時変ゲイン型制御器の効率的設計と振動系の位置決め制御

正 員 原 進*

Efficient Design of Time-Varying Gain Type Controller and
Positioning Control of Vibration Systems

Susumu Hara*, Member

This study proposes an efficient design method of time-varying gain type controller and its application to the positioning control of vibration systems. This method solves a time-varying Riccati equation and the responses of a controlled object simultaneously. Moreover, this study utilizes the random search technique for the tuning of the time-varying weights in the Riccati equation and realizes the efficient controller design under many control constraints.

キーワード：位置決め，振動制御，時変ゲイン，ランダムサーチ，制御制約

Keywords: positioning, vibration control, time-varying gain, random search, control constraint

1. はじめに

振動系の位置決め制御問題に対し，「非定常最適レギュレータ」と呼ばれる，時変重みを含む評価関数に基づいた最適レギュレータの研究が見られる⁽¹⁾⁻⁽³⁾。本手法は目標軌道設計なしに，1 自由度制御系で優れた軌道を生成できる。

しかし，多くの場合，時変重みの設定が試行錯誤的なチューニングに依存していた。著者は GA を用いたチューニング法を提案したが⁽²⁾，最適化に時間を要し，制御対象のパラメータや位置決め条件が頻繁に変化する問題には適用し難い。この原因は最適化に順時間方向の応答計算が必要であり，かつ時変 Riccati 方程式を逆時間方向に解き，時変ゲインをあらかじめ求めておかなければならないことによる。

本研究では，時変ゲイン型制御器の新しい効率的設計法を提案する。具体的には，順時間方向に解く時変 Riccati 方程式の解を用いた制御則を考え，それにランダムサーチを併用する。本手法は最適レギュレータではないが，応答は非定常最適レギュレータ同様となる。時変 Riccati 方程式の計算と応答計算が同じ順時間方向で行われるので適応度の低い候補を効率良く除去し，多くの候補から最適な設定を発見できる。数値計算により本手法の有用性を確認した。

2. 時変ゲイン型制御器の設計法

1 制御入力制御対象が次式で与えられるものとする。

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t) \cdots \cdots (1)$$

$x(t)$, $u(t)$ はそれぞれ状態と制御入力を意味する。非定常最

適レギュレータとは，(1) 式に対し，次の時変評価関数

$$J = \int_0^{t_f} [x^T(t)Q(t)x(t) + r(t)u^2(t)] dt \cdots \cdots (2)$$

に基づく最適レギュレータを意味している⁽²⁾。制御入力は

$$u(t) = -f_b(t)x(t), \quad f_b(t) = r^{-1}(t)b^T P(t) \cdots \cdots (3)$$

の状態フィードバック形式となり， $f_b(t)$ は時変フィードバックゲインである。 $P(t)$ は次の時変 Riccati 方程式

$$-\dot{P}(t) = P(t)A + A^T P(t) - P(t)br^{-1}(t)b^T P(t) + Q(t) \\ P(t_f) = 0 \cdots \cdots (4)$$

の正定解である。この手法の設計では，まず終端時刻 t_f を制御目的が十分達成されると思われる時間帯の後に選ぶ。そして， $P(t_f) = 0$ として，時変重み $Q(t)$ と $r(t)$ を適当に与えながら逆時間方向 ($t_f \rightarrow 0$) に (4) 式を解く。求めた解 $P(t)$ から (3) 式により制御入力 $u(t)$ を求め，制御対象 (1) に与えて，順時間方向 ($0 \rightarrow t_f$) の計算から応答を求める。もしも，応答が不適切であれば $Q(t)$ や $r(t)$ の設定を変更し，2 種類の時間方向の計算を繰り返さなければならない⁽⁴⁾。

本研究では，(4) 式を (1) 式と同じ順時間方向に計算することを考える。具体的には，時変重み $Q(t)$, $r(t)$ を (4) 式とは逆の時間方向（すなわち順時間方向）に与えながら計算し，求める時変フィードバックゲインを用いて (1) 式の応答計算を同時に行う。すなわち，次の時変 Riccati 方程式

$$\frac{dP'(\tau)}{d\tau} = P'(\tau)A + A^T P'(\tau) \\ - P'(\tau)br'^{-1}(\tau)b^T P'(\tau) + Q'(\tau) \cdots \cdots (5)$$

を， $Q'(\tau) = Q(t = \tau)$, $r'(\tau) = r(t = \tau)$ の条件のもとで解き，

$$u(t) = -r'^{-1}(\tau = t)b^T P'(\tau = t)x(t) \cdots \cdots (6)$$

* 豊田工業大学電子情報系

〒468-8511 名古屋市天白区久方 2-12-1

Division of Electronics and Information Engineering,

Toyota Technological Institute

2-12-1, Hisakata, Tempaku-ku, Nagoya 468-8511

を制御入力として (1) 式に与える。 $P'(0)$ には、 $Q'(0), r'(0)$ を与えて求まる一般的な時不変 Riccati 方程式の解を与える。本手法は最適レギュレータとはならず、単なる時変ゲイン型のフィードバック制御にすぎない。しかし、制御本来の目的を考えると、設計者にとって都合のよい軌道が容易に求まることも重要であり、実際の現場においては特に優先される。本手法によっても、時変重みにより設計者の意図を反映する軌道が得られ、かつ順時間方向の計算のみで実現される。ゆえに、時変重み設定の不適切さが応答に現れた場合は (1), (5) 式の計算を打ち切り、別の重みを選択できるため計算時間を短くできる。これにより十分に幅広い範囲の多くの候補から最適な候補を得るランダムサーチを行い、目的に沿った制御器を効率的に設計できる。

3. 振動系の位置決め制御問題への適用

文献 (3) で扱った振動系の位置決め制御問題を例に本手法の有用性を確認する。具体的には DC サーボモータ、タイミングベルト駆動の位置決めテーブル上に設置された振動系の位置決め問題を図 1 のモデルで考える。固有周波数は 2.5 Hz である。各パラメータは文献 (3) を参照されたい。

数値計算では前章の提案手法と、比較のため従来の非定常最適レギュレータを用い、その最も適当な時変重みをランダムサーチにより探索する手法を扱う。数値計算はパソコン (CPU: Intel Pentium IV 2.20 GHz/RAM: 512 MB) 上に、ソフトウェア MATLAB Ver.6.1 で作成したプログラムを用いた。位置決め条件として 5.0 mm の距離を考え、計算の終端時刻 t_f を 2.0 s とした。先端のオーバーシュートの許容最大値を 0.2 mm、テーブルの許容最大速度、同加速度を順に 0.03 m/s, 1.1 m/s², モータの許容最大電流、同入力電圧を順に 5.0 A, 5.0 V とする制約を与えた⁽²⁾。従来の研究⁽²⁾⁽³⁾を参考に振動系先端の絶対変位 $x_s(t)$ に対してのみ重みを与えるように $Q(t) = \text{diag}[q_{xs}(t) \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$ とし、

$$q_{xs}(t) = 1.0 \times 10^7 + s_0 / \{1 + \exp[-s_1(t - s_2)]\} \cdots (7)$$

のシグモイド関数で与える。 $r(t)$ についても

$$r(t) = 1.0 + s_3 \{1 - 1/[1 + \exp(-s_4(t - s_5))]\} \cdots (8)$$

のように設定するものとした。(7), (8) 式中の時不変係数 $s_0 \sim s_5$ の適切な組合せを探索するためにランダムサーチを適用する。組合せの候補として両手法とも 200 候補をランダムに選んだ。各係数の選択範囲は順に $s_0 \in [1.0 \times 10^7, 1.0 \times 10^{12}]$, $s_1 \in [0, 1.0 \times 10^3]$, $s_2 \in [0, 1.0]$, $s_3 \in [0, 100]$, $s_4 \in [0, 500]$, $s_5 \in [0, 1.0]$ とした。前述の制

図 1 制御対象モデル

Fig. 1. Controlled object model.

表 1 数値計算結果

Table 1. Numerical calculation results.

	Proposed method		Conventional NOR with random search	
	Max. fitness [1/s]	Calculation time [s]	Max. fitness [1/s]	Calculation time [s]
Trial 1	3.3113	30.504	3.4247	132.58
Trial 2	3.1056	33.007	3.3557	131.77
Trial 3	3.3784	28.561	3.2895	137.99
Trial 4	3.1447	28.702	3.4014	130.87
Trial 5	3.2051	31.425	3.4483	129.18
Trial 6	2.9762	30.514	3.6232	132.68
Trial 7	3.2895	29.423	3.3333	133.75
Trial 8	3.1250	27.190	3.1056	128.38
Minimum value	2.9762 (T6)	27.190 (T8)	3.1056 (T8)	128.38 (T8)
Maximum value	3.3784 (T3)	33.007 (T2)	3.6232 (T6)	137.99 (T3)
Average	3.1920	29.916	3.3727	132.15

図 2 提案手法の数値計算例

Fig. 2. Numerical calculation example of the proposed method.

約を全て満たした候補の中から整定時間が最も短かった候補を最適な候補とみなす。ここでいう整定時間とは、 $x_s(t)$ がある時刻 t_{sett} において範囲 $|x_s(t)| \leq 0.2$ mm の内部に収まり、以後 t_f までその範囲を越えなかった場合の t_{sett} を意味する。

両手法とも 8 回のランダムサーチを繰り返し、得られた結果を表 1 に示す。整定時間の逆数を適応度とし、その平均値を見ると、両手法で大きな差は見られず、ほぼ同等である。これに対して計算の所要時間は提案手法のほうが従来手法の 1/4 程度にまで短縮されている。提案手法の応答例として適応度が最大であった結果の一部を図 2 に示す。この表示以外の応答を含めて全ての制約が満たされている。

4. おわりに

本研究では、非定常最適レギュレータと同様の軌道を効率的に生成できる時変ゲイン型制御器の設計法を提案した。各種非定常最適制御手法を実機に応用する際、本研究の考え方が有用となる。なお、本研究は科学研究費補助金 (若手研究 (B) 14750169) の援助を受けて実施された。

(平成 16 年 1 月 16 日受付, 平成 16 年 2 月 24 日再受付)

文 献

- (1) I. Yamada and M. Nakagawa: "Positioning Control of a Servomotor Mechanism with an Oscillatory Load", *T. SICE*, Vol.18, No.1, pp.84-91 (1982-1) (in Japanese)
山田一郎・中川三男:「機械的な振動特性を考慮したサーボモータ系の位置決め制御」, 計自論, 18, 1, pp.84-91 (1982-1)
- (2) S. Hara: "Nonstationary optimal positioning controller design using GA meta-optimization", *Proc. Am. Contr. Conf.*, pp.3165-3167, Anchorage, AK, USA (2002-5)
- (3) S. Hara, K. Wakamatsu, and T. Narikiyo: "Simulation-based reference design and its application to positioning control of vibration systems", *Proc. 2nd IFAC Conf. Mechatro. Syst.*, pp.135-140, Berkeley, CA, USA (2002-12)