時間差で比較する機能を導入した2自由度PID制御

正員 山本 信雄* 正員 大内 等*

Two-Degrees-of-Freedom PID Control with the Use of Desired-Value Filter Composed of Time-Difference Comparison

Nobuo Yamamoto*, Member, Hitoshi Oouchi*, Member

We propose a desired-value filter composed of time-difference comparison between desired value and feedback variable of a control system. In this filter, the function of the time-difference comparison is introduced in the usual error detector in order to make a moderate comparison, in results, to accomplish a superior response towards the desired value as a two-degrees-of-freedom control.

キーワード：時間差比較，2自由度制御，目標値フィルター，PID制御

Keywords: time-difference comparison, two-degrees-of-freedom control, desired-value filter, PID controller

1. まえがき

帰還制御系の設計は，帰還ループ内で生じる時間遅れ（位相遅れ）をいかに補償するかにある。現在もなお，PID制御器^{(1)~(4)}が実システムに最も多く用いられている。しかし，ロバスト性，外乱応答の軽減，目標値追従性，入力量の抑制，および，利得余裕等の諸要請に対して，これらは相互干渉する。このうち，前2者の要請と3番目の要請との相互干渉を解決する一方法に2自由度制御がある^{(3)~(13)}。この2自由度制御は研究され尽くしたようにいわれて久しいが，2自由度制御には種々の方法があり特性は互いに異なっている。それらの実システムへの適用は適材適所になされているが，いまなお未開拓の方法も考えられる。

今回，帰還ループの特性で決まる利得余裕，外乱応答の軽減，および，ロバスト性等を同一条件に設定のもとで，極めて簡単な構成にもかかわらず，従来のどの2自由度制御よりも優れた目標値追従性が得ることのできる新しい方法を提案する。それは，目標値と帰還量との比較機能に時間差を置いて比較させる機能（以後，これを時間差比較と称する）を導入する方法で，等価変換により目標値フィルターを用いた2自由度制御^{(14)(15)†}となる。この目標値フィルターの構成は簡単で，かつ，設定パラメータの物理的意味が明確であり，設計も容易になる。しかも，帰還ループ特性を同一条件下の設定のもとで従来のどの2自由度制御と

比較しても，目標値追従性を最もよく改善させることができ，あらゆる帰還制御系に汎用的に，かつ，標準的に適用できる可能性を有するものである。また，むだ時間を含む系の実システムにも適用できる可能性をもつ。

従来の目標値フィルター⁽³⁾⁽⁵⁾は，その構成パラメータが複雑化する傾向にあってパラメータ設定も容易でない。従来の2自由度制御として，フィードフォワード型⁽³⁾⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾，要素分離型，および，フィードバック補償型があり，後2者は前者のフィードフォワード型に等価変換できる⁽¹⁰⁾。I-PD制御^{(4)(8)~(12)}はフィードバック補償型であるが，PID制御によるフィードフォワード型に等価変換でき⁽¹⁰⁾，その発展系もある⁽¹¹⁾。一方，2自由度制御の理論的解析は線型系が主であり，むだ時間を含む系や非線型系の解析は困難である。このなかで，規範モデル伝達関数を前置補償フィルターとし，制御対象の逆関数をフィードフォワードに用いて極ゼロ相殺によって全系を規範モデルに一致させる数学的方法⁽²⁸⁾があり，これで2自由度制御が完結したという判断がある。しかし，巻末の付録に示すように，操作量も含めた応答特性は本提案法の方がよい。

以降，時間差比較による目標値フィルターの構成を次節に示し，第3節にその設計基準を与え，第4節以降に本方法と従来の2自由度制御との特性比較をコンピュータ・シミュレーションによって行う。

2. 時間差比較による目標値フィルターの構成

時間差比較を用いた目標値フィルターの構成を図1に示

†これは，United States Patent No.4,953,076 (1990)，および，国内特許 No.2,716,437 (1997) を取得している。

* 茨城工業高等専門学校電気工学科
〒312-8508 茨城県ひたちなか市中根 866
Dept. of Electrical Eng., Ibaraki National College of Technology
866, Nakane Hitachinaka, Ibaraki 312-8508

(a) 時間差比較の概念

(a) Concept of time-difference comparison

(b) ブロック線図(a)の等価変換

(b) Equivalent block diagram representation in (a)

(c) ブロック線図(b)の等価変換

(c) Equivalent filter representation in (b)

図1 時間差比較をもつ目標値フィルターのブロック線図

Fig.1. Block diagram representation of desired-value filter with time-difference comparison.

す。図1(a)において、目標値 r と帰還量 v との直接的な比較に加えて、一巡伝達関数全体の時間遅れに相応するよう、遅れ系 $C_2(s), C_3(s), \dots$ によって時間差比較を行う。直接的な比較の偏差量を e_1 、各時間差比較の各偏差量 $e_2, e_3, \dots$ のそれぞれに $a_1, a_2, a_3, \dots$ の重みをかけて線形結合させた量を全システムの偏差量 e とする。これを利得余裕や外乱応答の軽減およびロバスト性等、他の調節のためのコントローラへの入力信号とする。

上記の重み量の総和を次のように規定する。

$$\sum_i a_i = 1 \dots \dots \dots (1)$$

図1(a)を等価変換すると図1(b)のように目標値の分岐が1つにまとまる。ただし、 a_1 の添字1を取り去り a とした。すると(1)式より

$$1 - a = a_2 + a_3 + \dots \dots \dots (2)$$

であり、分岐全体をまとめた $C(s)$ を

$$C(s) = \{a_2 C_2(s) + a_3 C_3(s) + \dots\} / (1 - a) \dots (3)$$

(a) 直接比較と時間差比較との和による表現

(a) Expression for addition of both of the direct and the time-difference comparisons

(b) 等価的な負のフィードフォワードによる表現

(b) Expression with the use of equivalent negative feed-forward

図2 時間差比較についての簡略説明表現の2例
Fig.2. Two cases of simplified explanations on the time-difference comparison.

とすると、等価変換により図1(c)のような目標値フィルター

$$F(s) = a + (1 - a)C(s) \dots \dots \dots (4)$$

の構成となる。ここに、次の条件

$$|F(s)|_{s=0} = 1 \dots \dots \dots (5)$$

が必要で、当面、 $0 < a < 1$ とする。

時間差比較の概念を、単位ステップ状目標値を例にとってわかりやすく示すと図2のようになる。

図2(a)は、(4)式の右辺第1項の直接比較部分と第2項の時間差比較部分の和により実質的な目標値入力信号が作られることを示している。また、(4)式を書き換えて

$$F(s) = 1 - (1 - a)\{1 - C(s)\} \dots \dots \dots (6)$$

とすると、この右辺第1項の数値1が本来の目標値であり、第2項が時間差比較によって等価的に変換された負のフィードフォワードと解釈できる。これを図2(b)に示し、これらの和が図2(a)と同じ実質的目標値入力信号となる。

3. 時間差比較を用いた目標値フィルターの設計

〈3・1〉 本フィルターのパラメータ設定 図1(c)の等価ブロックで示される時間差比較目標値フィルター $F(s)$ を用いた全システムを図3のように表したとする。ここに、

図 3 全システム構成

Fig. 3. Total system.

r' はフィルター $F(s)$ によって修正された目標設定値を示し、 $W(s)$ は帰還部の閉ループ伝達関数である。

つぎのように仮定を 2 つ設ける。

【仮定 1】 $W(s)$ は、むだ時間 L を含むプロパーな分次数多項式で表われ、文献 (16) に従い、分母多項式を分子多項式で割ってつぎの分母系列表現になったとする。

$$W(s) = \frac{e^{-sL}}{1 + p_1s + p_2s^2 + \dots} \quad (7)$$

ここに、むだ時間 L は制御対象から由来するものとする。分母関数にもフィードバックの影響でこのむだ時間 L を含む項がテーラー展開やパデ近似の展開によって係数 $p_1, p_2, \dots$ にも含まれる可能性がある。

【仮定 2】 $C(s)$ はむだ時間を含まないプロパーな形

$$C(s) = \frac{\gamma_k s^{k-1} + \dots + \gamma_1 s + 1}{\beta_k s^k + \beta_{k-1} s^{k-1} + \dots + \beta_1 s + 1} \quad (8)$$

を仮定する。 β および γ が本フィルターの調節パラメータに関する係数である。

次に、本フィルターによる目標値応答の規範モデルをつぎのようにする。

【規範モデル】 図 3 における全系の伝達関数 $F(s)W(s)$ が、つぎの分母系列表現で表わされる規範モデル

$$M(s) = \frac{e^{-sL}}{1 + \alpha_1 s + \alpha_2 s^2 + \dots} \quad (9)$$

に設定できるように、本フィルターのパラメータを決定する。ただし、このモデルのむだ時間要素 e^{-sL} は (7) 式のそれと一致させる。

さて、(8) 式を (4) 式に代入したのち $F(s)$ を分母系列表現にすると次式のようにになる。

$$F(s) = \frac{1}{1 + c_1 s + c_2 s^2 + \dots} \quad (10)$$

ここに、

$$c_1 = (1 - a)(\beta_1 - \gamma_1) \quad (11-1)$$

$$c_2 = (1 - a)(\beta_2 - \gamma_2) - c_1 \{a\beta_1 + (1 - a)\gamma_1\} \quad (11-2)$$

...

全系 $F(s)W(s)$ を規範モデル $M(s)$ に等しいと置けば (16) (17), (7), (9) および (10) 式より、

$$(1 + c_1 s + c_2 s^2 + \dots)(1 + p_1 s + p_2 s^2 + \dots) = 1 + \alpha_1 s + \alpha_2 s^2 + \dots \quad (12)$$

となる。本フィルターの調節パラメータの個数が重み量 a

をも含めて N 個であるとき、(12) 式の左右両辺で s の 1 次の項から N 次の項まで係数合わせをする。こうして得られる N 個の連立方程式を解いて、時間差比較目標値フィルターの調節パラメータを求める。この連立方程式はつぎのように得られる。

$$c_1 + p_1 = \alpha_1 \quad (13-1)$$

$$c_2 + c_1 p_1 + p_2 = \alpha_2 \quad (13-2)$$

$$c_i + \sum_{j=1}^{i-1} c_j p_{i-j} + p_i = \alpha_i \quad (13-3)$$

$$c_N + \sum_{j=1}^{N-1} c_j p_{N-j} + p_N = \alpha_N \quad (13-4)$$

〈3・2〉 $C(s)$ について 本稿では、時間差比較目標値フィルターの基礎的特性とその有用性に重点を置くことにし、 $C(s)$ として最も単純な 1 次おくれ要素を扱う。後述のように、これで充分、従来のどの 2 自由度制御よりもすぐれた特性を示すことができるからである。

$$C(s) = 1/(1 + sT_r) \quad (14)$$

(14) 式を (4) 式に代入すると、目標値フィルター $F(s)$ は次のような調節計となる。

$$F(s) = (1 + aT_r s)/(1 + T_r s) \quad (15)$$

ここで、 a は全比較に対する直接比較の比率を、 T_r は時間差比較のための 1 次おくれ時間を表わす。 $F(s)$ は位相すすみ要素と同形であるが、 $a < 1$ なので位相すすみ要素ではない。(位相すすみ要素は $a > 1$)

この場合、(14) 式を (8) 式と比較して、 $\beta_1 = T_r$ 以外の係数 β および γ はすべてゼロとなり、調節パラメータは重み量 a と時間差 T_r の 2 個となる。すなわち、〈3・1〉の記述により取り扱う次数は

$$N = 2 \quad (16)$$

であり、(11) 式より

$$c_1 = (1 - a)T_r \quad (17-1)$$

$$c_2 = -a(1 - a)T_r^2 \quad (17-2)$$

となる。従って、(13) 式の連立方程式はつぎの 2 個となる。

$$(1 - a)T_r + p_1 = \alpha_1 \quad (18-1)$$

$$-a(1 - a)T_r^2 + (1 - a)T_r p_1 + p_2 = \alpha_2 \quad (18-2)$$

上式は、本フィルターのパラメータ a, T_r が規範モデルの係数 α_1, α_2 に関係して決まることを示す。

(18) 式は 2 個の調節パラメータ a と T_r の間の関係を示すが、規範モデルのパラメータ α_1, α_2 が未定なので (a, T_r)

の組み合わせは1通りには決まらない。このうち、目標値と帰還量との時間差比較で、その時間差 T_r を最小とするように α_1, α_2 値を決めるとき、目標値応答が最も速いか、または、その近傍にあると考えるのが自然である。これを本フィルタ設計における最適設計の指針とする。

[設計指針]

$$T_r = \min_{0 < a < 1} \{T_r\} \text{ in all } (\alpha_1, \alpha_2) \text{ of model } M(s) \quad (19)$$

のように、「 T_r を最小とするような本フィルタの設定パラメータの最適な1組 (a, T_r) を得ること」とする。

目標値フィルタ $F(s)$ と閉ループ伝達関数 $W(s)$ の双方の極ゼロ相殺がないと仮定して、(19) 式を適用する。

規範モデルについて従来種々考えられてきた⁽⁸⁾⁽¹¹⁾⁽²⁷⁾が、ここでは、ステップ応答においてオーバーシュートのない場合とわずかに許容する場合の2例を扱う。

〈3・2・1〉 Binomial モデル オーバーシュートを生じない Binomial モデルを

$$M(s) = e^{-sL} / (s\sigma + 1)^m \quad (20)$$

と置く。次数 m は、(7) 式で表わされる分母系列表現に変換する前の有理多項式表現における閉ループ伝達関数 $W(s)$ の分母と分子との次数の差に等しくとる。(9) 式との係数合わせから

$$\alpha_1 = m\sigma \quad (21-1)$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{2}m(m-1)\sigma^2 \quad (21-2)$$

なお、(16) 式より $N=2$ なので $\alpha_3, \alpha_4, \dots$ はゼロである。これら(21) 式を(18) 式に代入し、 $0 < a < 1$ の条件のもとに σ を消去すれば、つぎのような a と T_r の関係を得る。

$$T_r = [p_1 \pm \{p_1^2 + (2mp_2 - [m-1]p_1^2)b/(1-a)\}^{1/2}] / b \quad (22-1)$$

ただし、

$$b \equiv m(1+a) - (1-a) \quad (22-2)$$

なお、複号については $T_r > 0$ の方を探る。

つづいて、(19) 式により最適な (a, T_r) の1組を得る。この結果と(18)、(21) 式とにより、規範モデル(20) 式の未知パラメータ σ がモデルの最適値として確定する。

〈3・2・2〉 Kitamori モデル⁽⁸⁾⁽¹¹⁾⁽²⁷⁾ Kitamori モデルは Butterworth モデル⁽¹⁸⁾ にごく近い特性をもち、ステップ応答特性にわずかのオーバーシュートを示す。これは特性根として複素根をもち、その特性が Binomial モデルと対極に位置する。Bessel モデルや ITAE minimum モデル等はその中間の特性をもつ⁽¹¹⁾ ので、ここでは、〈3・2・1〉の Binomial モデルと対極にある Kitamori モデルをオーバーシュートを許す代表として取り上げる。いま解析して

図4 2自由度制御系のブロック線図

Fig. 4. Two-degrees-of-freedom control system.

いる近似次数は(16) 式のように2次であるから、このモデルも展開次数を2次までとする。すなわち、

$$M(s) = \frac{e^{-sL}}{1 + \sigma s + \frac{1}{2}\sigma^2 s^2} \quad (23)$$

(9) 式と比較して

$$\alpha_1 = \sigma \quad (24-1)$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{2}\sigma^2 \quad (24-2)$$

これら(24) 式を(18) 式に代入したのち σ を消去すれば、

$$T_r = \frac{1}{2(1+2a)} [p_1 \pm \{p_1^2 - 4\frac{1+2a}{1-a}(p_1^2 - 3p_2)\}^{1/2}] \quad (25)$$

このあとの処理は前モデルと同様に行う。

〈3・3〉 設計例 制御対象として次のようなむだ時間 L を含むサーボ系を考える。

$$G(s) = Ke^{-sL} / \{s(sT_0 + 1)\} \quad (26)$$

時間差比較目標値フィルタ $F(s)$ は〈3・2〉に述べた $N=2$ の場合を扱う。目標値フィルタは帰還ループの外にあるので、目標値追従性以外の利得余裕や外乱応答の軽減やロバスト性などの諸特性はループ内の別のコントローラ $G_c(s)$ で独立に調節される。以上で構成される2自由度制御系のブロック線図を図4に示す[†]。 u は制御対象の入力であり、外乱 d は制御対象の直前に入るものとする。

上述のように $F(s)$ と $G_c(s)$ は互いに独立に調節できるので、時間差比較の効果を検証するのに $G_c(s)$ は任意に選べる。今回、 $G_c(s)$ に、次式で示されるPID制御器を用い、利得余裕を希望値に設定しながら、専ら外乱応答を最も軽減させるように調節させる例を考える。

$$G_c(s) = K_P \{1 + 1/(sT_I) + sT_D\} \quad (27)$$

閉ループ伝達関数 $W(s)$ は図4より

$$W(s) = \frac{G_c(s)G(s)}{1 + G_c(s)G(s)} \quad (28)$$

であり、(7) 式の方母系列表現形式に変換してつぎの係数を得る。

$$p_1 = -L \quad (29-1)$$

$$p_2 = \frac{1}{2}L^2 + T_1/(K_P K) \quad (29-2)$$

[†]これは、U.S. Patent No.5,182,703 (1993) を取得している。

ただし、(7)式の分母関数に含まれるむだ時間要素の項はテーラー展開してある。

(29)式を、Binomialモデルの場合は(22)式に、Kitamoriモデルの場合は(25)式にそれぞれ代入して本フィルターの調節パラメータ a と T_r の関係を求め、(19)式的设计指針によって最適な (a, T_r) の1組の組み合わせを求める。

制御対象 $G(s)$ については2例を取り上げて、それぞれにつき本フィルターの設計を行い、設計基準(19)式の妥当性を検証するとともに、従来の2自由度制御による特性と比較検討することにする。いずれも、むだ時間 L をきわめて大きくとって、厳しい設計条件を選ぶ。なお、すべての特性時間と時刻を制御対象のゲイン係数 K の逆数 K^{-1} （サーボ系なので単位は時間である）で規格化することにする。

〈3・3・1〉 設計例1 制御対象の定数が

$$(K, T_0, L) = (1, 1, 3) \dots\dots\dots (30)$$

の場合を扱う。

利得余裕を5dB（通常の設定値よりかなり低い）が、試験的に目標値追従性の厳しい条件を選んだ）に保ちつつ外乱応答が振動成分を最小にしながらか圧縮されるようにPID制御器のパラメータ K_P, T_I, T_D を調節する。このとき、 $W(s)$ の極は実数、または、実数近傍にある。この調節は、図4の2自由度制御の構成により、本フィルターのパラメータと全く独立にできる。この調節方法の例は文献(4)、(9)にも述べられているが、我々は、FILT (fast inversion of Laplace transform) 法^{(19)~(21)}によるコンピュータ・シミュレーションによって試行的に調節した。この結果の外乱応答を図5に示す。図中、 y_d, u_d は、それぞれ、制御対象の出力、および、入力を示す。なお、デジタル化による離散的状态方程式によるコンピュータ・シミュレーションも行い、サンプル時間を無限小に限りなく近づけたときの応答と比べると、FILT法で得た場合との誤差が1%以内に収まっているのを確かめている。従って、FILT法による計算誤差が十分小さいと判断されるので、以降のシミュレーションはこのFILT法によった。

こうして、PID制御器のパラメータ設定値としてつぎの値を得た。

$$(K_P, T_I, T_D) = (0.29, 11.5, 1.52) \dots\dots\dots (31)$$

(i) [Binomialモデルの場合] この設計例では、(28)式の閉ループ伝達関数 $W(s)$ の分母と分子との次数の差は1である（分子の e^{-sL} を除外して）ことを簡単に行うことができる。よって、〈3・2・1〉の記述により

$$m = 1 \dots\dots\dots (32)$$

(30)、(31)、(32)式各数値を(29)式に代入したのち(22)式を計算する。これをグラフで表わすと、本フィルターの調節パラメータ a, T_r 相互の関係が図6の曲線aのようになる。図中の●点、および、曲線bの説明は次節にゆずる。

図5 ステップ状外乱応答 y_d が最小になるようにPID制御器を調節したときの外乱応答

Fig. 5. Output y_d and input u_d responses to a step-like disturbance d when PID controller is adjusted so as to reduce the output y_d to a minimum size.

図6 むだ時間 $L=3$ の場合のBinomial modelモデルにおいて、(22)式による理論曲線とコンピュータ・シミュレーションで得た最適値●との比較。曲線aおよびbは、それぞれ $T_0=1$ 、および $T_0=5$ の場合を示す

Fig. 6. Comparison between theoretically predicted curves of Eq. (22) and the uppermost adjustment points ● by computer simulation in the Binomial model with dead-time $L=3$. Curves a and b indicate in the cases of $T_0=1$ and $T_0=5$, respectively.

(ii) [Kitamoriモデルの場合] (30)、(31)式各数値を(29)式に代入したのち(25)式を計算する。これをグラフ化すれば図7の曲線を得る。図中の●点の説明は次節にゆずる。

〈3・3・2〉 設計例2 制御対象の定数が

$$(K, T_0, L) = (1, 5, 3) \dots\dots\dots (33)$$

の場合を考える。

前例と同様に、利得余裕を5[dB]に保って、外乱応答が最圧縮されるようにPID制御器のパラメータを調節する。この結果、この設定値はつぎのようになった。

$$(K_P, T_I, T_D) = (0.33, 16.0, 3.80) \dots\dots\dots (34)$$

図7 $L=3$ かつ $T_0=1$ の場合の Kitamori model モデルにおいて、(25) 式による理論曲線とコンピュータ・シミュレーションで得た最適値との比較

Fig.7. Comparison between theoretically predicted curve of Eq.(25) and several adjustment points • obtained by computer simulation in the Kitamori's model with $L=3$ and $T_0=1$.

Binomial モデルにおいて、(32), (33), (34) 式の各数値を (29) 式に代入したのち (22) 式を計算する。これをグラフ化すれば、図6の曲線bを得る。図中の●点の説明は次節にゆずる。

4. コンピュータ・シミュレーションによる検証

〈4・1〉 目標値応答の改善効果 本フィルターによる最適設計をコンピュータ・シミュレーションにより行い、前節〈3・3〉の計算結果を検証するとともに、従来の2自由度制御に比べて最もよく目標値応答が改善できることを示す。

前節〈3・3・1〉の設計例1の場合、PID 調節器のパラメータは (31) 式で確定している。つぎに、本フィルターのパラメータ (a, T_r) を、ステップ状目標値応答が最速で、かつ、オーバーシュートのない臨界制動か、または、そのごく近傍に来るよう、コンピュータ・シミュレーションによって試行的に求めた。このときの本フィルターによる目標値応答を図8の曲線aで示す。 y_r は制御対象の出力で、時刻 t は制御対象のむだ時間 L で規格化した。比較のために従来の2自由度制御法による応答をb, c, d, eで示した。いずれも、利得余裕を5dBに統一してある。bはFF (Feed-Forward) 型2自由度制御⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾, cは複合フィルター型2自由度PID制御⁽⁵⁾, dは2自由度制御をより完全にするためにフィードフォワードを付加したI-PD制御⁽¹¹⁾, および、eは単純なI-PD制御⁽⁸⁾である。また、fは2自由度制御を取り去った場合を示す。なお、一般のFB (Feed-Back) 型2自由度制御や要素分離型2自由度制御は、FF型2自由度制御と等価変換により一致する⁽¹⁰⁾ので比較から省いた。図8より、本方法はFF型の方法と並んで他の方法よりすぐれていることがわかる。しかし、FF型のフィードフォワードには微分要素を含むので実システムに不向きな場合が生じるのに対して、本方法は微分要素を含まず、よりよい方法

図8 $L=3$ のときのステップ状目標値応答 y_r 曲線aは本方法⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾, bはFF (Feed-Forward) 型2自由度制御⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾, cは複合フィルター型2自由度PID制御⁽⁵⁾, dはフィードフォワードを付加したI-PD制御⁽¹¹⁾, eは単純なI-PD制御⁽⁸⁾, fは2自由度制御を取り去った場合。いずれも、利得余裕を5dBに統一してある。

Fig.8. Output responses y_r to a step-like desired value in which the each curve indicates the response in the case with the use of (a) the filter with the time-difference comparison⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾, (b) a feed-forward type two-degrees-of-freedom controller⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾, (c) a two-degrees-of-freedom controller with compound filters⁽⁵⁾, (d) I-PD controller with a feed-forward⁽¹¹⁾, (e) the original type of I-PD controller⁽⁸⁾ and (f) no two-degrees-of-freedom controller, respectively when $L=3$.

といえる。

本方法は複合フィルター型2自由度PID制御に類似した部分があるが、この方法は本方法の T_r に相当する量がPID制御器のパラメータに関係して固定されるのに対して、本方法は、どのようなフィードバック制御系に対してもその閉ループ伝達関数 $W(s)$ が与えられれば適用でき、 $W(s)$ に基づいて T_r 値が決定される点で異なる。一方、他の方法はどれも本方法とパラメータの間の直接的関連性はない。単純なI-PD制御〔曲線e〕は、調節パラメータを利得余裕が5dBになるよう、かつ、外乱応答が最圧縮されるように設定したことにより完全な2自由度制御にならなかったため目標値応答に最も遅れを生じたが、フィードフォワードを付加したI-PD制御〔曲線d〕はそれが改善されている。

つぎに、制御対象のむだ時間だけを $L=5$ に変更してより厳しい条件〔設計例2〕のもとでの目標値応答を、本方法とFF型2自由度制御のそれと比較して示すと図9のようになった。ただし、曲線a, b, cは、それぞれ、本方法、FF型2自由度制御、2自由度制御を取り去った場合を示す。この図から、本方法はFF型のそれに比較しても目標値追従性にすぐれていることがわかる。

以上、本方法は従来のどの2自由度制御に比べてすぐれているといえる。

図 9 $L=5$ のときのステップ状目標値応答。曲線 a は本方法⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾, b は FF 型 2 自由度制御⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾, c は 2 自由度制御を取り去った場合。いずれも、利得余裕を 5 [dB] に統一してある。

Fig. 9. Output response to a step-like desired value in which the each curve indicates the response in the case with the use of (a) the filter with the time-difference comparison⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾, (b) a feed-forward type two-degrees-of-freedom controller⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾ and (c) no two-degrees-of-freedom controller, respectively when $L=5$.

(a) $a=0.4$ の場合
(a) in the case of $a=0.4$

(b) $a=0.3$ の場合
(b) in the case of $a=0.3$

図 10 最適近傍における別の (a, T_r) の組み合わせに対するステップ状目標値応答の 2 例

Fig. 10. Two examples of responses in the other neighboring combination of (a, T_r) near the optimal one, as plotted in Fig. 7.

設計例 1 において、図 8 の応答 a を与えるときのパラメータ (a, T_r) が最適の組み合わせと考えられるが、これを図 6 中に示すと、曲線 a のすぐ下にある ● 点になる。この ● 点は、(22) 式で与えられる理論的設計曲線 a に近いだけでなく、この曲線の最小点に位置していることが分かる。すなわち、このことは、本方法の設計方針 (19) 式が妥当であることを示している。

設計例 2 の場合も同様にして図 6 中の曲線 b 上の ● 点を得る。これは前節の設計結果である曲線 b の最小点近くにあり、やはり、本方法の設計方針 (19) 式が妥当であることを示している。

設計例 1 において、最適な組み合わせも含め、この近くの他の (a, T_r) の組み合わせをいくつかプロットしたものが図 7 中の複数の ● 点である。これを見ると、 $a > 0.4$ を除き、Kitamori モデルによる設計曲線 (25) 式によく一致していることがわかる。しかし、 T_r 最小点は不明確である。また、このうちの 2 点を例にとった目標値応答を図 10 に示す。

以上より、最適な (a, T_r) の 1 組は Binomial モデルから図 6 の最小値として得られるが、それ以外の最適近傍の (a, T_r) の組み合わせは、図 7 に示すように、Kitamori モデルに従っていることがわかる。前節〈3.3.2〉の設計例 2 についても同様であった。これ以外の設計例でも同様の結果が得られている。

〈4.2〉 2 つのモデルの比較 前節の結果から、つぎのことがいえる。

最適な (a, T_r) の 1 組は臨界制動モデルから得られ、 (a, T_r) の最適な 1 組を含めた広い範囲の最適近傍の組み合わせは

Kitamori モデルに従って予見できることが分かる。

〈4.3〉 システム定数と調節パラメータとの関係 図 6 をみてわかるように、計算で求めた T_r 曲線がコンピュータ・シミュレーションによって得た値 (● 点) と 4% 以内で一致していることから、本方法は、 a と T_r の 2 個だけのパラメータで、充分、目標値応答改善の設計が可能であることを示している。なお、(29) 式の 2 式ともに T_O と T_D を含んでいない。このことは、前節〈3.3〉の設計例において、(29) 式に記さなかったが、 T_O は p_3 に、 T_D は p_4 に初めて現われる。これより、 T_O は 3 次の、 T_D は 4 次の次数で効き始めることを意味し、今回のような 2 次の設計例では T_O と T_D 値は関係していない。外乱応答圧縮の調節には T_O と T_D が直接関係している。(29) 式をみてわかるように、今回の目標値応答改善の設計では、制御対象のむだ時間 L 、および、PID 制御器の実質的積分時間 T_I/K_P と制御対象の積分時間 K^{-1} との積 $T_I/(K_P K)$ 、この 2 者が目標値追従性の主役となっていることがわかる。

〈4.4〉 設計方針 (19) 式の検討 図 6 において T_r の最小値が存在していることから、binomial モデルは設計方針 (19) 式が適用可能といえる。これは、〈3.3.1〉に述べたように、外乱応答を最圧縮する際に閉ループ伝達関数 $W(s)$ の極がほとんど実数値に設定されたことと、第 2 節において目標値フィルター $F(s)$ の極を実数と指定したことと一致する。

一方、Kitamori モデルは、図 7 に示すように T_r の最小点近傍が幅をもって示される。この理由は、Kitamori モデルが複素極をもつものに対して、目標値フィルター $F(s)$ の

極を実数に限定したことからくる差異にあると考えられる。Kitamori モデルを有効に適用できるためには、目標値フィルター $F(s)$ も複素極をもつように指定して設計変更する必要がある、今後の課題となる。

本補償法の適用限界を調べるために、調節パラメータ (a, T_r) のシミュレーションで得た値と計算値との比をとって示した例を付録 2 に示す。この中に示した表から、広範囲の L/T_0 において本補償法が適用可能といえる。より厳しくみれば、 $L=5$ の場合で $L/T_0 \geq 5$ のときにパラメータ a の値がシミュレーションと計算値でやや差を生ずるが、 L/T_0 の適用限界は不明確で確定できない。また、今回のシステムに PID 制御器を用いているので理論的限界を定めることが難しく、これも今後の課題となる。

まとめとして、目標値フィルター $F(s)$ のパラメータ最適設計値 (a, T_r) の 2 次近似での一般形を示す。

(22) 式と (32) 式、および、設計指針 (19) 式より、

$$T_r = [p_1 + \{p_1^2 + 4p_2a/(1-a)\}^{1/2}]/(2a) \quad \dots\dots\dots (35-1)$$

および、

$$(1-a)^2(2aT_r - p_1)T_r = p_2 \quad \dots\dots\dots (35-2)$$

の両式が同時に成立することである。この解 (a, T_r) を求めることは解析的に不可能なので、図 6 のように (35-1) 式をグラフ化して得られた曲線の最小値を求める。PID 制御器を用いたサーボ系の場合、 p_1, p_2 は (29) 式で与えられる。

5. あとがき

時間差比較を導入した目標値フィルターを提案し、外乱応答の軽減のための PID 制御器と組み合わせて 2 自由度制御を構成した。目標値フィルターのパラメータとして最も単純な 2 個のパラメータ a と T_r を用いた場合の目標値追従性を調べた。その結果、目標値追従性の最適設計指針 (19) 式によって 2 次の誤差範囲内で目標値追従性の最適化を実現できることを図 6 より検証した。その場合の関係式は (35) 式で与えられる。制御対象を 2 例与えた各設計例で、本目標値フィルターを用いた 2 自由度制御が従来のどの 2 自由度制御に比べて目標値追従性がすぐれていることを、図 8 および図 9 で明らかにした。

本方法がより広範囲の制御器や制御対象に対しても有効か否かは今後の課題である。また、配分率が $a > 1$ の場合、高次の時間差比較器を用いる場合、および、規範モデルの高次化に対する特性解析も必要である。さらに、設計指針 (19) 式の一般化への拡張と本方法のデジタル化も必要である。

外乱応答改善のためのコントローラとして PID 制御器を例に用いたが、どのようなコントローラでも汎用的に本フィルターと組み合わせることが可能であろう。特に、LQ 最適制御⁽²²⁾⁽²³⁾への適用は、評価関数のパラメータ⁽²⁴⁾⁽²⁵⁾の再設計による諸特性の改善に、また、 H^∞ 制御等⁽²⁶⁾への

の適用にも未知の可能性が期待される。

(平成 14 年 4 月 30 日受付, 平成 14 年 9 月 26 日再受付)

文 献

- (1) K. Suyama: "A Practical Design Method for PID Control Systems", *Trans. SICE*, Vol.29, No.2, pp.236-238 (1993-2) (in Japanese)
陶山貢市:「PID 制御系の実用的な一設計法」, 計測自動制御学会論文誌, 29, 2, pp.236-238 (1993-2)
- (2) T. Yamamoto and M. Kaneda: "A Design of Self-Tuning PID Controllers Based on the Generalized Minimum Variance Control Law", *Trans. ISCIE*, Vol.11, No.1, pp.1-9 (1998-1) (in Japanese)
山本 透・兼田雅弘:「一般化最小分散制御則に基づくセルフチューニング PID 制御器の一設計」, システム制御情報学会論文誌, 11, 1, pp.1-9 (1998-1)
- (3) T. Yamamoto, H. Ishihara, and S. Omatu: "Construction of PID Control System Based on Generalized Minimum Variance Control", *Trans. ISCIE*, Vol.3, No.7, pp.205-211 (1990-7) (in Japanese)
山本 透・石原弘一・大松 繁:「一般化最小分散制御に基づいた PID 制御の設計」, システム制御情報学会論文誌, 3, 7, pp.205-211 (1990-7)
- (4) R. Kuwata: "An Improved Ultimate Sensitivity Method and PID: I-PD Control Characteristics", *Trans. SICE*, Vol.23, No.3, pp.232-239 (1987) (in Japanese)
桑田龍一:「改良形限界感度法と PID; I-PD 制御の特性」, 計測自動制御学会論文誌, 23, 3, pp.232-239 (1987-3)
- (5) K. Hiroi and Y. Togari: "Two Degrees of Freedom PID Algorithm with Compound Filter", *Trans. SICE*, Vol.27, No.4, pp.402-408 (1991-4) (in Japanese)
広井和男・戸辺吉孝:「複合フィルタ形 2 自由度 PID アルゴリズム」, 計測自動制御学会論文誌, 27, 4, pp.402-408 (1991-4)
- (6) Y. Zhao and H. Kimura: "Two-Degree-of-Freedom Dead-Beat Control with Robustness", *Int. J. Control*, Vol.48, No.1, pp.303-315 (1988-1)
- (7) M. Ito and K. Abe: "On Model Matching Design of Two-Degree-of-Freedom Control Systems", *Trans. SICE*, Vol.23, No.10, pp.1103-1105 (1987-10) (in Japanese)
伊藤正紀・阿部健一:「モデルマッチング法による 2 自由度制御系の設計」, 計測自動制御学会論文誌, 23, 10, pp.1103-1105 (1987-10)
- (8) 北森俊行:「PID 制御システムの設計」, 計測と制御, 19, 4, pp.382-391 (1980-4)
- (9) H. Taguchi, M. Doi, and M. Araki: "Optimal Parameters of Tow-Degrees-of-Freedom PID Control Systems", *Trans. SICE*, Vol.23, No.9, pp.889-895 (1987-9) (in Japanese)
田口秀文・土居正照・荒木光彦:「2 自由度 PID 制御系の最適パラメータ」, 計測自動制御学会論文誌, 23, 9, pp.889-895 (1987-9)
- (10) 荒木光彦:「2 自由度制御系-I—PID・微分先行・I-PD 制御系の統一の見方などについて—」, システムと制御, 29, 10, pp.649-656 (1985-10)
- (11) 重政 隆・飯野 穰・神田雅江:「2 自由度 PID コントローラのオートチューニング方法」, 計測と制御, 27, 4, pp.305-311 (1988-4)
- (12) S. Hara and F. Funazaki: "A Design Method of I-PD Type Controller by Dominant Pole Assignment", *Trans. SICE*, Vol.19, No.9, pp.753-755 (1983-9) (in Japanese)
原 辰次・船崎文博:「主要極配置による I-PD 型補償器の設計法」, 計測自動制御学会論文誌, 19, 9, pp.753-755 (1983-9)
- (13) E. Furutani and M. Araki: "On-Line Identification of Open-Loop Frequency Response and Two-Degree-of-Freedom Design Method of PID Control Systems", *Trans. ISCIE*, Vol.11, No.1, pp.41-49 (1998-1) (in Japanese)
古谷栄光・荒木光彦:「開ループ周波数応答のオンライン同定と 2 自由度 PID 制御系の自動調整法」, システム制御情報学会論文誌, 11, 1, pp.41-49 (1998-1)
- (14) N. Yamamoto: "Time-Difference Comparison Method of Control Systems", *The 30th united meetings of automatic controls in Japan*, pp.185-186 (1987) (in Japanese)
山本信雄:「制御系の汎用性時間差比較補償法」, 第 30 回自動制御連合講演会(前編), pp.185-186 (1987)
- (15) N. Yamamoto: "Feed-forward Compensation Cooperating with Internal Model and Time-Differential Comparison Com-

pensation of Feedback Control", Reprint of the Signals Systems Control Symposium, JAACE, pp.25-28 (1988) (in Japanese)

山本：内部モデル協調型フィードフォワードおよび汎用性時間差比較補償法，日本自動制御学会シグナル・システムコントロール・シンポジウム講演論文集，pp.25-28 (1988)

- (16) T. Kitamori: "A Method of Control System Design Based upon Partial Knowledge about Controlled Processes", Vol.15, No.4, pp.549-555 (1979-4) (in Japanese)
北森俊行：「制御対象の部分的知識に基づく制御系の設計法」，計測自動制御学会論文集，15，4，pp.549-555 (1979-4)
- (17) 市川邦彦：「Exact Model Matching の考え方と方法」，計測と制御，26，11，pp.977-984 (1987-11)
- (18) 武部 幹・篠崎壽夫・寺本三雄：応用回路網学，pp.216-218，朝倉書店 (1972)
- (19) 細野敏夫：BASIC による高速ラプラス変換，pp.4-41，共立出版 (1984)
- (20) 細野敏夫：「数値ラプラス変換 [I]」，電子通信学会誌，65，8，pp.849-854 (1982-8)
- (21) 細野敏夫：「数値ラプラス変換 [II]」，電子通信学会誌，65，9，pp.978-984 (1982-9)
- (22) 美多 勉：デジタル制御理論，pp.149-188，昭晃堂 (1986)
- (23) T. Takeda and T. Kitamori: "A Design Method of Linear Multi-Input-Output Optimal Tracking Systems", Trans. SICE, Vol.14, No.4, pp.359-364 (1978-4) (in Japanese)
武田常広・北森俊行：「線型多入出力最適追従制御系の設計法」，計測自動制御学会論文集，14，4，pp.359-364 (1978-4)
- (24) M. Ikeda and N. Suda: "Synthesis of Optimal Servo-systems", Trans. SICE, Vol.24, No.1, pp.40-46 (1988-1) (in Japanese)
池田雅夫・須田信英：「積分型最適サーボ系の構成」，計測自動制御学会論文集，24，1，pp.40-46 (1988-1)
- (25) K. Yasuda, T. Nohara, and M. Ikeda: "Synthesis of Type-1 Optimal Digital Servo-systems", Trans. ISICE, Vol.2, No.6, pp.200-209 (1989-6) (in Japanese)
安田一則・野原龍男・池田雅夫：「デジタル制御による 1 型最適サーボ系の構成」，システム制御情報学会論文誌，2，6，pp.200-209 (1989-6)
- (26) 真鍋俊治：「古典制御，最適制御， H^∞ 制御の統一的解釈」，計測と制御，30，10，pp.941-946 (1991-10)
- (27) T. Shigemasa, Y. Takagi, Y. Ichikawa, and T. Kitamori: "A Practical Reference Model for Control System Design", Trans. SICE, Vol.19, No.7, pp.592-594 (1983-7) (in Japanese)
重政 隆・高木康夫・市川義則・北森俊行：「制御系設計のための実用的な汎用参照モデル」，計測自動制御学会論文集，19，7，pp.592-594 (1983-7)
- (28) 前田 肇・杉江俊治：アドバンスド制御のためのシステム制御理論，システム制御情報学会編，pp.56-72，朝倉書店 (1992)

付 録 1

まえがきに述べたように，規範モデルの伝達関数を前置補償フィルターとし，制御対象の逆関数をフィードフォワードに用いて極ゼロ相殺により全系を規範モデルに一致させる数学的方法⁽²⁸⁾があるが，実用上の適用が困難であるか，または，実システムへの適用限度内であっても応答特性が本方法に劣ることを以下に示す。この方法のブロック線図⁽²⁸⁾を付図 1 に等価変換して示す。制御対象 $G(s)$ は (26) 式とする。

同図より，目標値 r から出力 y までの伝達関数は極ゼロ相殺でモデル $M(s)$ に等しくなり，原理的に任意のモデルに設計可能となる。今回，フィードフォワードにある制御対象 $G(s)$ の逆関数 $G(s)^{-1}$ は (26) 式より，

$$G(s)^{-1} = \{s(T_O + 1)\} / (K e^{-sL}) \dots \dots \dots (\text{付 1})$$

のように分子に 2 次，分母にむだ時間があるため，フィードフォワードの伝達関数 $G(s)^{-1}M(s)$ が最小次数でプロパー

付図 1 Exact model matching 法

app. Fig. 1. Exact model matching system.

(a) 本方法の目標値応答

(a) in the case of our proposal method

(b) 付図 1 の Exact model matching 方法による目標値応答

(b) in the case of the exact model matching method in app. Fig. 1

付図 2 本方法と付図 1 による exact model matching 法との目標値応答比較

app. Fig. 2. Comparison between the exact model matching method in app. Fig. 1 and our proposal one.

になるためには，モデル $M(s)$ はむだ時間 e^{-sL} をもち，かつ，最小次数で 2 次の系でなければならない。Binomial モデルを適用すれば

$$M(s) = e^{-sL} / (\sigma + 1)^2 \dots \dots \dots (\text{付 2})$$

となり，本文のモデル次数 m が (32) 式のように 1 次であったのに対して上式は 2 次となり，この時点で遅れが大きくなることが予想される。上 2 式からフィードフォワードは，

$$G(s)^{-1}M(s) = \{s(T_O + 1)\} / (\sigma + 1)^2 \dots \dots \dots (\text{付 3})$$

これより，応答を速く設定しようとしてモデルの遅れ時間 σ を小さくすればする程，フィードフォワード $G(s)^{-1}M(s)$ の微分動作が顕著になり実用上好ましくない。また，設定した $G(s)^{-1}$ と実システムの制御対象の逆関数とに生じるわずかの誤差でも，全体の伝達関数をモデル $M(s)$ から大きく逸脱させる危険性もある。もちろん，入力（操作量）の

過大も招く。

そこで、本論の設計例に示したような応答の速さ近傍になるように(付1)式の σ を設定したとき、Exact model matching法と本方法との比較を行う。その結果、付図2に示すように、整定時間は、Exact model matching法の方が遅く、入力(操作量) u のピーク値も過大である。

整定時間を同じに設定した場合は、より一層 u 値が増大するので好ましくない。その上、Exact model matching法は制御対象の逆関数を制御器として用いているためにパラメータの調節が難しい。

結局、本方法は付図1のExact model matching法より、実システムへの適用において、すぐれているといえる。

付 録 2

調節パラメータ(a, T_r)のシミュレーションで得た値と計算値との比のデータ例を $L=3$ と $L=5$ の各場合につき、それぞれ、付表1と付表2に示す。ただし、本文と同様に利得余裕を5dBとした。

これらの表から広範囲の L/T_0 において提案の補償法が適用可能といえる。より厳しくみれば、 $L=5$ の場合で $L/T_0 \geq 5$ のときにパラメータ a の値がシミュレーションと計算値でやや差を生ずるが、 L/T_0 の適用限界は不明瞭で確定できない。

付表1 $L=3$ における調節パラメータ(a, T_r)のシミュレーション値と計算値との比

app. Table 1. Ratios of simulation to calculation values of a and T_r in the case of $L=3$.

L/T_0	15	6	3	1.5	0.6
$\frac{a(\text{simulation})}{a(\text{calculation})}$	1.00	1.04	0.99	0.94	0.89
$\frac{T_r(\text{simulation})}{T_r(\text{calculation})}$	1.06	1.00	0.95	1.05	1.01

付表2 $L=5$ における調節パラメータ(a, T_r)のシミュレーション値と計算値との比

app. Table 2. Ratios of simulation to calculation values of a and T_r in the case of $L=5$.

L/T_0	25	10	5	2.5	1
$\frac{a(\text{simulation})}{a(\text{calculation})}$	1.35	1.27	1.21	1.05	0.92
$\frac{T_r(\text{simulation})}{T_r(\text{calculation})}$	1.05	1.03	1.03	1.03	1.04

山 本 信 雄 (正員) 1942年8月24日生まれ。72年3月東北大学大学院工学研究科博士課程電子工学専攻単位取得退学。73年日本学術振興会奨励研究員。74年茨城工業高等専門学校電気工学科講師、助教授を経て、94年教授、現在に至る。工学博士。プラズマ・核融合学会、電子情報通信学会、計測自動制御学会会員。

大 内 等 (正員) 1941年11月19日生まれ。65年3月茨城大学工学部電気工学科卒業。同年茨城工業高等専門学校電気工学科助手、現在に至る。