高周波磁気方式角度センサのインピーダンス特性解析

正員 太田 智浩* 正員 平田 勝弘*
正員 光武 義雄* 正員 河瀬 順洋**

Impedance Characteristics Analysis of Magnetic Type Angle Sensor in High Frequency Region

Tomohiro Ota*, Member, Katsuhiro Hirata*, Member, Yoshio Mitsutake*, Member, Yoshihiro Kawase**, Member

The impedance characteristics of the magnetic type angle sensor are analyzed by using the finite element method. The impedance characteristics were accurately calculated by taking into account high frequency characteristics of the cores and the end coils. The magnetic permeability of cores is estimated from the calculated results of impedance in high frequency region. The validity of the magnetic permeability in the analysis is confirmed by experiments.

キーワード：角度センサ，インピーダンス特性，有限要素法，透磁率

Keywords: angle sensor, impedance characteristics, finite element method, magnetic permeability

1. はじめに

従来，回転角度の検知には機械接触式ポテンションメータが一般に用いられてきたが，接触不良や寿命等の問題があった。これらの問題を解決するため差動コイルを用いた非接触磁気方式角度センサの開発を進めており，回転角度に対する出力電圧の直線性が重要となる。そのため出力電圧に対する寸法バラツキの影響を明らかにするとともに，出力電圧のバラツキが小さい構造を設計する必要があり，数値解析を用いてインピーダンス変動を定量化することは非常に有効となる。

近年，コンピュータの進歩に伴い有限要素法をはじめとする磁界解析は，電気機器の設計・開発に広く用いられている⁽¹⁾。特に二次元有限要素法では解析することが困難な複雑な形状を有する電磁機器の設計に三次元有限要素法は大きな力を発揮する。しかしながら，二次元有限要素法では計算時間が非常に短いという利点もある。設計する立場としては短時間で解を得ることができる二次元有限要素法をできれば使用したいが，正確に実際の現象をとらえるためには三次元有限要素法を必要とするケースも多く，モデ

ル構造により良い方を選択しなければならない。

また，動作周波数が数 kHz を越えるような電磁機器に磁界解析を適用する場合，鉄心の透磁率の高周波特性，渦電流損やヒステリシス損の他，表皮効果や近接効果によるコイルの交流抵抗⁽²⁾など様々な課題がある。特に数値解析する上で高周波領域における鉄心の透磁率など材料物性の取り扱い方が問題となる。

本論文では厚さ方向に一樣な構造を有する磁気方式角度センサのインピーダンス特性を二次元，近似三次元，完全三次元有限要素法により求め実測値と比較検討する⁽³⁾。さらに比較して間接的に得られた高周波領域における鉄心の透磁率を単板試験機で直接求めた透磁率で検証する。

2. 磁気方式角度センサ

図 1 に磁気方式角度センサの概観を示す。本センサの構造は，2 組のコイル A, B と回転可能な可動鉄心から成る。2 組のコイル A, B は回転する可動鉄心を挿入できるように円弧状に，かつ同方向に誘起電力が発生するように巻かれており，可動鉄心は磁気抵抗が小さくなるように内側にリング状，外側に半リング状の鉄心を接続した形状とする。コイルの線径は 0.07 mm，直流抵抗は 105 Ω として，可動鉄心の材質は炭素工具鋼 SK105，厚さは 1.3 mm とする。図 2 にセンサの構成を示す。回転角度 θ は可動鉄心が左右対称となる位置を基準として，コイル A から見て可動鉄心がコイル内に最も入った状態を +45 deg.，空芯に最も近い状態を -45 deg. とする。この可動鉄心の回転角度の変化により，コイル内に挿入される可動鉄心の体積が変化するためコイルのインピーダンスも変化する。これより 2 つのコ

* 松下電工（株）解析評価技術センター
〒571-8686 大阪府門真市大字門真 1048
Analytical Evaluation & Reliability Technology Ctr., Matsushita Electric Works, Ltd.

1048, Kadoma, Osaka 571-8686

** 岐阜大学工学部応用情報学科

〒501-1193 岐阜市柳戸 1-1

Dept. of Information Science, Gifu University

1-1, Yanagido, Gifu 501-1193

図 1 磁気方式角度センサ

Fig. 1. Magnetic type angle sensor.

図 2 センサ構成

図 3 片側コイル等価回路

Fig. 2. Structure of sensor. Fig. 3. Equivalent circuit of coil.

表 1 解析条件

Table 1. Analysis condition.

Voltage $V_{in}(V)$	0.1
Resistance of coil $R_c(\Omega)$	111
Turn number of coil $N(\text{Turn})$	2000
Frequency $f(\text{kHz})$	75
Conductivity $\sigma(\text{S/m})$	3.5×10^6
Relative permeability of core	100

イルのインピーダンスを差動出力させて、回転角度を検知する。センサの出力を汎用性の高いアナログ出力とするために、出力電圧が回転角度に対して直線性を示すことが重要となる。

表 1 に磁気方式角度センサの片側コイルに関する解析条件を示す。なお、表 1 に示すコイル抵抗とは、本センサの片側コイル（空芯時）に 75 kHz の電源周波数を与えた時の交流抵抗（インピーダンスの実部）である。この値は直流抵抗と表皮効果及び近接効果により発生する抵抗を含んでおり、解析ではコイルの交流抵抗を計算することが難しいため実測値を利用する。

通常、数 kHz 以上の周波数において鉄心の透磁率を BH アナライザなどで計測すると、渦電流損とヒステリシス損

の影響で非常に小さな値を示す。また、これらの損失を考慮して複素透磁率として扱うことも多い。高周波領域における数値解析では、これらの計測した透磁率又は複素透磁率をどのように扱うのが問題となる。本解析では渦電流を考慮して磁界解析するため、鉄心の透磁率は鉄損を含まない直流の透磁率（実数）を用いて、インピーダンスの実測値との比較により鉄心の透磁率を算出している。また、導電率は周波数に依存しない。解析ではコイル A にのみ電圧を印加してコイル B は開放としてコイル A のインピーダンスを計算する。図 3 に磁気方式角度センサの片側コイルの等価回路を示す。これより可動鉄心の回転角度 θ に対するインピーダンス $Z(\theta)$ は次式となる。

$$Z(\theta) = \sqrt{(R_c + R_s(\theta) + R_o)^2 + (2\pi f L(\theta))^2} \dots\dots\dots (1)$$

ここで R_c はコイル抵抗（表皮効果、近接効果含む）、 $R_s(\theta)$ は可動鉄心における鉄損、 R_o は出力抵抗、 f は電源周波数及び $L(\theta)$ はコイルのインダクタンスである。

(1) 式より出力電圧 V_{out} は次式となる。

$$V_{out} = \frac{V_{in}}{Z(\theta)} R_o \dots\dots\dots (2)$$

ここで V_{in} は入力電圧とする。

出力電圧 V_{out} の直線性を良くするためには、温度や寸法バラツキに対するインピーダンス $Z(\theta)$ の直線性を確保する必要がある。インピーダンス特性の検証は、出力抵抗 R_o を取り除き、コイル B は開放としてコイル A のインピーダンスを測定及び解析する。測定にはインピーダンスアナライザを用いる。

3. 解析手法⁽¹⁾

3・1 有限要素法による電流分布解析 三次元場における磁界解析の場合、コイル内の励磁電流の方向ベクトルが必要なため、次式を基礎方程式とする電流分布解析をする。

$$\text{rot}\left(\frac{1}{\sigma}\text{rot}T\right) = 0, J = \text{rot}T, \oint T ds = I \dots\dots\dots (3)$$

ここで σ は導電率、 T は電流ベクトルポテンシャル、 J は電流密度及び I は電流値である。

3・2 有限要素法による磁界解析 本解析では周波数が非常に高く、鉄心は積層されていないために渦電流を無視できない。そこで磁界の基礎方程式は、磁気ベクトルポテンシャル A を用いて次式で表される。

$$\begin{cases} \text{rot}(\nu \text{rot}A) = J_0 + J_e = J_0 - \sigma(j\omega A + \text{grad}\phi) \\ \text{div} J_e = 0 \end{cases} \dots\dots\dots (4)$$

ここで ν は磁気抵抗率、 J_0 は電流密度、 J_e は渦電流密度、 σ は導電率、 ω は角周波数及び ϕ は電気スカラーポテンシャルで、ドット（ $\cdot$ ）は複素数を表す。(4) 式の有限要素法による離散化の方法は、一次四面体辺要素を用いて、マ

トリクスの解法には ICCG 法を使用する。後述するモデリングにおいて近似三次元モデルは、電気スカラーポテンシャル ϕ に境界条件を与えることで、妥当な渦電流分布を得ることができる。

3・3 電気回路との連成解析 さらにコイルに電圧 $V_{0m} \sin(\omega t)$ を印加した時の電気回路方程式は次式で与えられる。

$$V_{0m} \sin(\omega t) = RI_0 + \frac{d\psi}{dt} \dots\dots\dots (5)$$

ここで R は抵抗、 I_0 は電流及び ψ は鎖交磁束数である。

以上より (4) 式と (5) 式を連成させて電流値を求めて、高周波インピーダンス $Z(\theta)$ は次式により算出する。

$$Z(\theta) = \frac{V_{0m}}{I_{0m}} \dots\dots\dots (6)$$

ここで V_{0m} は入力電圧の最大値、 I_{0m} は電流の最大値である。

3・4 時間微分項 時間微分項は step-by-step により (4) 式と (5) 式を連成させて電流が安定するまで計算を繰り返して電流値を求める方法がある。しかしながら、この方法を三次元有限要素法に適用すると膨大な計算時間を要する。そこで本解析では未知数を実数ではなく、複素ベクトルとして計算する⁽⁴⁾。これにより 1 ステップ計算するだけで定常電流を求めることができ、計算時間を短縮することができる。ただし、未知数は実数と比較して単純に 2 倍となるため計算機の記憶容量は大きくなり、さらに正弦波状に磁界が変動すると仮定しているため、鉄心中の磁束密度が飽和領域に達している場合適用が難しい。なお、本解析では周波数が高くコイルに流れる電流が小さいため、鉄心中の磁束密度は小さく飽和領域まで達していない。

3・5 モデリング 図 4 に磁気方式角度センサの二次元、近似三次元及び完全三次元モデルの分割図をそれぞれ示す。図 4(a) の二次元モデルは鉄心及びコイルの両方を二次元平面でモデリングしている。 z 方向への積み上げが無いいため磁束及び渦電流は二次元分布として、要素数は一番少ない。図 4(b) の近似三次元モデルでは図 4(a) の二次元モデルを z 方向へ積み上げ、鉄心は三次元的にモデリングしているが、コイル端部は考慮していない。鉄心を z 方向へ積み上げているため、渦電流の三次元的な分布を考慮し、要素数は二次元モデルよりも多い。図 4(c) の完全三次元モデルは鉄心及びコイルを三次元的にモデリングしている。鉄心、コイル端部及び空気領域の全てをモデリングしているために、渦電流と磁束の三次元的な分布を考慮し、要素数は多い。

本解析では周波数が 75 kHz と非常に高いため、渦電流の影響（表皮効果）が大きい。表皮効果により磁束は鉄心表面に集中するため、鉄心の表面付近の要素を細分する必要がある。表皮効果により磁束が鉄心にどれだけ浸透しているか、すなわち表皮深さ δ を次式により概算できる⁽⁵⁾。

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \sigma \mu}} \dots\dots\dots (7)$$

(a) 2-D mesh

(b) 3-D mesh without end coils (1/2 region)

(c) 3-D mesh (1/2 region)

図 4 分割図

Fig. 4. 2-D and 3-D meshes.

ここで ω は角周波数、 σ は導電率及び μ は透磁率である。

(7) 式より表皮深さ δ は $98 \mu\text{m}$ となる。これより前述の各モデルの分割図において、表皮効果の影響を考慮して鉄心表面は 1 層あたり $30 \mu\text{m}$ として分割している。また、要素数削減のためにコイルより外側の鉄心は、渦電流の影響が小さいことからメッシュを粗くしている。解析領域はモデルの対称性から軸方向に 1/2 とする。

4. 比較検証

4・1 モデル化の影響 図 5 に回転角度に対するインピーダンス特性を示す。回転角度を $-45 \sim +45 \text{ deg.}$ まで変化させることでインピーダンスの実測値は約 $1 \sim 3 \text{ k}\Omega$ まで

図5 インピーダンス特性

Fig. 5. Impedance characteristics.

変化する。可動鉄心の回転角度が大きくなると、磁気抵抗の減少によるインダクタンス増加及び鉄心中の渦電流による鉄損増加の影響でインピーダンスは大きくなる。図 5(a)より二次元モデルではインピーダンスは非常に小さく実測値と異なる。近似三次元モデルのインピーダンスは二次元

表 2 解析諸元

Table 2. Discretization and CPU time.

	2-D	3-D without end coils	3-D mesh
Number of elements	20,000	393,024	786,048
Number of nodes	10,009	73,773	139,349
Number of edges	30,008	483,300	942,028
Number of steps	1	1	1
CPU time (hours)	0.02	2.5	6.5

Computer used : PentiumIV 3.0 GHz

モデルの結果よりも大きくなるが、実測値との差は大きい。以上より二次元モデル、近似三次元モデルではインピーダンス特性の誤差が大きいことがわかる。そこでインピーダンスを実部と虚部に分解して検証する。コイルが空芯に最も近い回転角度 -45 deg. においては、渦電流の影響が小さいためインピーダンスの実部はコイル抵抗、虚部は空芯コイルのインダクタンスとほぼ同じとなる。図 5(b)より回転角度 -45 deg. 時の実部は実測値と計算値で非常によく一致しているが、図 5(c)より回転角度 -45 deg. 時の虚部については、二次元と近似三次元モデルの両方において実測値と計算値で差が大きい。これよりインピーダンス特性の誤差が大きい原因として二次元、近似三次元モデルではコイルのインダクタンスを正確に計算できないためと考えられる。本モデルのように鉄心の幅と厚さが 1.3 mm とほぼ同じで、さらに鉄心とコイル間のギャップがほぼ一定の場合、エンドコイルにより発生する磁束の影響が大きく、二次元、近似三次元モデルではコイルのインダクタンスを正確に計算することが困難となる。一方、完全三次元モデルのインピーダンス特性は実測値と計算値でほぼ同じであり、最も空芯に近い回転角度 -45 deg. 時の虚部も実測値とよく一致している。これより本解析ではヒステリシス損の影響が小さく渦電流損は計算しているため、透磁率を実数として扱っても良い結果が得られると考えられる。図 6 に二次元モデルによる磁束分布の一例を示す。これより表皮効果の影響で磁束は鉄心の表面に集中している。また鉄心中の最大磁束密度は 0.3 mT と非常に小さい。図 7 に完全三次元モデルによる渦電流分布の一例を示す。これより渦電流も磁束同様、鉄心表面に集中している。また本解析では表皮効果を考慮して、鉄心表面のメッシュを 1 層あたり $30\text{ }\mu\text{m}$ としているためメッシュが扁平となり、渦電流密度ベクトル分布にばらつきが生じている。ただし、インピーダンスには影響が無い程度までメッシュは分割している。表 2 に解析諸元を示す。計算精度を向上させるほど要素数が多くなり、完全三次元モデルの計算時間が最も長い。

4.2 鉄心の透磁率評価 図 8 に角度 $+45\text{ deg.}$ におけるインピーダンスの実部と虚部の周波数特性(実測値)を示す。周波数が高くなることで鉄損が増加するため、インピーダンスの実部と虚部はそれぞれ大きくなる。このインピーダンスの実部と虚部の周波数特性から、実部と虚部を

(a) -45 deg.

(b) +45 deg.

図 6 磁束分布 (二次元モデル)

Fig. 6. Flux distribution (2-D model).

(a) -45 deg.

(b) +45 deg.

図 7 渦電流分布 (完全三次元モデル)

Fig. 7. Distribution of eddy current density (3-D with end coils).

同時に満足する鉄心の透磁率を，完全三次元モデルを用いた解析より求める。図 9 に鉄心の比透磁率の周波数特性を

図 8 インピーダンスの周波数特性 (実測値)

Fig. 8. Frequency characteristics of impedance (measured).

図 9 比透磁率の周波数特性 (計算値)

Fig. 9. Frequency characteristics of permeability (calculated).

図 10 比透磁率と磁束密度の関係

Fig. 10. Relationship between relative permeability and flux density.

示す。これより比透磁率は 1 kHz を越えるとほぼ一定となることがわかる。また、この結果より周波数 75 kHz における鉄心の比透磁率は約 100 となり、前述の解析ではこの値を用いている。

ここで解析から求めた比透磁率が妥当であるか検証するため、実際に鉄心の比透磁率を測定する。なお、磁気方式角度センサにおいて使用している磁束密度が低いことから外部磁界の影響を受けないようにシールド室にて単板試験機で測定した。図 10 に鉄心の磁束密度と比透磁率の関係を示す。同図より鉄心の磁束密度が減少すると、比透磁率はほぼ直線的に減少している。磁気方式角度センサの鉄心中の最大磁束密度は約 0.3 mT であり、図 10 より 0.3 mT における鉄心の比透磁率は約 104 であることから実測値と計算値を比較して間接的に得られた比透磁率が妥当であることがわかる。これより高周波領域における鉄心の透磁率は、鉄心の磁束密度より決まると考えられる。なお、今回使用した鉄心 (SK105) の最大比透磁率は磁束密度 0.9 T の時に 750 であった。

5. ま と め

磁気方式角度センサのインピーダンス特性の解析より、構造は非常にシンプルであるが鉄心の幅と厚みがほぼ同じである場合エンドコイルの影響が大きく、完全三次元有限要素法を用いる必要があることを示した。さらに間接的に得られた高周波領域における鉄心の透磁率が、単板試験機で計測した値と一致することを確認した。なお、鉄心材料の透磁率評価については、岡山大学の藤原助教授にご協力戴いた。ここに記して感謝致します。

(平成 16 年 1 月 28 日受付、平成 17 年 1 月 24 日再受付)

文 献

- (1) Y. Kawase and S. Ito: New Practical Analysis of Electrical and Electronic Apparatus by 3-D Finite Element Method, Morikita, Japan (1997)
- (2) Y. Mitsutake, K. Hirata, K. Harada, and Y. Ishihara: "A Study on AC Resistance Calculation Method of High Frequency Coil for Sensing Metal", 2001 National Convention Record, IEE Japan, No.5-156 (2001)
- (3) T. Ota, K. Hirata, Y. Mitsutake, and Y. Kawase: "Impedance Characteristics Analysis of Magnetic Type Angle Sensor using Finite Element Method", The Paper of Technical Meeting on Static Apparatus and Rotating Machinery, IEE Japan, SA01-12, RM01-80 (2001)
- (4) T. Nakata and N. Takahashi: Finite Element Method for Electrical Engineering, Morikita, Japan (1982)
中田高義・高橋則雄: 電気工学の有限要素法, 森北出版 (1982)

- (5) IEE Japan: IEE Japan Electromagnetics, OHM, Japan (1984)
電気学会: 電気学会大学講座電気磁気学, オーム社 (1984)

太 田 智 浩 (正員) 1975 年 3 月 18 日生。1997 年 3 月岐阜大学電子情報工学科卒業。1999 年 3 月同大学大学院工学研究科電子情報工学専攻修士課程修了。同年松下電工 (株) 入社、技術研究所勤務。主として電磁界解析、電磁応用機器の研究開発に従事、現在に至る。

平 田 勝 弘 (正員) 1958 年 4 月 10 日生。1982 年 3 月大阪大学機械工学科卒業。同年 4 月松下電工 (株) 入社、技術研究所勤務。主として電磁界解析、リニア電磁アクチュエータ、電磁センサの研究開発に従事。1997 年 4 月大阪大学大学院工学研究科非常勤講師、1999 年 4 月同志社大学大学院工学研究科客員教授、現在に至る。工学博士。2003 年文部科学大臣賞 (研究功績者) 受賞。IEEE 会員他。

光 武 義 雄 (正員) 1969 年 12 月 23 日生。1992 年 3 月同志社大学電気工学科卒業。1994 年 3 月同大学大学院工学研究科電気工学専攻修士課程修了。同年松下電工 (株) 入社、技術研究所勤務。主として電磁界解析、リニア電磁ソレノイドの研究開発に従事、現在に至る。

河 瀬 順 洋 (正員) 1956 年 4 月 24 日生。1981 年 3 月岡山大学大学院電気工学専攻修士課程修了。同年 4 月同大学電気工学科助手。1985 年 4 月岐阜大学工学部電気工学科助手、1988 年 6 月同学部電子情報工学科助教授、1997 年 11 月同学部応用情報学科教授、現在に至る。工学博士。主として有限要素法による電磁界の数値解析に関する研究に従事。1985 年電気学会論文賞、1989 年電子情報通信学会東海支部創立 50 周年記念奨励賞受賞。IEEE 会員他。