小形直流機の整流帯、継鉄、補極などにおける磁束の過渡的振舞

正員 安藤 詔生 (京都大)

正員 卯本 重郎 (京都大)

1. ま え が き

直流機は優れた可変速機能を有するので速度制御用電動機として広く使用されている。しかし、直流機を使用する場合には、整流子とブラシによる電機子巻線の電流の整流を良好に保ち、整流火花の発生を防止することが重要な課題とされる。特に、今日のようにパワーエレクトロニクス技術の応用によって急速な可変速運転が行われる直流機では、定常運転時だけでなく電機子電流が急速に変動する過渡運転時においても整流を良好に保つことが必要とされる。さて、定常運転時では良好な整流が行われる直流機でも、電機子電流が急変すると過渡的に整流が悪化して整流火花を生じることがある。すなわち、電機子電流の急変時に補極磁路鉄心中に大きなうず電流が誘導される場合には、補極ギャップとその近傍からなる整流帯の磁束(整流磁束)の応答に大きな遅れが生じ、整流中の電機子巻線に誘導されるリアクタンス電圧を整流磁束による速度起電力(整流起電力)によって補償できなくなり、ブラシと整流子片との間に過大な電圧(2~4V程度)が加わり整流火花が発生する。ここで、電機子、補極、主極のみならず継鉄にも積層鉄心が使用される大形機では補極ライナに、継鉄に非積層の塊状鉄心が使用される普通の小形機では継鉄に大きなうず電流が誘導される。従って、過渡時の整流を良好に保つためには、補極ライナや継鉄に誘導されるうず電流が整流磁束の過渡的振舞(過渡応答、過渡分布変化)に及ぼす影響を把握することが必要とされる⁽¹⁾。

補極磁気回路における磁束の過渡的振舞について

は、これまでに多くの研究成果が報告されてきた⁽²⁾⁽³⁾。しかし、主磁束や電機子スロットの影響を無視することによって導かれる等価磁気回路モデルを用いた過渡応答のみの解析が多く、過渡分布の解析はほとんど行われていなかった。近年、有限要素法や差分法を用いた数値解析技術の進歩により、整流磁束分布の二次元解析も行われるようになってきた⁽⁴⁾。しかし、補極ライナのみでうず電流を考慮する大形機に対する解析が行われてきただけで、塊状継鉄をもつ小形機に対する解析はほとんど行われていない。

本論文では、まず磁束の過渡的振舞を解析するための二次元数値解析法について述べる。変分原理を利用する有限要素法では、方形導体における励磁電流密度、鉄心内に誘導されるうず電流の取扱いに工夫があるので、三角要素を用いる差分法によって Ampère の周回積分の法則を近似する節点法を使用する⁽⁵⁾。次に、実際の小形直流機を用いて電機子電流急変時の補極ギャップの磁束密度の過渡応答と過渡整流との関係を実験によって調べる。更に、節点法を用いて電機子電流急変時の磁束の過渡的振舞を詳細に解析する。なお、磁束の過渡応答については実験によって計算結果の妥当性を実証する。また計算により、継鉄の内側表面部分には大きなうず電流が過渡的に誘導されること、うず電流と磁性のヒステリシス現象によって継鉄での過渡変動磁束が継鉄の内面部分に集中することを明らかにする。更に、継鉄の内面から厚さで約 20% 程度の積層化を行うことが、うず電流の抑制、整流磁束の過渡的振舞の改善に有効であり、過渡整流の改善に役立つことを明らかにする。

2. 基礎方程式とその数値解析法

〈2.1〉 基礎方程式 複雑な直流機の磁気回路における過渡磁束の三次元解析は非常に難しいものになる。しかし、直流機の整流磁束は電機子軸(z 方向と

Transient Behaviors of Magnetic Fluxes in Commutating Zone, Yoke, Interpole etc. of Small-sized DC Motor. By Tsuguo Ando, Member & Juro Umoto, Member (Faculty of Engineering, Kyoto University).

安藤詔生: 正員, 京都大学工学部電気工学科

卯本重郎: 正員, 京都大学工学部電気工学科

する)に直交した磁路断面 (x - y 平面とする)における二次元解析によっても、かなりの解析精度が期待できる。

直流機の主極励磁電流や電機子電流の変化に対する磁束の過渡的振舞は次の二次元基礎方程式

$$\partial(\nu \partial A / \partial x) / \partial x + \partial(\nu \partial A / \partial y) / \partial y = -J_s + \sigma \partial A / \partial t \quad \dots\dots (1)$$

$$B_x = \partial A / \partial y, \quad B_y = -\partial A / \partial x \quad \dots\dots (2)$$

$$H_x = \nu \partial A / \partial y, \quad H_y = -\nu \partial A / \partial x \quad \dots\dots (3)$$

$$J_e = -\sigma \partial A / \partial t \quad \dots\dots (4)$$

を与えられた境界条件の下で解くことによって求められる。ただし、 $A=A(x, y, t)$, $J_s=J_s(x, y, t)$, J_e はそれぞれベクトルポテンシャル、励磁電流密度、うず電流密度の z 成分、 B_x, B_y, H_x, H_y は磁束密度 $\mathbf{B}$ 、磁界の強さ $\mathbf{H}$ の x, y 成分である。 ν, σ は磁気抵抗率、導電率である。なお、励磁巻線内の J_e は J_s に比べて小さなものとして無視している。

(2.2) 節点方程式の導出 (1)式を数値的に解く方法として、三角形要素と差分法を用いて、三角形要素の各節点に対する Ampère の周回積分の法則の近似を行う節点法を使用する。

ここで、図1のような各三角形要素 $e_r (r=1, 2, \dots, m)$ 内の任意の点 (x, y) におけるベクトルポテンシャル $A=Ae_r$ が次の一次近似式

$$Ae_r = a_r + b_r x + c_r y$$

$$\begin{Bmatrix} a_r \\ b_r \\ c_r \end{Bmatrix} = \frac{1}{2S_r} \begin{Bmatrix} a_{ri} & a_{rj} & a_{rk} \\ b_{ri} & b_{rj} & b_{rk} \\ c_{ri} & c_{rj} & c_{rk} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} A_{ri} \\ A_{rj} \\ A_{rk} \end{Bmatrix} \quad \dots\dots (5)$$

で表されるものとする。ただし、 A_{ri} は e_r の節点 $q (q=i, j, k)$ における A の値、 a_{rq}, b_{rq}, c_{rq} はそれぞれ q 点の x, y の値によって決まる常数であり、 S_r は e_r の面積である。なお、(2), (3), (5)式より、 e_r 内の $\mathbf{B}, \mathbf{H}$ の x, y 成分はそれぞれ次のように一定となる。

$$B_x = c_r, \quad B_y = -b_r \quad \dots\dots (6)$$

図1 節点 i を囲む三角形要素と周回積分路

Fig. 1. Triangular elements and integral path around node i .

$$H_x = \nu_r c_r, \quad H_y = -\nu_r b_r \quad \dots\dots (7)$$

ただし、 ν_r は e_r 内の ν であり、 $B_r = (B_x^2 + B_y^2)^{1/2}$ と B - H 磁化曲線によって決定される。

さて、(5)~(7)式では隣接要素間の境界線上の $\mathbf{B}$ の法線成分の連続性は満たされるが、 $\mathbf{H}$ の接線成分の連続性は満たされなくなる。節点法では、後者の連続性を補うために節点方程式の導出に次の Ampère の周回積分の法則を使用する。

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S (J_s - \sigma \partial A / \partial t) dx dy \quad \dots\dots (8)$$

ただし、 C は図1の破線 C で示されるような節点を取り囲む積分路、 S は C を周辺とする平面である。図1において、 i', j', k' はそれぞれ jk, ki, ij の中点、 p は e_r の外心点である。次に、(5), (7)式を図1の節点 i に適用して(8)式の積分を行うと、節点方程式は次の形にまとめられる。

$$h_i = f_i - \partial g_i / \partial t \quad \dots\dots (9)$$

ただし、

$$h_i = \oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = h_{ii} A_i + \sum_{r=1}^m h_{ij} A_{rj} \quad \dots\dots (10)$$

$$f_i = \int_S J_s dx dy = \sum_{r=1}^m J_{sr} S_{ri} \quad \dots\dots (11)$$

$$g_i = \int_S \sigma A dx dy = g_{ii} A_i \quad \dots\dots (12)$$

$$h_{ii} = \sum_{r=1}^m \nu_r (b_{ri}^2 + c_{ri}^2) / (4S_r) \quad \dots\dots (13)$$

$$h_{ij} = \sum_{r=1}^m \{ \nu_r (b_{ri} b_{rj} + c_{ri} c_{rj}) / (4S_r) + \nu_{r-1} (b_{r-1,i} b_{r-1,j} + c_{r-1,i} c_{r-1,j}) / (4S_{r-1}) \} \quad \dots\dots (14)$$

$$g_{ii} = \sum_{r=1}^m \sigma_r S_{ri} \quad \dots\dots (15)$$

$$\left. \begin{aligned} A_i &= A_{ri} = A_{r+1,i}, \quad A_{rj} = A_{r-1,k} \\ b_{rj} &= b_{r+1,k}, \quad c_{rj} = c_{r+1,k} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (16)$$

ここで、 J_{sr}, σ_r はそれぞれ e_r 内の J_s, σ で、 S_{ri} は領域 i, k', p, j', i の面積である。しかし、三角形要素が e_2, e_m のように鈍角三角形の場合には、 $S_{ri} = S_r/2$ あるいは $S_r/4$ として近似する。なお(12)式の積分では、節点 i における J_e の理論式 $\sigma \partial A_i / \partial t$ との対比により、 A_{rj}, A_{rk} の寄与を無視する⁽⁶⁾。なお、変分原理を利用する有限要素法によって節点方程式を導出すると、(9)式において f_i, g_i に違いが生じ、それぞれ次のようになる⁽⁷⁾。

$$f_i = \sum_{r=1}^m J_{sr} S_r / 3 \quad \dots\dots (17)$$

$$g_i = \sum_{r=1}^m \sigma_r S_r (2A_{ri} + A_{rj} + A_{rk}) / 12 \dots (18)$$

(17)式では方形導体における J_s の取扱い工夫を要す⁽⁵⁾。(18)式では、 A_{rj}, A_{rk} が $A_i + (\partial A_i / \partial x) dx + (\partial A_i / \partial y) dy$ で表されるので、 J_s の近似式に t と x, y による高次の導関数が現れる。

〈2・3〉 非線形磁気抵抗率の導出 (9)式の h_i に含まれる ν_r は、 e_r がギャップや導体で構成されている場合には $\nu_r = 10^7 / 4 \pi (\text{m/H})$ として近似できる。しかし、 e_r が鉄心で構成されている場合の ν_r には、磁性の飽和やヒステリシス現象による B - H 間の非線形特性を考慮する必要がある。ここでは、 B - H 磁化曲線に対し、次の Frölich の近似式を用いた ν_r の算出を行う。

$$B = (H - H_0) / \{\zeta + \xi(H - H_0)\} \dots (19)$$

e_r 内の $B_r = |B|$ は(5)、(6)式により

$$B_r = \left\{ \left(\sum_{q=i}^k b_{rq} A_{rq} \right)^2 + \left(\sum_{q=i}^k c_{rq} A_{rq} \right)^2 \right\}^{1/2} / (2S_r) \dots (20)$$

で表される。この B_r に対する $H_r = |H|$ を求めることによって ν_r が算出され

$$\nu_r = \eta / (1 - \xi B_r) + H_0 / B_r \dots (21)$$

となる。ただし η, ξ, H_0 は、後の図6に示す B - H 磁化曲線上の B_r 近傍の3点での B と H の値によって算出する。なお、初期磁化曲線上の任意の B からのヒステリシス曲線は図6の曲線と類似した形になるものとする。

〈2・4〉 時間導関数の処理と数値解析法 (9)式には時間導関数 $\partial g_i / \partial t$ が含まれるので、数値解析を行うために、 $\partial g_i / \partial t$ に対して Crank-Nikolson の差分近似を行う。ここで、すべての節点数を n 個とし、時刻 t における各節点 i ($i=1, 2, \dots, n$) での $A_i = (A_i)_t$ や $g_i = (g_i)_t$ は既に求められているものとする。微小時間 Δt 後の時刻 $t + \Delta t$ における $g_i = (g_i)_{t+\Delta t}$ は次式で近似される。

$$(g_i)_{t+\Delta t} = (g_i)_t + \Delta t \{ \varepsilon_i (\partial g_i / \partial t)_{t+\Delta t} + (1 - \varepsilon_i) (\partial g_i / \partial t)_t \} \dots (22)$$

ただし、 $0 \leq \varepsilon_i \leq 1$ である。この(22)式に(9)~(15)式で与えられた関係式を代入することにより、数値解析を行うための次式が導かれる。

$$\begin{aligned} & \left\{ g_{ii} A_i + \varepsilon_i \Delta t \left(h_{ii} A_i + \sum_{r=1}^m h_{ij} A_{rj} \right) \right\}_{t+\Delta t} \\ &= \left\{ g_{ii} A_i - (1 - \varepsilon_i) \Delta t \left(h_{ii} A_i + \sum_{r=1}^m h_{ij} A_{rj} \right) \right\}_t \\ &+ \Delta t \{ \varepsilon_i (f_i)_{t+\Delta t} + (1 - \varepsilon_i) (f_i)_t \} \dots (23) \end{aligned}$$

上式において、 $\varepsilon_i = 0$ とすると解析の簡単な陽解法になるが、本論文では解析の精度や安定性の点で優れた $\varepsilon_i = 0.5$ あるいは1とする陰解法を採用する。なお、(23)式において、 $\varepsilon_i = 1$ 、 $g_{ii} = 0$ とすることにより、うず電流の誘導のない節点 i に対する方程式が得られる。また、解析領域を取り囲む境界線上の節点に対しては、境界条件を用いることにより、(23)式と同様な式を求める。

(23)式を用いて、 J_s の変化に対する A_i ($i=1, 2, \dots, n$) の過渡変化を求めることによって、磁束の過渡応答、磁束分布やうず電流密度分布の過渡変化が求められる。ここで、各時刻における鎖交磁束 ϕ 、節点 i でのうず電流密度 J_{ei} は次式によって算出できる。

$$\phi = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \int_Q^P A dz = (A_P - A_Q) l_z \dots (24)$$

$$J_{ei} = g_{ii} (\Delta A_i / \Delta t) / \sum_{r=1}^m S_{ri} \dots (25)$$

ただし、 ϕ は x - y 平面上の2点 P, Q と z 方向長 l_z よりなる磁路面積 S を鎖交する磁束、 A_P, A_Q は P, Q 点での A の値、 ΔA_i は Δt の間に变化する A_i の変化量である。また、磁束分布は等ベクトルポテンシャル線を描くことによって求められる。

なお、(23)式を解く場合、 h_{ii}, h_{ij} には非線形の ν_r が含まれるので、各時刻において減衰係数を用いた緩和法による繰返し計算を行う。

3. 過渡整流特性

〈3・1〉 実験用直流機 図2は過渡整流特性、磁束の過渡的振舞の実験を行うために作成した塊状継鉄をもつ小形直流機の電機子軸に直交した断面図であり、主な仕様は次のとおりである。

図2 実験用直流機の断面図

Fig. 2. Cross-sectional view of DC motor for experiment.

出力: 3 kW, 極数: 4, 電機子巻線法: 波巻, 端子電圧: 220 V, 電機子電流: 16 A, 回転速度: 1,800 rpm, 主極励磁: 他励磁, 電機子スロット数: 25, 電機子コイル数: 75 (各 5 ターン), 主極 1 極あたりの巻数: 1,000, 補極 1 極あたりの巻数: 70, 電機子鉄心の内径, 外径, 軸方向長: 6, 17, 9 cm, 主極鉄心の高さ, 幅, 軸方向長: 6.6, 5, 9 cm, 主極ライナの高さ: 0.1 cm, 補極鉄心の高さ, 幅, 軸方向長: 6.25, 1.8, 8 cm, 補極ライナの高さ: 0.25 cm, 継鉄の内径, 外径, 軸方向長: 31.2, 34.7, 22.5 cm, 電機子巻線, 主極巻線, 補極巻線の導体の断面積: 28.3, 3.14, 28.3 mm²

図 2 において, 電機子 (A_r), 主極 ($M_{p1} \sim M_{p4}$), 補極 ($I_{p1} \sim I_{p4}$) の各鉄心はそれぞれ 0.5, 1, 0.5 mm の積層鉄心で, 継鉄 (Y_0) は厚さ 17.5 mm の厚鋼板で構成されている。なお, I_a , I_f は電機子電流 (補極励磁電流に等しい), 主極励磁電流である。また, 実験用直流機には, 補極, 継鉄を通る磁束 ϕ_{i1} , ϕ_{i2} , ϕ_{v1} , ϕ_{v2} の過渡変化を測定するための探りコイルや補極ギャップ, 主極ギャップ, 電機子スロット内の磁束密度 $B_{i\phi 1}$, $B_{i\phi 2}$, $B_{m\phi 1}$, $B_{m\phi 2}$, B_{as} を測定するための GaAs ホール素子が取付けられている。ただし, ϕ_{vr} ($r=1, 2$) の測定は, 磁束の軸方向 (z 方向) への広がりを考え, 図 3 のような三つの探りコイルに鎖交する磁束 ϕ_{vr1} , ϕ_{vr2} , ϕ_{vr3} の和として測定する。更に, 電機子巻線電流 i_{c1} , i_{c2} , i_{c3} の整流現象を測定するための探りコイルも取付けられている。

〈3・2〉 過渡整流特性 図 4 は実験用直流機を他励発電機として運転した場合の過渡整流特性である。ただし, 主極は $I_f=1.3$ A の弱め励磁とし, 無負荷運転状態 (回転速度 $N=2,100$ rpm, 電機子電流 $I_a=0$ A, 端子電圧 $V_a=162$ V) において負荷を投入し, $N=2,000$ rpm, $I_a=16$ A, $V_a=145$ V に変化した場合の実験結果であり, $T_m=1.15$ ms は I_a の時定数である。図 4 では, I_a の変化に対する $B_{i\phi 1}$, $B_{i\phi 2}$ の

図 3 継鉄磁束の過渡応答を測定するための探りコイル

Fig. 3. Search coils for measurement of magnetic fluxes in yoke.

図 4 過渡整流特性の実験結果

Fig. 4. Experimental result of transient commutation characteristic.

過渡応答の遅れによって, $t \approx 5 T_m$ で i_{c1} , i_{c2} , i_{c3} がかなりの不足整流の状態になっている。 $B_{m\phi 1}$, $B_{m\phi 2}$ は主極中心部の磁束密度が I_a の影響を受けないことを示し, スロット内の B_{as} は I_a による電機子反作用の様子を示している。同図において, $B_{i\phi 1}$ と $B_{i\phi 2}$, $B_{m\phi 1}$ と $B_{m\phi 2}$ の差はホール素子による測定誤差と思われる。

図 4 において, $t > 10 T_m$ では良好な整流波形を示しているので, 約 $10 T_m$ くらいまでの補極磁束の過渡応答を促進することが過渡整流特性の改善に有効であるものと推察できる。なお, $t \approx 18 T_m$, $32 T_m$ で測定されている不足整流のような現象は, 火花が観測されない定常運転時にもたびたび測定されるので, 測定上の雑音によるものと考えられる。

4. 磁束の過渡的振舞

実験用直流機の主極を $I_f=1.3$ A で励磁した状態での電機子電流 I_a の変化に対する磁束 ϕ_{i1} , ϕ_{i2} , ϕ_{v1} , ϕ_{v2} , 磁束密度 $B_{i\phi 1}$, $B_{i\phi 2}$ の過渡応答, 磁束分布, うず電流密度分布を実験あるいは数値計算によって求める。ただし, 電機子が回転する状態では, 数値解析ならびに探りコイルによる磁束の過渡応答の実験が難しくなるので, 電機子は図 2 に示した位置で静止させ, 外部電源により I_a を印加する。

〈4・1〉 数値計算のための仮定と境界条件

(23)式を用いて I_a の変化に対する磁束の過渡的振

図 5 継鉄磁束の過渡応答の実験結果
Fig. 5. Experimental results of transient responses of magnetic fluxes in yoke.

舞を求めるために、以下の仮定を行う。

(1) 二次元解析を行う場合、各磁路の z 方向の長さをそろえる必要がある。継鉄の長さ l_y は電機子、主極の長さ $l_a = l_m = 9$ cm の 2.5 倍で、継鉄では z 方向にかなりの磁束の広がりが生じる。図 5 は図 3 に示した探りコイルを用いて $T_m = 1.15$ ms の I_a の変化に対する ϕ_{y1} , ϕ_{y11} , ϕ_{y12} , ϕ_{y13} の過渡応答の測定結果である。ここで、 ϕ_{y11} , ϕ_{y13} は磁束の z 方向への広がりを示し、 ϕ_{y12} は l_a と同じ長さの継鉄中央部に鎖交する磁束である。同図において、 $\phi_{y1} = 2\phi_{y12}$ が満たされることにより、以下の数値解析では、実際の継鉄の厚さ $t_y = 1.75$ cm を 2 倍に増し、 $l_y = l_a = l_m$ として取扱う。なお、補極の長さ $l_i = 8$ cm に対しては、 l_a との差があまりないので、補極の磁気抵抗率 ν_i を $\nu_i' = (9/8) \nu_i$ に増すことにより長さを l_a にそろえる。

(2) 電機子、主極、補極は積層鉄心で構成されているので、導電率 σ を $\sigma = 0$ とする。塊状継鉄の $\sigma = \sigma_y$ 、ライナの $\sigma = \sigma_i$ には、実測による $\sigma_y = \sigma_i = 5$ MS/m を使用する。

(3) 各鉄心の ν は、図 6 に示した B - H 磁化曲線に Frölich の式を適用して算出する。

(4) 各巻線における励磁電流密度 J_s は、それぞれ一様で、 $J_s = (\text{巻線電流} / \text{巻線導体の断面積})$ として与えられるものとする。なお $I_f = 1.3$ A とし、 I_a の変化は次式で近似する。

図 6 B - H 磁化曲線
Fig. 6. B - H magnetization curves.

図 7 初期磁束分布
Fig. 7. Initial distribution of magnetic flux.

図 8 磁束と磁束密度の過渡応答の実験結果
Fig. 8. Experimental results of transient responses of magnetic fluxes and flux densities.

図 9 磁束と磁束密度の過渡応答の計算結果
Fig. 9. Calculated results of transient responses of magnetic fluxes and flux densities.

$$I_a = 16 \{1 - \exp(-t/T_m)\} \text{ A}, T_m = 1.15 \text{ ms} \quad (26)$$

また、ブラシで短絡された電機子巻線における電流は直線整流が行われているものとして算出する。

(5) 継鉄の外側表面、電機子の内側表面からの磁束の漏れは無視できるものと仮定し、解析を簡単にするため、これらの境界線上でのベクトルポテンシャルは $A = 0$ とする。

(6) 図 7 には計算によって求めた初期磁束分布を

示す。ただし、 $I_f=1.3$, $I_a=0$ A, $\sigma_v=\sigma_i=0$ とし、 ν の算出には図 6 の初期磁化曲線を使用した。

〈4.2〉 実験結果と計算結果 図 8 は $I_f=1.3$ A で励磁した静止直流機に I_a を印加した場合の変動磁束 $\phi_{i1}, \phi_{i2}, \phi_{v1}, \phi_{v2}$ 、磁束密度 $B_{i\phi 1}, B_{i\phi 2}$ の過渡応答の実験結果である。同図において、 ϕ_{i1}, ϕ_{i2} の差は探りコイルに誘導された電圧の積分誤差と考えられる。図 9 は (23), (24), (6) 式を用いて計算した結果であり、実験結果にかなり良く一致している。両図における磁束や磁束密度の過渡応答の遅れは継鉄やライナに誘導されるうず電流によるものと考えられる。なお、 $t > 5 T_m$ では磁束の変化が非常に緩やかであり、うず電流が長時間にわたって存在することが推察できる。

図 10 は $t=2 T_m, 5 T_m$ における磁束分布の計算結果を示す。ただし、 $\Delta A_{eq}=1.5$ mWb/m は隣接する

(a) $t=2 T_m$, $I_a=13.8$ A, $\Delta A_{eq}=1.5$ mWb/m

(b) $t=5 T_m$, $I_a=15.9$ A, $\Delta A_{eq}=1.5$ mWb/m

図 10 磁束分布の過渡変化

Fig. 10. Transitional magnetic flux distributions.

等ベクトルポテンシャル線間の A の変化量である。同図より、 I_a による継鉄での磁束変化は継鉄の内面から厚さで約 10% の部分に集中することがわかる。この集中により、図 9 の ϕ_{v1} には磁気飽和、 ϕ_{v2} にはヒステリシス現象の影響が現れている。

図 11 は $t=2 T_m$ でのうず電流密度 J_e の分布を示したもので、 J_e も継鉄の内面部分に集中している。

図 12 は、過渡整流特性を支配する各補極の整流帯での磁束密度分布の時間変化を示したものである。 $I_a \approx 16$ A の $t=5 T_m$ においても、磁束密度は $t \rightarrow \infty$ の

図 11 うず電流密度分布 ($t=2 T_m$, $I_a=13.8$ A)

Fig. 11. Eddy current density distribution ($t=2 T_m$, $I_a=13.8$ A).

(a) $t=2 T_m$, $I_a=13.8$ A

(b) $t=5 T_m$, $I_a=15.9$ A

(c) $t \rightarrow \infty$, $I_a=16.0$ A

図 12 整流帯における磁束密度分布の過渡変化

Fig. 12. Transitional magnetic flux density distributions in commutating zone.

定常状態で値の約 1/2 であり、この遅れが図 4 に示したような不足整流の要因になっている。

〈4.3〉 継鉄の積層化による磁束の過渡的振舞の改善 継鉄の内面部分の積層化により、うず電流の誘導を抑制して磁束の過渡応答ならびに過渡整流特性を改善する方法が既に実用化されている。しかし、定性的な理由による積層化が行われ、その効果についての理論解析はいまだ行われていない。ここでは、実験用直流機の継鉄の厚さ 1.75 cm に対して $\eta=5.7\%$ (厚さで 1 mm) ごとの比率で積層化を行った場合の磁束の過渡的振舞を計算によって求め、積層化の有効性を理論的に確かめることにする。

図 13 は $\eta=5.7\%$ の積層を行った場合の過渡応答の計算結果である。 $\eta=0\%$ の図 9 に比べて磁束、磁束密度の過渡応答がかなり促進されている。しかし、継鉄では I_a による磁束のほとんどが薄い積層部分に集中するので、 ϕ_{v1} , ϕ_{v2} には磁気飽和やヒステリシス現象の影響が顕著に現れる。 $\eta=11.4\%$ の積層を行うと過渡応答はより一層促進されるが、継鉄の内面部分に磁気飽和やヒステリシス現象の影響が現れる。

図 14 は $\eta=17.1\%$ (厚さで 3 mm) の積層を行った場合の過渡応答の計算結果で、非常に速い応答を示

図 13 $\eta=5.7\%$ に対する磁束と磁束密度の過渡応答

Fig. 13. Transient responses of magnetic fluxes and flux densities for $\eta=5.7\%$.

図 14 $\eta=17.1\%$ に対する磁束と磁束密度の過渡応答

Fig. 14. Transient responses of magnetic fluxes and flux densities for $\eta=17.1\%$.

図 15 $\eta=17.1\%$ に対する磁束分布 ($t=2 T_m$, $I_a=13.8 A$, $\Delta A_{eq}=1.5 \text{ mWb/m}$)

Fig. 15. Magnetic flux distribution for $\eta=17.1\%$ ($t=2 T_m$, $I_a=13.8 A$, $\Delta A_{eq}=1.5 \text{ mWb/m}$).

図 16 $\eta=17.1\%$ に対するうず電流密度分布 ($t=2 T_m$, $I_a=13.8 A$)

Fig. 16. Eddy current density distribution for $\eta=17.1\%$ ($t=2 T_m$, $I_a=13.8 A$).

している。図 15 には $t=2 T_m$ における磁束分布を示す。 I_a による継鉄での磁束変化はうず電流の誘導のない $\eta=17.1\%$ の部分に集中するが、比較的均一に分布するので磁気飽和やヒステリシス現象の影響は小さくなり、図 14 の ϕ_{v1} と ϕ_{v2} との差が図 9 や図 13 に比べて小さくなっている。図 16 はうず電流密度 J_e の分布であり、補極ライナではかなりの値を有しているが、継鉄では $\eta=0\%$ の図 11 に比して非常に小さくなっている。図 17 は $t=2 T_m$, $5 T_m$ における整流帯における磁束密度分布であり、 $\eta=0\%$ に対する図 9 に比して非常に速い応答を示している。

次に、 $\eta \geq 22.8\%$ (4 mm 以上) にすると、過渡応答は $\eta=100\%$ (17.5 mm) の積層継鉄を使用した場合の

図 17 $\eta = 17.1\%$ に対する整流帯における磁束密度分布の過渡変化

Fig. 17. Transitional magnetic flux density distributions in commutating zone for $\eta = 17.1\%$.

図 18 $\eta = 100\%$ に対する磁束と磁束密度の過渡応答

Fig. 18. Transient responses of magnetic fluxes and flux densities for $\eta = 100\%$.

図 18 と同じようになる。 $\eta = 100\%$ の場合、うず電流はライナ部分に誘導されるだけであり、図 18 の各応答は $t = 5T_m$ でほとんど定常時の値に達している。また、 $\phi_{v1} = \phi_{v2}$ が満たされ、継鉄での磁気飽和やヒステリシス現象の影響が非常に小さくなっている。なお、整流帯での磁束密度分布は $\eta = 17.1\%$ に対する図 17 とほとんど同じになる。

図 9 から図 18 の計算結果より、継鉄の内面から厚さで 17~20% 程度を積層化することによって、磁束の過渡応答のみならず磁束の過渡分布変化までも $\eta = 100\%$ に対するものと同程度に改善できることが明らかにされた。なお、このような積層化により図 4 に示した過渡時の不足整流特性を十分に改善できるものと考えられる。

5. まとめ

直流機を速度制御用電動機として使用する場合には、電機子電流の急変を伴う過渡運転状態での整流特

性を良好に保つことが必要とされる。特に、塊状継鉄をもつ小形直流機では電機子電流が急変した場合、継鉄に大きなうず電流が誘導されるので、このうず電流が過渡整流特性に関与する整流帯での磁束の過渡的振舞に及ぼす影響を調べる必要がある。

本論文では、まず電機子電流急変時の磁束の過渡的振舞を解析するための二次元数値解析法を導いた。数値解析法には、三角要素を使用する差分法として知られている節点法を使用し、従来の解析では無視されてきた直流機の複雑な断面形状、磁路鉄心における磁気飽和やヒステリシス現象による非線形磁化特性を考慮に入れた解析が行えるようにした。

次に実際の小形直流機を用いて、電機子電流急変時の過渡整流特性が補極ギャップの磁束密度の過渡応答の遅れにより悪化することを実験によって確かめた。

更に、継鉄、補極での磁束や磁束密度の過渡応答の実験、節点法を用いた磁束の過渡的振舞に関する数値解析を行い、継鉄の内側表面部に誘導される大きなうず電流により、継鉄のみならず補極鉄心、整流帯での磁束や磁束密度の過渡的振舞にかなりの遅れが生じることを確かめた。なお継鉄の内面部分では、うず電流によって磁束の集中が生じるために、磁気飽和やヒステリシス現象が顕著に現れることを明らかにした。また継鉄の内面部分、すなわちその内面から厚さで約 20% までの範囲を積層鉄心に換えることによって、継鉄全体を積層化するのとはほぼ同じ程度のうず電流の抑制効果、磁束の過渡的振舞の改善効果が得られることを明らかにした。

終りに、本論文の作成にあたり、本学大学院在籍時に数値計算や実験に助力をいただいた新日本製鉄(株)の上野伸二氏と関西電力(株)の吉田潔史氏に深謝を表します。

(昭和 61 年 8 月 20 日受付、同 62 年 1 月 19 日再受付)

文 献

- (1) 高月・坪谷：「直流機における整流技術の進歩」，電学論 B, 100, 187 (昭 55-3)
- (2) R. Rüdenberg: Transient Performance of Electric Power System, p. 106 (1950) McGraw-Hill
- (3) 阪部・野村・岩本：「直流機の補極磁束のライナによる時間遅れ現象について」，電学論 B, 97, 279 (昭 52-5)
- (4) 川崎・小倉・西土井：「ニュートン法によるうず電流を考慮した非線形磁界計算」，昭 60 電気学会全大, No. 840
- (5) A. Y. Hannalla & D. C. Macdonald: "A Nodal Method for the Numerical Solutions of Transient Field Problems in Electrical Machines", IEEE Trans. Magnetics, MAG -11, 1544 (1975)
- (6) 安藤・卯本：「直流機における過渡磁束分布の解析」，昭 59 電気関係学会関西支部連大, G3-62
- (7) シミュレーション技術研究会：シミュレーション技術(Ⅲ)有限要素法, p. 86 (昭 56-6) コロナ社