磁界解析に基づいた短二次リニア誘導電動機の等価回路

正員 柳 志 潤 (早稲田大)
 正員 小 貫 天 (早稲田大)
 准員 平 山 良 (早稲田大)
 准員 関 根 弘 (早稲田大)

1. はしき

リニア誘導電動機(以下 LIM と称する)は、高速交通手段や工場内生産ラインなど、直線運動が要求される産業分野において歯車などの補助器具が不要となること、磁気浮上と結合した場合には非接触駆動が可能であることなどの利点から広い応用が期待されている。特に短二次 LIM は、二次導体が軽量に製作できるので、急激な加減速運転が可能であり、またパンタグラフの不要など多くの長所を有している。しかしながら、LIM の特性解析はその構造的特質である端効果のために相当複雑になる。特性解析面では、近年盛んに行われている電磁界の数値解析法によって十分満足され得る結果を算出でき、かつ計測が困難な箇所の諸量についても算定が可能となっている。しかし、数値解析の手法を直接制御に用いるのは簡単ではない。一方、回転機のように等価回路を解析の手段とする方法が考えられるが、LIM はその入口、出口端についての電気的磁気条件が変化するために、回転機のような対称性が成立しないので、回転機に対する等価回路をそのまま適用することはできず、それなりの等価回路を作る必要がある。

このような状況下で短一次 LIM の等価回路について幾つかの研究がある⁽¹⁾⁽²⁾。端効果を考慮したこれらの等価回路は、定常状態特性を評価するには有益な情

報を与えるものであるが、正弦波定常電流を前提としているため、時間的過渡状態に対しては端効果の表現が必ずしも適切とは言えない。

Lipo 氏ら⁽³⁾は“Pole by pole d-q model”を提案し、短一次 LIM の過渡および定常状態解析を可能とした。それはかなり有用なアプローチであると考えられる。しかし、短二次 LIM の場合は、二次導体が空げき内に限定され、しかも移動時には文献(3)のような巻線関数をそのまま適用することはできない。本論文では、短二次両側式リニア誘導電動機(以下、短二次 DLIM と称する)に対する等価回路を導出するために、マクスウェル方程式から得られる空げき磁束密度の解から、適切であると思われる二次巻線関数を仮定する。すなわち二次電流によって発生する磁束密度から、逆に二次電流の時間的変化と空間的分布を導出する。そして、その空間的分布を生ずるような巻線を二次導体上に仮定し、その分布状態を関数で表現して二次巻線関数と定義する。その後、一次巻線関数と二次巻線関数を用い、回転機に適用されている定数計算法に従って二軸等価回路を導出する。すなわち、短二次 DLIM において、複雑な電磁界の問題を制御に適用可能なように回路化するための道を開拓しようとするものである。

この等価回路によれば、端効果を考慮し更に時間的過渡状態でも特性の解析が可能である。最後に、供試機に対する計算および実測結果との比較を示した後、それらの結果を用いたサーボ制御について報告する。

2. 等価回路の導出

〈2・1〉 仮定および基礎方程式 図1のような簡単化された短二次 DLIM のモデルに対して一次元近

Equivalent Circuit of Short Rotor Linear Induction Motor Based on Magnetic Field Analysis. By Shijun Ryu, Member, Takashi Onuki, Member, Ryou Hirayama, Associate & Hiroshi Sekine, Associate (Department of Electric Engineering, Waseda University).

柳 志潤: 正員, 早稲田大学理工学部電気工学科
 小貫 天: 正員, 早稲田大学理工学部電気工学科
 平山 良: 准員, 早稲田大学理工学部電気工学科
 関根 弘: 准員, 早稲田大学理工学部電気工学科

図 1 短二次両側式リニア誘導電動機

Fig. 1. Analytical model of the short rotor double sided LIM.

似を行う。すなわち、Z 方向は無限長を有し一様の現象を呈するものとし、その単位長あたりについて考察することにする。また、鉄心の透磁率は無限大と仮定し、Y 方向に関しても一様の現象が現れるものとする。また進行磁界、二次導体ともに x の正方向に進んでいる場合を考え、座標を二次導体上にとる。

本論文で使用する文字を次のように定義する。

I_s : 一次電流の最大値 (A)

I_r : 二次電流の最大値 (A)

$\bar{B}_{sr}(x, t)$: $\bar{I}_s(t)$ と $\bar{I}_r(t)$ による磁束密度 (T) (Y 方向)

$\bar{B}_s(x, t)$: $\bar{I}_s(t)$ による磁束密度 (T) (Y 方向)

$\bar{B}_r(x, t)$: $\bar{I}_r(t)$ による磁束密度 (T) (Y 方向)

$\bar{E}_r$: 二次誘起電圧 (V)

$\bar{H}_r$: 二次磁界の強さ (Wb)

$\bar{J}_r$: 二次電流分布の最大電流密度 (A/m)

$N_{as}(x)$, $N_{bs}(x)$, $N_{cs}(x)$: 一次側 (s) a, b, c 相の巻線関数

$N_r(x)$: 二次巻線関数

N_{rf} : 二次巻線関数における空間的基本波 (f) 成分の最大巻数 (Turn)

N_{r1} , N_{r2} : 二次巻線関数における入口端 (T_1) と出口端 (T_2) 端効果成分の最大巻数 (Turn)

g : カーター係数によって補正された実効空けき長 (m)

μ_0 : 空気の透磁率, ρ : 二次導体面抵抗率

s : すべり, τ : 極長 (m)

m : 長さを τ で表す場合の乗数

磁束密度に関する偏微分方程式を誘導するために、次のように微分形マクスウェル方程式を変形していく。

$$\nabla \times \bar{E}_r = -\partial \bar{B}_{sr} / \partial t \quad (1)$$

$$\bar{B}_{sr} = \bar{B}_s + \bar{B}_r \quad (2)$$

$$\nabla \times \bar{H}_r = \bar{J}_r / g \quad (3)$$

$$\nabla \times (\bar{B}_r / \mu_0) = \bar{J}_r / g \quad (4)$$

上記関係を用いると、磁束密度に関する一般式は、

$$-\frac{\rho g}{\mu_0} \frac{\partial^2 \bar{B}_r}{\partial x^2} - \frac{\partial \bar{B}_r}{\partial t} = \frac{\partial \bar{B}_s}{\partial t} \quad (5)$$

のように表される。

(2.2) 磁束分布および巻線関数

(1) 巻線関数と一次磁束密度分布 アンペア則により

$$\oint \bar{H} \cdot d\bar{l} = I \cdot N(x) \quad (6)$$

ここでは鉄の透磁率を無限大と仮定しているので次式となる。

$$g \cdot \bar{H}(x) = I \cdot N(x) \quad (7)$$

(7) 式を磁束密度を用いて表せば

$$\bar{B}(x, t) = (\mu_0 / g) \bar{I}(t) \cdot N(x) \quad (8)$$

の関係が成立する。

ここで、 $t=0$ で一次側座標系 x' の原点から $m\tau$ 離れた位置に二次導体が停止していると考え、一次巻線関数を二次座標系上で表すと

$$\left. \begin{aligned} N_{as}(x) &= (N_s/2) \cos(\pi x / \tau + \pi) \\ N_{bs}(x) &= (N_s/2) \cos(\pi x / \tau + \pi/3) \\ N_{cs}(x) &= (N_s/2) \cos(\pi x / \tau - \pi/3) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ただし、 $N_s = K_w \cdot N$ (K_w は巻線係数, N は巻数)

上式の巻線関数を三相-二相変換し、 α - β 軸巻線関数を求めると

$$\left. \begin{aligned} N_{\alpha s}(x) &= (3/4) N_s \sin(\pi x / \tau) \\ N_{\beta s}(x) &= -(3/4) N_s \cos(\pi x / \tau) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

(8) 式と (10) 式の関係から、

$$\bar{B}_s(x, t) = -(3\mu_0/4g) N_s I_s \times \exp \{j(\omega t - \pi x / \tau)\} \quad (11)$$

になる。

(2) 二次磁束密度分布 二次磁束密度は空間的基本波成分と端効果成分に分類して考察することにする。

(i) 空間的基本波成分 $\bar{B}_r(x, t)$ は

$$\begin{aligned} \bar{B}_r(x, t) &= N_{rf}(x) \bar{I}_r(t) \\ &= B_{rf} \exp \{j(\omega t - \pi x / \tau + \delta_s)\} \end{aligned} \quad (12)$$

の形をもつとして、(11), (12) 式を (5) 式に代入して解くと $\bar{B}_r(x, t)$ の空間的基本波成分 $\bar{B}_{rf}(x, t)$ は

$$\begin{aligned} \bar{B}_{rf}(x, t) &= N_r \exp \{-j\pi x / \tau\} \\ &\quad \times I_s \exp \{j(\omega t + \delta_s)\} \end{aligned} \quad (13)$$

となる。(13) 式で $N_r(x)$ の空間的基本波成分 $N_{rf}(x)$ を書き直すと

$$N_{rf}(x) = -N_r \exp \{-j\pi x / \tau\} \quad (14)$$

ここで、

$$N_r = -3 \cdot N_s / 4 \cdot \{ \sqrt{(1/sG)^2 + 1} \} \quad \dots (15)$$

$$G = 2\mu_0 \tau^2 f / (\pi \rho g) \quad \dots (16)$$

$$\delta_s = \tan^{-1}(sG) \quad \dots (17)$$

となる。

(ii) 端効果成分 端効果成分は、(5)式の同次方程式の過渡解として得られるので $\bar{B}_r(x, t)$ を $N_r(x)$ と $\bar{I}_r(t)$ に変数分離し(5)式の右边を零とおいて解く。

$$\frac{\rho g}{\mu_0} \frac{\partial^2 N_r(x)}{\partial x^2} \bar{I}_r(t) - \frac{\partial N_r(x)}{\partial t} \frac{\partial \bar{I}_r(t)}{\partial t} = 0 \quad \dots (18)$$

ここで、任意の変数 λ を導入すると、

$$\frac{\rho g}{\mu_0} \frac{1}{N_r(x)} \frac{\partial^2 N_r(x)}{\partial x^2} = \frac{1}{\bar{I}_r(t)} \frac{\partial \bar{I}_r(t)}{\partial t} = \lambda \quad \dots (19)$$

$N_r(x)$ が $\exp(kx)$ の形を有すると仮定し(19)式に代入すると

$$k^2 - \frac{\mu_0}{\rho g} \lambda = 0, \quad k_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{\mu_0}{\rho g} \lambda} \quad \dots (20)$$

が求められる。従って、 $N_r(x)$ の端効果成分 $N_{rT}(x)$ は

$$N_{rT}(x) = N_{rT1} \exp(k_1 x) + N_{rT2} \exp(k_2 x) \quad \dots (21)$$

となる。

空間的基本波成分 [(14)式] と端効果成分 [(21)式] を含んだ $N_r(x)$ は

$$\begin{aligned} N_r(x) &= N_{rF}(x) + N_{rT}(x) \\ &= -N_r \exp(-j\pi x/\tau) \\ &\quad + N_{rT1} \exp(k_1 x) + N_{rT2} \exp(k_2 x) \quad \dots (22) \end{aligned}$$

と書くことができる。

(3) 端効果成分の検討 LIM における空げき磁束密度の空間的基本波成分は、回転機の場合と同じく電流の変化に直接比例する。しかし、端効果成分においては、電流変化と空間的磁束密度分布との間にはやや複雑な関係が存在する。その振舞は LIM の特性において重要な因子となるので、LIM の定常運転時と過渡運転時に分けて考察する。

(i) 定常状態解 電動機の定常状態動作においては、(19)式の λ は純粋な虚数部のみをもち、実数部をもたない。従って、一次電流は角周波数 ω をもつことになって λ は $j\omega$ と置くことができる。しかし、座標系を二次側に固定した場合には $js\omega$ としなければならないので

$$\lambda_{st} = js\omega \quad \dots (23)$$

とすることができる。 $\lambda = \lambda_{st}$ とし(19)式に代入すると

$$k_{1,2} = \pm \sqrt{jsG\pi/\tau} \quad \dots (24)$$

よって

$$\begin{aligned} N_r(x) &= -N_r \exp(-j\pi x/\tau) \\ &\quad + N_{rT1} \exp(-\sqrt{jsG\pi} x/\tau) \\ &\quad + N_{rT2} \exp(\sqrt{jsG\pi} x/\tau) \quad \dots (25) \end{aligned}$$

の解が得られる。

(ii) 過渡状態解 時間的過渡時には、 λ は実数部と虚数部をもつとして

$$\lambda_T = a + js\omega \quad \dots (26)$$

のように書くことができる。 $\lambda = \lambda_T$ とすると(20)式より

$$k_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{\mu_0 \tau^2}{\rho g \pi^2} a + jsG\pi/\tau} \quad \dots (27)$$

となるが

$$a' + \sqrt{2a'(sG)'} = a \quad \dots (28)$$

$$(sG)' + \sqrt{2a'(sG)'} = sG \quad \dots (29)$$

の関係をを用いると、

$$k_{1,2} = \pm \left(\sqrt{\frac{\mu_0 \tau^2}{\rho g \pi^2} a' + \sqrt{j(sG)'}} \right) \frac{\pi}{\tau} \quad \dots (30)$$

と書くことができる。(30)式を(22)式に代入すると

$$\begin{aligned} N_r(x) &= -N_r \exp(-j\pi x/\tau) \\ &\quad + N_{rT1} \exp \{ -\sqrt{(\mu_0 \tau^2 / \rho g \pi^2) a'} \pi x/\tau \} \\ &\quad \times \exp \{ -\sqrt{j(sG)'} \pi x/\tau \} \\ &\quad + N_{rT2} \exp \{ \sqrt{(\mu_0 \tau^2 / \rho g \pi^2) a'} \pi x/\tau \} \\ &\quad \times \exp \{ \sqrt{j(sG)'} \pi x/\tau \} \quad \dots (31) \end{aligned}$$

となる。(26)式の a の算定にあたっては、二次電流を

$$\begin{aligned} \bar{I}_r(t) &= I_r \{ \exp(a + js\omega t) \} \\ &= I_r \exp(at) (\cos s\omega t + j \sin s\omega t) \quad \dots (32) \end{aligned}$$

の形を有するとすると、 $\bar{I}_r(t)$ の振幅を決定するには(32)式の第1項、または第2項中のどちらかを考えてもよい。従って

$$I_r \exp(at) = \bar{I}_r(t) / \cos(s\omega t) \quad \dots (33)$$

が成立する。ここで、ある時刻 t_{n-1} での振幅を $I_{r,n-1}$ 、 t_n での値を $I_{r,n}$ とし、 $t_n - t_{n-1} = \Delta t$ とすると

$$I_{r,n-1} \exp(a \Delta t) = I_{r,n} \quad \dots (34)$$

の関係が成り立つ。また

$$\exp(a \Delta t) = I_{r,n} / I_{r,n-1} \quad \dots (35)$$

になって

$$a = \ln(I_{r,n} / I_{r,n-1}) / \Delta t \quad \dots (36)$$

として求めることができる。

(4) 二次導体における巻線関数の決定法 (31)式は定常のとき $a=0$ とすると、定常状態および過渡状態で共に成立する式であることがわかる。

図 2 短二次 DLIM のすべり-推力特性
Fig. 2. Slip-thrust characteristics of short rotor DLIM.

$$\sqrt{j} = (1+j)/\sqrt{2} \quad (37)$$

$$\sqrt{\frac{\mu_0 \tau^2}{\rho g \pi^2} a'} + \sqrt{\frac{s G'}{2}} = C \quad (38)$$

$$\sqrt{(s G')/2} = D \quad (39)$$

とすると (26) 式は

$$\begin{aligned} N_r(x) = & -N_r \exp(-j\pi x/\tau) \\ & + N_{rT1} \exp(-C\pi x/\tau) \times \exp(-jD\pi x/\tau) \\ & + N_{rT2} \exp(C\pi x/\tau) \times \exp(jD\pi x/\tau) \end{aligned} \quad (40)$$

のように簡単に書くことができる。ここで第 1 項は回転機と同様の空間的基本波成分、第 2 項は入口端からの減衰進行波、第 3 項は出口端での反射波である。図 2 は参考文献 (4) から転載したものであり、上記各項の推力特性を表すものである。その解析結果からわかるように、第 3 項成分の推力への影響は第 2 項と比べると少なく、無視しても実用上問題ないので、本文では以降第 1 項、第 2 項だけを考慮することにする。

ここで N_{rT1} 、 N_{rT2} を求めるために境界条件として磁束の連続性を考える。すなわち、二次導体の左右両端である $x=0$ および $x=m\tau$ において、負荷部 ($0 \leq x \leq m\tau$) における磁束密度 $\bar{B}_{lr}(x, t)$ は無負荷部の磁束密度 $\bar{B}_s(x, t)$ と等しくなければならないという関係を用いて

$$\begin{aligned} N_{rT1} = & N_r \times \{ \exp(-j m \pi) \\ & - \exp(C m \pi) \times \exp(j D m \pi) \} \\ & / \{ \exp(-C m \pi) \times \exp(-j D m \pi) \\ & - \exp(C m \pi) \times \exp(j D m \pi) \} \dots (41) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{rT2} = & N_r \times \{ -\exp(-j m \pi) \\ & + \exp(-C m \pi) \times \exp(-j D m \pi) \} \\ & / \{ \exp(-C m \pi) \times \exp(-j D m \pi) \\ & - \exp(C m \pi) \times \exp(j D m \pi) \} \dots (42) \end{aligned}$$

のように求められる。

結果的に二次磁束の Y 成分は (40)、(41)、(42) 式の組合せとして表され、また等価的に仮想される二次導体上の巻線関数は (40) 式の実数部が β 軸、虚数部が α 軸として

$$\begin{aligned} N_{\alpha r}(x) = & N_r \sin(\pi x/\tau) \\ & - N_{rT1} \exp(-C\pi x/\tau) \times \sin(D\pi x/\tau) \\ & + N_{rT2} \exp(C\pi x/\tau) \times \sin(D\pi x/\tau) \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} N_{\beta r}(x) = & -N_r \cos(\pi x/\tau) \\ & + N_{rT1} \exp(-C\pi x/\tau) \times \cos(D\pi x/\tau) \\ & + N_{rT2} \exp(C\pi x/\tau) \times \cos(D\pi x/\tau) \end{aligned} \quad (44)$$

と書くことができる。参考として、定常状態での (43)、(44) 式による α 、 β 軸巻線関数の様子を図 3 に示す。

結局、前述の関係および (2.3) 節での等価回路定数計算法によって作られる等価回路は表 1 のような条件下で成立するものである。

〈2.3〉等価回路定数計算法 等価回路における諸定数は、短二次 DLIM の場合には空けき内に二次導体が限定されており、端効果のために回転機のように基礎実験から回路定数を求めることはできない。よって、その算出においては以下に述べる計算式を用いることにする。

(1) 二巻線間の相互インダクタンス 前述の巻線関数はある与えられた巻線に対する磁束分布を表すものであり、二巻線間のインダクタンスは次のように簡単に計算できる。

$$L_{1,2} = \frac{\mu_0 \tau w}{g} \int_0^{\tau} N_1(x) N_2(x) dx \quad (45)$$

(2) 速度起電力係数 二次導体が動く際には変圧器起電力以外に速度起電力が生じる。基準座標系を一次鉄心におくと速度起電力は二次導体上のみに誘起され、回路 1 が動くとき回路 2 によって回路 1 に誘起される電圧 $e_{1,2}$ は

$$\begin{aligned} e_{1,2} = & \frac{dx}{dt} i_2 \frac{\partial L_{1,2}}{\partial x} \\ = & \frac{\pi}{\tau} V_r i_2 \left(\frac{\tau}{\pi} \frac{\partial L_{1,2}}{\partial x} \right) \dots (46) \end{aligned}$$

と書くことができる。ここで、 $\pi V_r / \tau$ は回転機での機械的角速度と同一な成分であり、 V_r は二次導体の走行

(a) α 軸巻線関数 (b) β 軸巻線関数

図 3 二次側巻線関数

Fig. 3. The rotor winding function.

表 1 本等価回路が有効である時間空間的条件
Table 1. The conditions considered for the analysis.

空間	時間	定常状態	過渡状態
基本波成分		○	○
端効果分	入口端	○	○
	出口端	×	×

○: 考慮できる ×: 無視

速度である。速度起電力係数を

$$G_{1,2} = \frac{\tau}{\pi} \frac{\partial L_{1,2}}{\partial x} \quad (47)$$

のように表すと、巻線関数を用い

$$G_{1,2} = \frac{\tau}{\pi} \frac{\mu_0 w}{g} \int_0^{P\tau} N_1(x) \frac{\partial N_2(x+\phi)}{\partial \phi} \bigg|_{\phi=0} dx \quad (48)$$

として計算される。

(a) α 軸等価回路 (b) β 軸等価回路図 4 短二次両側式リアモータの
 α - β 軸等価回路Fig. 4. The α - β axis equivalent circuit of the short rotor double sided LIM.

(3) 二次抵抗 二次導体抵抗値の算定においては、次のように Goodness factor を用い求める。

$$\left. \begin{aligned} \text{Goodness factor } G &= X_m / R_2 \\ R_2 &= X_m / G \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (49)$$

ここで、 X_m は (45) 式に基づいて求められる一次側と二次側間の相互インダクタンスに関する等価インピーダンスである。

前述の関係をを用い結果的に得られた短二次 DLIM の α, β 軸等価回路は図 4 のようになる。等価回路中のパラメータに添字 f および e の付いたものは、それぞれ空間的基本波成分と端効果分を意味している量であり、添字のないものは両成分を含んだ量であることを示している。また、端効果分要素はすべり s と一次電流 $\bar{I}_s(t)$ の関数となっている。

3. 等価回路から導かれる電圧-電流方程式

ここでは以上に求めた LIM の等価回路を、一般の回転機に対して開発された二軸理論に組み込み、その取扱いが容易で適用範囲が広い電圧-電流平衡式および状態空間表現法について述べる。まず、電圧-電流平衡式を行列形式で書くと

$$(\bar{V}) = (\bar{R})(\bar{i}) + (\bar{L}) \frac{d(\bar{i})}{dt} + \frac{\pi}{\tau} V_r (\bar{G})(\bar{i}) \quad (50)$$

のようになる。ここで

$$\{\bar{V}\} = \{V_{\alpha s}, V_{\beta s}, V_{\alpha r}, V_{\beta r}\}^T$$

$$\{\bar{i}\} = \{i_{\alpha s}, i_{\beta s}, i_{\alpha r}, i_{\beta r}\}^T$$

$$\begin{aligned} \{\bar{R}\} &= \{\bar{R}_r\} + \{\bar{R}_T\} \\ &= \text{diag}\{R_{\alpha s}, R_{\beta s}, R_{\alpha r}, R_{\beta r}\} \\ &\quad + \text{diag}\{0, 0, R_{\alpha r, T}, R_{\beta r, T}\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \{\bar{L}\} &= \{\bar{L}_f\} + \{\bar{L}_T\} \\ &= \begin{bmatrix} L_{\alpha s, \alpha s} & L_{\alpha s, \beta s} & L_{\alpha s, \alpha r, f} & L_{\alpha s, \beta r, f} \\ L_{\beta s, \alpha s} & L_{\beta s, \beta s} & L_{\beta s, \alpha r, f} & L_{\beta s, \beta r, f} \\ L_{\alpha r, \alpha s, f} & L_{\alpha r, \beta s, f} & L_{\alpha r, \alpha r, f} & L_{\alpha r, \beta r, f} \\ L_{\beta r, \alpha s, f} & L_{\beta r, \beta s, f} & L_{\beta r, \alpha r, f} & L_{\beta r, \beta r, f} \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} 0 & 0 & L_{\alpha s, \alpha r, T} & L_{\alpha s, \beta r, T} \\ 0 & 0 & L_{\beta s, \alpha r, T} & L_{\beta s, \beta r, T} \\ L_{\alpha r, \alpha s, T} & L_{\alpha r, \beta s, T} & L_{\alpha r, \alpha r, T} & L_{\alpha r, \beta r, T} \\ L_{\beta r, \alpha s, T} & L_{\beta r, \beta s, T} & L_{\beta r, \alpha r, T} & L_{\beta r, \beta r, T} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \{\bar{G}\} &= \{\bar{G}_r\} + \{\bar{G}_T\} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ G_{\alpha r, \alpha s, f} & G_{\alpha r, \beta s, f} & 0 & G_{\alpha r, \beta r, f} \\ G_{\beta r, \alpha s, f} & G_{\beta r, \beta s, f} & G_{\beta r, \alpha r, f} & 0 \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ G_{\alpha r, \alpha s, T} & G_{\alpha r, \beta s, T} & 0 & G_{\alpha r, \beta r, T} \\ G_{\beta r, \alpha s, T} & G_{\beta r, \beta s, T} & G_{\beta r, \alpha r, T} & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$\{L\}$ 行列は対角線に関して対称であるが、 α - β 両軸間には非対称であり、LIM の構造的な非対称性による電気磁気的対称性を表しているのがわかる。

エネルギー保存則により推力は(51)式のように計算される。

$$F_0 = \pi / \tau \{\bar{i}\}^T \{\bar{G}\} \{\bar{i}\} \quad \dots\dots\dots (51)$$

(50), (51)式は回転機のそれと全く同様の 4×4 のシステム・マトリックスを有しているの、回転機と同手段で特性の解析が可能である。また、機械的出力方程式を

$$F_m = M \frac{dV_r}{dt} + BV_r + F_l \quad \dots\dots\dots (52)$$

ここで、 M は二次導体質量、 B は摩擦係数、 F_l は負荷による逆制動力とすると、(50)~(52)式から

$$\begin{aligned} \{\bar{X}(t)\} &= \{\bar{A}(t)\} \{\bar{X}(t)\} + \{\bar{B}(t)\} \{\bar{u}(t)\} \\ &\dots\dots\dots (53) \end{aligned}$$

の状態方程式が得られる。ここで、

$$\{\bar{X}(t)\} = [\{\bar{i}\}, V_r]$$

$$\{\bar{u}(t)\} = [\{\bar{v}\}, 1]$$

$$\begin{aligned} \{\bar{A}(t)\} &= \begin{bmatrix} -\{\bar{L}\}^{-1} \{\bar{R}\} + \frac{\pi}{\tau} \{\bar{G}\} & 0 \\ \frac{\pi}{\tau} \{\bar{i}\}^T \{\bar{G}\} & -\frac{B}{M} \end{bmatrix} \\ \{\bar{B}(t)\} &= \begin{bmatrix} \{\bar{L}\}^{-1} & 0 \\ 0 & -\frac{F_l}{M} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

である。

4. 特性解析および実験結果

本文で提案した等価回路の有効性を確かめるために、表2のような供試機について計算および実験を行い、その結果を図5~図8に示す。

図5は定電圧印加時の周波数-推力特性に対して端効果を無視した場合と考慮した場合の計算結果と実験結果を比較したものである。図6は定電流印加時の図5と同様の計算結果および実験結果である。図5, 図6からわかるように、計算結果と実験結果がかなり一

表2 供試機諸元

Table 2. The specification of the test machine.

一次鉄心全長 (短二次) (m)	1.350
一次鉄心幅 (m)	0.90
毎極毎相のスロット数 q	3
極数 p	6
1 コイルあたりの巻数 N (turn)	60
1 相1 極あたりの巻数(両側) Np (turn)	360
分布巻係数 K_{dl}	0.960
短節巻係数 K_{pl}	0.966
巻線係数 K_{wl}	0.927
極ピッチ τ (m)	0.225
二次導体材質	Al
二次導体厚さ (m)	0.002
二次導体長さ (m)	0.450
二次導体幅 (m)	0.500

図5 周波数-推力特性 (定電圧印加)

Fig. 5. Frequency-thrust characteristics (constant voltage excitation).

Fig. 6. Frequency-thrust characteristics (constant current excitation).

図 8 すべり-推力特性 (計算値)
Fig. 8. Slip-thrust characteristics (calculated value).

図 7 速度-推力特性 (計算値)
Fig. 7. Speed-thrust characteristics (calculated value).

5. 位置決め制御への応用

(50)式のシステム方程式は図4の等価回路からもわかるように時変非線形システムとなり、実際制御を行

Fig. 9. An analytical examples of transient state.

図 10 制御区間の分割

Fig. 10. The division of control section.

そこで、図 10 のように原点から目標点までの間を加速、定速、減速領域の三つの制御区間に分ける。加速域では電源供給制御なし、定速域では惰性走行、減

図 11 サーボ制御結果

Fig. 11. The result of servo control.

速域では逆制動力制御を行う。

いま、減速域に入った時間 (b 点) を $t=0$ とおいて

$$t=0: x=x_0, \quad \frac{dx}{dt}=V_0 \quad \dots\dots\dots (54)$$

$$t=T: x=x_{\text{ref}}, \quad \frac{dx}{dt}=0 \quad \dots\dots\dots (55)$$

として

$$X_{\text{ref}} - X_n / V_0 = M \quad \dots\dots\dots (56)$$

が成立する点を b 点とする。また、ある時間において必要となる推力を速度・位置データから計算する式を次のように設定する。

$$F(t) = M V_n^2 / \{2(X_n - X_{\text{ref}})\} \quad \dots\dots\dots (57)$$

(57) 式から計算される推力を生ずるために必要な電圧ならびに周波数を得るために前述の等価回路を利用する方式をとった。本等価回路から計算される入力量は、その状態条件での端効果までも十分考慮された入力量であり、各ステップでの入力変数の操作においてかなり向上された制御結果を得ることができる。今回のサーボ制御では表 2 に示したように有効走行区間である一次鉄心長が短く、実制御区間が 50 cm 程度となるため図 10 中定速部分を省略して制御を行い、誤差 ± 0.5 mm の十分満足できる結果が得られた。図 11 にその制御結果を示す。

6. 結 論

LIM の特性は電磁界の解析を行えばかなり良く把握できるが、その解析法は制御システムに直接適用できない。そこで、場の解析より LIM 特有の端効果を含んだ等価回路を導出し、それを制御システムに適用する手法について検討した。

本文の成果として次のようなことが挙げられる。

- (1) 端効果の定性、定量的な考慮ができる。
- (2) 電圧、電流源駆動時の特性がともに処理できる。
- (3) 電圧、電流瞬時変化に対する過渡時にも対応できる。
- (4) 端効果や時間的過渡状態にも対応できる等価回路であるが、等価回路定数計算はそれほど複雑ではない。
- (5) 誘導機 (回転形) のように 4×4 のシステム行列であり、参考文献 (3) のモデルと比べ、計算時間が大幅に削減できる。
- (6) 時間領域で表されるので状態空間表現が可能。

今後、本等価回路の特長を生かし短二次 DLIM の瞬時推力制御において、回転機の高性能制御法である空げき磁束演算形ベクトル制御、および瞬時磁束検出法を併用する制御法に関する研究を行っていきたいと思う。

終りに、本研究において有益な助言をいただいた本学 石山助教授ならびに横井助手に感謝の意を表する。

(昭和 61 年 7 月 24 日受付)

文 献

- (1) 松宮・高木:「直線誘導機の端作用ならびに等価回路について」, 電学論 B, 91, 289 (昭 46-2)
- (2) 平紗・石川・山室:「誘導形リニアモータの端効果を考慮した等価回路」, 同上 B, 100, 221 (昭 55-4)
- (3) T. A. Lipo & T. A. Nondahl: "Pole-by-pole $d-q$ model of a Linear Induction Machine", IEEE Trans. Power Apparatus Syst., PAS-98, 629 (1979)
- (4) 小貫・石川・小島:「定電流源で駆動される短二次型リニア誘導機の解析」, 早稲田大学理工学研究所報告, 69, 13 (昭 50)