n 重節点を用いた三次元有限要素法による
永久磁石式MRIの積層けい素鋼板中の渦電流解析

正員 河瀬 順洋*   正員 山口 忠*
学生員 岡安 亮二*   学生員 岩下 径*
非会員 青木 雅昭**   非会員 津崎 剛**

Analysis of Eddy Currents in Laminated Silicon Steel Sheets of Permanent Magnet-type MRI
by 3-D Finite Element Method Using Multi Nodes Technique

Yoshihiro Kawase*, Member, Tadashi Yamaguchi*, Member, Ryoji Okayasu*, Student Member,
Kei Iwashita*, Student Member, Masaaki Aoki**, Non-member, Tsuyoshi Tsuzaki**, Non-member

We developed a method, which is called the multi nodes technique, that can take into account of the any electrical isolation of conductors using the multi nodes of the electric scalar potentials. The eddy currents in the laminated silicon steel sheets can be calculated using this method without the mesh of the interlaminar air gap. It is quantitatively clarified that the eddy currents in the laminated silicon steel sheets in a permanent magnet-type MRI system have effects on the time variations of the flux distributions.

キーワード： n 重節点法，ギャップ要素，積層けい素鋼板，有限要素法，渦電流

Keywords: multi nodes technique, gap element, laminated silicon steel sheet, finite element method, eddy current

1. まえがき

近年，電気機器の最適設計において渦電流の低減対策は非常に重要となってきた。渦電流の低減対策のひとつとして磁性体を積層鋼板で構成する方法があるが，積層鋼板の渦電流を三次元有限要素法により解析するためには，鋼板の分割を1枚ごとに作成するとともに鋼板と鋼板の間に空隙を作成する必要がある。そのため，分割数が多くなるだけでなく，扁平な要素ができ，解析精度の低下や，ICCG法の反復回数の増加による計算時間の増大などの問題が生じる⁽¹⁾。そこで本論文では，上記のような問題を克服するために， $A-\phi$ 法を用いた三次元有限要素法⁽²⁾による解析手法として，空隙を作成することなく節点に n 個の電気スカラーポテンシャル ϕ を持たせる（以下，このような節点を n 重節点と呼ぶ）ことにより積層鋼板中の渦電流を考慮する手法を開発した。本手法とギャップ要素を用いて層間ギャップの影響を考慮する手法を使って，永久磁石式MRI用磁気

回路中⁽³⁾⁽⁴⁾の渦電流が磁束分布の時間的变化に及ぼす影響を明らかにした。

2. 解析手法

2・1 有限要素法による電流分布解析 コイル中を流れる励磁電流は，次式を基礎方程式とする電流分布解析を行って求める。

$$\text{rot}\left(\frac{1}{\sigma}\text{rot}T\right)=0, \quad J_0=\text{rot}T, \quad \oint Tds=I_0\cdots\cdots(1)$$

ここで， σ は導電率， T は電流ベクトルポテンシャル， J_0 は励磁電流密度， I_0 は電流値を示す。

2・2 $A-\phi$ 法を用いた有限要素法による磁界解析 渦電流を考慮した磁界解析のための基礎方程式は，磁気ベクトルポテンシャル A と電気スカラーポテンシャル ϕ を用いて次式で示される。

$$\text{rot}(v\text{rot}A)=J_0+J_e+J_m\cdots\cdots(2)$$

$$J_e=-\sigma\left(\frac{\partial A}{\partial t}+\text{grad}\phi\right), J_m=v_0\text{rot}M\cdots\cdots(3)$$

$$\text{div}J_e=0\cdots\cdots(4)$$

マトリクスの解法にはICCG法を使用し，ニュートン・ラプソン法を用いて材質の非線形性を考慮した解析を行った。

2・3 n 重節点法 図1に n 重節点法による複数面

* 岐阜大学工学部応用情報学科
〒501-1193 岐阜市柳戸1-1
Department of Information Science, Gifu University
1-1, Yanagido, Gifu 501-1193
** 住友特殊金属（株）
〒618-0013 大阪府三島郡島本町江川2-15-17
Sumitomo Special Metals Co., LTD.
2-15-17, Egawa, Shimamoto-Cho, Mishima-Gun, Osaka 618-0013

に対しての電氣的な絶縁を行う手法の概要を示す。図 1(a) に示す要素分割における空隙が極端に狭い扁平要素が存在すると要素数が増大するだけでなく、解析精度を低下させたり、ICCG 法の反復回数の増加による計算時間の増大などの問題が生じる。そこで、絶縁面上の電気スカラーポテンシャル ϕ のみを二重節点⁽⁵⁾⁽⁶⁾とすることで、図 1(b) に示すように絶縁面に対して磁氣的には連続で、電氣的にだけ不連続となり、導体中の空気層などの非常に薄い絶縁体を表現することが可能である。しかし、図 1(c) に示すような場合、図中の節点 A は 4 つの導体面に共有されているため、電気スカラーポテンシャル ϕ を 2 つしか設定できない従来の二重節点法では表現することはできない。そこで、我々は図 1(d) のように、1 つの節点に対して複数 (図 1(d) の中央は 4 つ) の電気スカラーポテンシャル ϕ を設定 (節点の変数を多重化) できる n 重節点法を開発し、複数面に対しての絶縁を表現することを可能とした。これにより、空隙の分割を減らすことができる。

2.4 ギャップ要素による解析法 積層鋼板間にある層間ギャップを分割すると、扁平な要素ができる。しかし、層間ギャップが非常に小さい場合、ギャップを磁束がほぼ垂直に通ると仮定すると、各鋼板間の空隙を二次元要素 (これをギャップ要素と呼ぶ) で近似することができ、扁平な要素を作成することなく解析することができる⁽⁷⁾。

(2) 式にガラーキン法を適応し、ベクトル公式およびストークスの定理を用いて変形すると、ギャップ要素の残差

方程式は次式となる。

$$G_i = D \iint_S \text{rot } N_i (v_0 \text{rot } A) dS \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 D はギャップ長、 S はギャップ要素の領域である。

ギャップ要素を用いて解析する場合は、ゲージを考慮しない辺要素を用いた三次元有限要素解析の係数マトリクスに、(5) 式を離散化することによって得られたギャップ要素に関する係数マトリクスを追加するだけでよい。

3. 解析モデルおよび解析条件

図 2(a) に永久磁石式 MRI 用磁気回路の解析モデルを示す。永久磁石式 MRI は、永久磁石とヨークによって構成される磁気回路により測定に必要とされる強い磁場を発生し、Y コイルによって測定のための傾斜磁場を発生させる仕組みになっている。なお、永久磁石の上部のベース板 (鉄心) とポールピース (けい素鋼板) は磁場の均一化を図る目的で設置されている。図 2(b) に Y コイルに流れる電流分布を示す。図 3 に三次元分割図を示す。なお、空気部を含む要素数は 1,759,248 である。図 4 にけい素鋼板の n 重節点とギャップ要素の設置場所を示す。なお、実機のポールピースは 0.5 mm 厚のけい素鋼板で構成されているが、計算時間の短縮のため、本解析ではけい素鋼板 1 枚の厚さを図 4 に示すように 1 mm、2 枚目以降を 2 mm と仮定して 11 層に積層している。また、積層鋼板全体に対する

図 1 n 重節点法の概要

Fig. 1. Overview of multi nodes technique.

図 2 解析モデル

Fig. 2. Analyzed model.

図3 三次元分割図（空気領域を除く）

Fig. 3. 3-D meshes (except the air).

図4 けい素鋼板の n 重節点とギャップ要素の設置場所

Fig. 4. Setting positions of multi nodes and gap elements in laminated silicon steel sheets.

けい素鋼板の割合（占積率：本モデルでは98%）を考慮して、ギャップ長 0.036 mm のギャップ要素を各層間ごとに設けた。実機の薄いけい素鋼板中では、ほぼ x - y 平面上に流れる渦電流が最も大きいと考えられる。本解析では、厚さが異なるがけい素鋼板はそれぞれ1層の要素で構成されているため、実機同様、ほぼ x - y 平面上に流れる渦電流が最も大きく、後述の測定ライン上の磁束密度分布へ及ぼす影響は実機とほとんど同じと考えられる。ただし、積層鋼板中の層間ギャップは、磁気回路の磁気抵抗に直接影響を与えるため、本解析ではギャップ要素を用いて正確に考慮した。解析領域は、モデルの対称性より全領域の $1/4$ とした。なお、対称面である y - z 平面と上面にはそれぞれ、固定境界条件と自然境界条件を与えた。Y コイルの巻数は 14 turn とし、図 5 に示すようなパルス電流を入力した。ヨーク、ベース板、リングの材質は軟鉄とした。永久磁石の磁化は 1.357 T とした。ヨーク、ベース板、リングおよびけい素鋼板の非線形性を考慮し、全ての材質で渦電流を考慮する場合（case 1）とけい素鋼板中の渦電流を考慮しない場合

図5 電流波形

Fig. 5. Waveform of input current in Y-coil.

表1 解析条件

Table 1. Analysis condition.

analysis case	case 1	case 2	case 3
yoke, rings, iron lump	○	○	×
laminated silicon steel sheets	○	×	×
aluminum cover	○	○	×

○: with eddy currents
×: without eddy currents

表2 各材質の導電率

Table 2. Conductivity of materials.

material	conductivity (S/m)
soft iron	1.12×10^7
aluminum cover	4.0×10^7
laminated silicon steel	1.78×10^6

（case 2）、全ての材質の渦電流を考慮しない場合（case 3）の3通りについて解析を行った。表1に解析条件を示す。表2に各材質の導電率を示す。

4. 解析結果

4・1 磁束分布 図6に $t = 0.5$ ms における y - z 断面（ $x = 0$ mm）の磁束密度分布を示す。図より、けい素鋼板の下部で磁束密度が高いことがわかる。これは、けい素鋼板中の層間ギャップのために積層方向に磁束が通りにくくなるからである。ただし、永久磁石式 MRI 用磁気回路では、永久磁石がつくる磁束に対して渦電流がつくる磁束が非常に小さいため、渦電流が磁束に及ぼす影響を図6から確認することは困難である。そこで、渦電流を考慮した磁束密度の計算値と渦電流を考慮しない場合の磁束密度の計算値との差を求めることで、渦電流が磁束分布に及ぼす影響について、より詳細な検討を行った。

図7に、けい素鋼板中の渦電流を考慮した場合（case 1）および考慮しない場合（case 2）から全ての材質の渦電流を考慮しない場合（case 3）の磁束密度との差分をとったものの α 断面（図6参照）の磁束密度ベクトル分布を示す。

図 6 磁束密度分布 (α 断面, $t = 0.5$ ms)

Fig. 6. Distributions of magnetic flux density (section α , $t = 0.5$ ms).

ただし、けい素鋼板中のベクトルは除き、時刻 t は 0.5 ms である。図より、けい素鋼板中の渦電流を考慮したものと差分をとった場合 (case 1–case 3)、コイル 1 の上部の空間では z 軸負方向に、コイル 2 の上部の空間では z 軸正方向に磁束密度の差が生じていることがわかる。それに対して、けい素鋼板中の渦電流を考慮しないものと差分をとった場合 (case 2–case 3) には、けい素鋼板の上部の空間においては、ほとんど磁束密度に差がないことがわかる。

図 8 に領域 A (図 6 参照) における磁束密度の差分の等高線を示す。ただし、時刻 t は 0.5 ms である。図より、けい素鋼板中の渦電流を考慮した場合 (case 1–case 3)、考慮しない場合 (case 2–case 3) と比べ、けい素鋼板中の磁束

密度に大きく差が生じていることがわかる。

図 9(a), (b) に全ての材質の渦電流を考慮した場合とけい素鋼板以外の渦電流を考慮した場合の磁束密度 B_z (z 軸方向成分) から、全ての材質の渦電流を考慮しない場合の磁束密度 B_z の差分をとったものと比較したグラフを、図 9(c) に全ての材質の渦電流を考慮しない場合 (case 3) の磁束密度 B_z のグラフを示す。なお、磁束密度の測定箇所は図 6 に示す測定ライン上 ($z=587$ mm) とした。図より、けい素鋼板以外の渦電流を考慮した場合 (case 2) と、全ての材質の渦電流を考慮した場合 (case 1) とでは、電流の立ち上がり ($t = 0.5$ ms) および立ち下り ($t = 4.0$ ms) で磁束密度の差分の特性が異なることがわかる。また、全ての材

図 7 磁束密度ベクトル分布の差分 (α 断面, $t = 0.5$ ms)

Fig. 7. Distributions of difference of flux density vectors (section α , $t = 0.5$ ms).

図 8 磁束密度の差分の等高線 (領域 A, $t = 0.5$ ms)

Fig. 8. Contours of difference of flux density (enlarged illustration A, $t = 0.5$ ms).

質の渦電流を考慮した場合 (case 1) は, けい素鋼板以外の渦電流を考慮した場合 (case 2) に比べて, 電流の立ち上がり ($t = 0.5$ ms) および立ち下り ($t = 4.0$ ms) で磁束密度の差分が大きいことがわかる。これらの現象が起こる原因としては, けい素鋼板中の渦電流を考慮した場合, リング等には流れる渦電流が磁束密度に及ぼす影響に比べ, けい素鋼板中に流れる渦電流が磁束密度に及ぼす影響の方が

大きく, リング等には流れる渦電流とけい素鋼板中に流れる渦電流の向きが逆であることが考えられる (後述の図 10, 図 11 参照)。図 9(c) に示す磁束密度 B_z の大きさと比べると, 図 9(a), (b) のけい素鋼板中の渦電流による磁束密度 B_z の差は小さいが, けい素鋼板中の渦電流がない場合に比べてピーク時で 2 倍近くの磁束密度の差が発生している。このことから, 強い磁界と ppm オーダーの精度の傾斜磁場が要求される MRI 装置⁽⁸⁾ では, けい素鋼板中の渦電流を無視することができないことがわかる。

4・2 渦電流分布 図 10 に時刻 $t = 0.5$ ms におけるリング中の渦電流密度ベクトル分布を示す。図より, けい素鋼板中の渦電流を考慮しない場合 (case 2) に比べ, けい素鋼板中の渦電流を考慮した場合 (case 1) ではリング中の渦電流が大きくなっていることがわかる。また, 断面 β (リング上部) では, けい素鋼板中の渦電流を考慮しない場合 (case 2) に比べて, けい素鋼板中の渦電流を考慮した場合 (case 1) の方が, リングの表面に渦電流が集中していることがわかる。

図 11 に時刻 $t = 0.5$ ms におけるけい素鋼板中の渦電流密度ベクトル分布を示す。図より, けい素鋼板中に流れる渦電流は表面部分 (1 枚目, 2 枚目) のけい素鋼板中は大きく, 下部 (10 枚目, 11 枚目) のけい素鋼板中は渦電流が非常に小さいことがわかる。これは表面部分のけい素鋼板では磁束の変化が大きい, 下部になるにつれて磁束の変化が小さくなっているからであると考えられる。また, 渦電流はコイルに近いけい素鋼板の方が大きいことがわかる。表 3 に解析諸元を示す。

図9 測定ライン上の磁束密度 B_z の差分および磁束密度 B_z (case 3) の分布

Fig. 9. Distributions of difference of flux density B_z and flux density B_z (case 3) on measured line.

(i) case 1
[with eddy currents in laminated silicon steel]
(ii) case 2
[without eddy currents in laminated silicon steel]
(a) section β

(i) case 1
[with eddy currents in laminated silicon steel]
(ii) case 2
[without eddy currents in laminated silicon steel]
(b) section γ

図10 リング中の渦電流密度ベクトル分布 ($t = 0.5 \text{ ms}$)

Fig. 10. Distributions of eddy current density vectors in rings ($t = 0.5 \text{ ms}$).

図 11 けい素鋼板中の渦電流密度ベクトル分布
($t = 0.5$ ms)

Fig. 11. Distributions of eddy current density vectors in laminated silicon steel ($t = 0.5$ ms).

表 3 解析諸元

Table 3. Discretization data and CPU time.

analysis case	1	2	3
number of elements	1,759,248		
number of nodes	302,122		
number of edges	2,078,953		
number of unknown variables	2,241,155	2,130,635	2,041,569
average number of ICCG iterations	1,164	831	1,411
number of time steps	45		
Total CPU time (hours)	118	117	208*

Computer used: Pentium 4 2.5GHz PC

*Pentium 4 1.9GHz PC

5. ま と め

三次元有限要素法を用いた電磁界解析において、電気スカラーポテンシャル ϕ を多重化することにより電氣的絶縁を考慮した渦電流解析を行うことができる n 重節点法を開発した。本手法を用いることにより積層鋼板間の空隙を作成することなく積層鋼板中の渦電流分布を実機同様に解析することができる。

永久磁石式 MRI 用磁気回路において、三次元有限要素法を用いて、電気スカラーポテンシャル ϕ を n 重節点とすることで、空隙を作成することなく積層鋼板中の渦電流を考慮し、かつ、ギャップ要素により層間ギャップの影響を考慮した磁界解析を行い、渦電流が傾斜磁場に及ぼす影響について定量的に明らかにした。また、けい素鋼板中に流れる渦電流は、表面部分は大きく、下部では非常に小さいことがわかった。

本論文により、けい素鋼板中の渦電流が傾斜磁場に与える影響は大きく、より詳細な検討を行うためには、けい素鋼板中の渦電流を考慮することが必要であることを明らかにした。

(平成 15 年 7 月 7 日受付, 平成 16 年 3 月 23 日再受付)

文 献

- (1) 中田高義・藤原耕二・大橋弘光・村松和弘:「各種三次元特殊要素の優劣比較」, 平 5 電学大全, No.954 (1993)
- (2) S. Ito and Y. Kawase: "Computer Aided Engineering of Electric and Electronic Apparatus Using Finite Element Method", Morikita Publishing Co. (2000) (in Japanese)
伊藤昭吉・河瀬順洋:「最新有限要素法による電気・電子機器の CAE」, 森北出版 (2000)
- (3) Y. Kawase, T. Yamaguchi, R. Okayasu, M. Aoki, and T. Tsuzaki: "3-D finite element analysis of permanent magnet-type MRI systems", Proc. of The 10th International Symposium on Applied Electromagnetics and Mechanics, pp.261-262 (2001)
- (4) Y. Kawase, T. Yamaguchi, R. Okayasu, M. Aoki, and T. Tsuzaki: "Magnetic Field Analysis of Permanent Magnet-type MRI Systems", The Papers of Joint Technical Meeting on Static Apparatus and Rotating Machinery, IEE Japan, SA-02-55, RM-02-91 (2002) (in Japanese)
河瀬順洋・山口 忠・岡安亮二・青木雅昭・津崎 剛:「渦電流を考慮した三次元有限要素法による永久磁石式 MRI の磁界解析」, 平 14 電学静止器・回転機合同研資, SA-02-55, RM-02-91 (2002)
- (5) Y. Kamiyama and T. Onuki: "3-D Eddy Current Analysis by the Finite Element Method Using Double Nodes Technique", IEEE Trans. Mag., Vol.32, No.3, pp.741-744 (1996)
- (6) Y. Kawase and T. Ota: "Analysis of Eddy Current in Laminated Core Using 3-D Finite Element Method", National Convention Record IEE Japan, No.1218 (1999) (in Japanese)
河瀬順洋・太田智浩:「三次元有限要素法による積層鉄心端部の渦電流解析」, 平 11 電学大全, No.1218 (1999)
- (7) T. Nakata, N. Takahashi, K. Fujiwara, and Y. Shiraki: "3-D Magnetic Field Analysis Using Special Elements", IEEE Trans. Mag., Vol.26, No.5, pp.2379-2381 (1990)
- (8) T. Miyamoto, H. Sakurai, H. Takabayashi, and M. Aoki: "Development of a Permanent Magnet Assembly for MRI", Trans. of the Magnetics Society of Japan, Vol.13, No.2, pp.465-468 (1989) (in Japanese)
宮本毅信・桜井秀也・高林博文・青木雅昭:「永久磁石式 MRI 用磁気回路の開発」, 日本応用磁気学会誌, 13, 2 号, pp.465-468 (1989)

河瀬 順洋（正員）1956年4月24日生。1981年3月岡山大学大学院電気工学専攻修士課程修了。同年4月修了。同年4月同大学工学部電気工学科助手。1985年4月岐阜大学工学部電気工学科助手，1988年6月同学部電子情報工学科助教授，1997年11月同学部応用情報学科教授。現在に至る。工学博士。IEEE 会員他。

岩下 径（学生員）1981年1月14日生。2003年3月岐阜大学工学部応用情報学科卒業。同年4月同大学院工学研究科博士前期課程応用情報学専攻入学，現在に至る。

山口 忠（正員）1968年7月3日生。1996年3月岐阜大学大学院工学研究科電子情報システム工学専攻博士後期課程修了。同年4月中部大学工学部電気工学科助手，1998年4月同講師。1999年岐阜大学工学部応用情報学科講師，2003年4月同助教授，現在に至る。工学博士。IEEE 会員他。

青木 雅昭（非会員）1962年11月19日生。1987年3月大分大学大学院電気工学専攻修士課程修了。同年4月住友特殊金属（株）入社。現在に至る。

岡安 亮二（学生員）1979年2月1日生。2003年3月岐阜大学大学院工学研究科博士前期課程応用情報学専攻修了。同年4月（株）デンソー入社。現在に至る。

津崎 剛（非会員）1973年11月5日生。1998年3月大分大学大学院電気工学専攻修士課程修了。同年4月住友特殊金属（株）入社。現在に至る。