式から制御因子の最適値を算出し、その平均トルクとトルクリップルの推定値と、磁界解析による計算値の比較を図 13 に示す。図は初期モデルの値を 100 とした時の比率で示している。図より、平均トルクの重回帰式は誤差が少ないが、トルクリップルの重回帰式は誤差が大きい。これは、上述したようにトルクリップルに関する重回帰式を作成する際の変数が少ないことに起因していると考えられる。次に、重回帰式の精度を上げるため、図 13 の有限要素法の結果を追加してデータ数を増やし、重回帰式の修正を行った。このように、(1) 重回帰式の修正、(2) 最適な制御因子の組合せの探索、(3) 有限要素法によるチェックを、各出力の値が目標を満たすまで繰り返した。

図 14 に、最終的に得られた形状と初期モデルのトルク波形を、図 15 に、平均トルクとトルクリップルの初期モデルに対する比をそれぞれ示す。これより、平均トルクは初期モデルの値を維持し、かつ、トルクリップルの 65% 削減を達成した。更に、磁石の配置や厚みを変更したことによっ

て、磁石量を初期モデルの 14%削減することができた。

4. ま と め

CAE 技術, 特に磁界解析技術をベースに, 品質工学および多変量解析法 (重回帰分析) を用いた 2 段階での新規設計手法を構築した。本設計手法の特長としては, 品質工学を用いることで, 各制御因子の影響の度合いが得られ, その最適値が類推できること, 重回帰式により, 有限要素法と比べて短時間に制御因子の最適化が行えること, 重回帰式の作成基準に予測平方和を用い, 全て自動で精度の良い近似式を作成できることなどが挙げられる。更に, IPM モータへ適用し, 各制御因子の影響を定量的に示した。また, 初期モデルと比較して, 平均トルクを維持し, トルクリップルを 65%削減するとともに, 磁石量も 14%削減可能な仕様を得ることができ, 本設計手法の有用性を示した。

今後の課題としては, 品質工学の特長であるロバスト性が, 重回帰式と組合せたことにより, どの程度損なわれているかについて検討していく予定である。

(平成 15 年 2 月 14 日受付, 平成 15 年 7 月 11 日再受付)

文 献

- (1) Y. Honda, S. Yokote, T. Higaki, S. Morimoto, and Y. Takeda: "Magnet Design And Motor Performances of A Double Layer Interior Permanent Magnet Synchronous Motor", *IEEEJ Trans. IA*, Vol.117, No.10, pp.1221-1226 (1997-10) (in Japanese)

本田幸夫・横手 静・檜垣俊郎・森本茂雄・武田洋次:「2 層埋込磁石構造 PM モータの磁石形状と出力特性」, 電学論 D, **117**, 10, pp.1221-1226 (1997-10)

- (2) 電磁界解析とその逆・最適化問題への応用: 電気学会技術報告第 611 号
- (3) 田口玄一:「第 3 版実験計画法 上・下」, 丸善 (1976)
- (4) 矢野 宏:「おはなし品質工学 増補版—タグチメソッド入門—」, 日本規格協会 (1998)
- (5) 奥野忠一・久米 均・芳賀敏郎・吉澤 正:「多変量解析法」, 日科技連出版社 (1971)
- (6) 芳賀敏郎・橋本茂司:「回帰分析と主成分分析」, 日科技連出版社 (1980)

岡 田 幸 弘 (正員) 1963 年 7 月 29 日生。1988 年 3 月岡山大学大学院電気工学専攻修士課程修了。同年 4 月松下電器産業 (株) 入社。主として, 電磁界解析技術を用いたモータの設計開発に従事。

河 瀬 順 洋 (正員) 1956 年 4 月 24 日生。1981 年 3 月岡山大学大学院電気工学専攻修士課程修了。同年 4 月同大学電気工学科助手, 1985 年 4 月岐阜大学工学部電気工学科助手。1988 年 6 月同学部電子情報工学科助教授。1997 年 11 月同学部応用情報学科教授, 現在に至る。工学博士。IEEE 会員他。