Dラプラス変換を用いた電動機速度制御系の特性解析

正員 北村 闊 幸 (東 芝)

1. ま え が き

近年、パワートランジスタ PTR, ゲートターンオフサイリスタ GTO の特長を生かした多数の可変速制御装置が製品化されている。小容量電動機の可変速制御装置には PTR が使用され、制御の基本として“パルス幅制御”が適用されている。直流電動機はチョップまたはレオナード、交流電動機は PWM インバータによって主に駆動され、可変速制御される。厳密には、これらの系は“サンプル値制御系”である。

誘導電動機の可変速駆動系については、 V/f 制御を主体として、電流形インバータ系の安定度解析⁽²⁾、基本波解析⁽⁸⁾、方形波近似解析⁽³⁾、テンソル解析⁽⁴⁾⁽⁵⁾、状態変数法⁽²⁾による現象解析、トルク伝達関数定数化制御⁽⁶⁾⁽⁷⁾⁽¹⁰⁾などの論文が報告されている。これらの交流機および直流機の可変速駆動系は「パルス幅制御で、電流マイナーループを有する速度制御系」である。これら制御定数の応答と安定度に及ぼす影響については、更に量的な検討が必要である。

パルス幅制御は Discrete Laplace Transformation (D 変換) の“第2種サンプラ⁽¹⁾” (図 1) の機能と同様である。従来、 D 変換を応用した制御系の計算例はほとんど見られないが、このたび速度制御系の特性解析と安定判別を行ったので報告する。

2. 誘導電動機可変速駆動系の一例

トルク伝達関数定数化制御 (線形化制御) による最近のインバータ駆動・誘導電動機の伝達関数は定数化され、他励直流電動機とほぼ同等になる⁽⁶⁾⁽⁷⁾。その実例として、一括転流式⁽⁸⁾ および個別転流式電流形 PWM インバータ (図 2) による可変速駆動系がある。速度制御回路の出力信号 e_0 を絶対値変換したトルク電流基準信号 i_r^* を伝達関数定数化制御回路⁽⁶⁾⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾ に入力し、直流電流基準信号 i_s^* と滑り周波数 f_s を得

る。 f_s は定常状態での磁束を一定にする f_{s1} と、過渡状態で磁束を一定に保持するための f_{s2} との和である。電流位相シフト回路で PG より検出した回転周波数 f_r に f_{s1} と f_{s2} を適宜加減算し、電流位相をシフトする。また、転流・PWM 制御によって直流電流 i_s の大きさを信号 i_s^* に応じて制御することによ

図 1 第二種サンプラ説明図

Fig. 1. Explanatory diagram of the 2nd type sampler.

図 2 個別転流式電流制御形インバータ制御系統図

Fig. 2. Block diagram of the control system by the current source type individual commutated PWM inverter.

Analysis of Characteristics and Criterion of Stability in the Motor Speed Control System with Pulse Width Modulation. By Hiroyuki Kitamura, Member (Toshiba Corp.). 北村闊幸: 正員, 東芝(株)

T. IEE Japan, Vol. 107-D, No. 9, '87

図 5 本駆動系の等価構成図

Fig. 5. Equivalent block diagram of this driving system by this PWM inverter.

図 6 等価構成図 (I)

Fig. 6. Equivalent block diagram (I).

さて、本論文の計算モデルは誘導機系を対象としているが、速度制御系解析として誘導機または直流機に限定するものではない。図3のようにパルス幅制御を適用した電動機速度制御系の等価構成図を図5に示す。転流・PWM制御回路⁽⁸⁾は、図3に示すような直流機の制御器であるチョップパ CHP のパルス幅制御部に相当し、 D 変換の第2種サンプラ $S_{\Pi}^{(1)}$ に置き換えられる。 S_{Π} は入力 ε の大きさに比例したパルス幅のパルス出力信号 y を出力するものである。

次に、 $G_T(q) = K_I G_r(q)$ として、図5を図6のように変形する。図6と(8')、(9')式により、逆起電力を考慮した電動機の伝達関数 $G_M(q)$ は次の(10)、(10')式として求まる。

$$G_M(q) = \frac{G_I(q)}{1 + G_{M1}(q)G_T(q)K_v} = \frac{JK_m q}{JTq^2 + Jq + T_r K_m K_t K_v} \quad \dots (10)$$

$$G_M(q) = \frac{K_m}{T} \frac{q}{(q+m_1)(q+m_2)} = \frac{K_m P_1(q)}{T Q_1(q)} \quad \dots (10')$$

ただし、 $m_2 > m_1$

$$m_1 = \frac{1}{2T} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4TT_r K_m K_t K_v}{J}} \right)$$

$$m_2 = \frac{1}{2T} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4TT_r K_m K_t K_v}{J}} \right)$$

4. 高利得比例動作のパルス幅制御

速度偏差増幅信号 e_0 を電流基準、 e_0 と電流帰還信

号 e_i との電流入力偏差を ε として、次に考察を行う。

〈4.1〉等価構成図 速度基準 e_s 、速度帰還信号 e_{ir} 、電流基準 e_0 の裏関数を各々 $E_s(s)$ 、 $E_{ir}(s)$ 、 $E_0(s)$ とする。速度制御部がゲイン K_N 、電流制御部がゲイン K_I の比例動作の場合、その伝達関数 $G_N(q)$ および $G_I(q)$ は次の(11)、(12)式で与えられる。

$$G_N(q) = [G_N(s)]_{S \rightarrow q/T_r} = K_N \quad \dots (11)$$

$$G_I(q) = [G_I(s)]_{S \rightarrow q/T_r} = K_A \quad \dots (12)$$

(11)式と(12)式を考慮すると、図6の電流偏差 $\varepsilon(i)$ は次の(13)式で与えられる。

$$\varepsilon(i) = K_A \{ K_N e_s(i) - K_N K_{TG} \omega_r(i) - K_I i_r(i) \} \quad \dots (13)$$

図6の各信号を図1の柱関数 $\varepsilon[n]$ に示すパルス信号、すなわちサンプリング周期 T_r ごとの柱状の信号として考え、各伝達関数をパルス伝達関数に変換すれば、図6は図7で置き換えられる。図7の伝達関数 $G_{N\Pi}^*(q)$ 、 $G_{I\Pi}^*(q)$ 、 $G_{T\Pi}^*(q)$ は各々 $G_N(q)$ 、 $G_I(q)$ 、 $G_T(q)$ の第2種サンプラによるパルス伝達関数を意味する。

複数の伝達関数を合成変換するときに必要な関数について、図7において関数全体を $\{G_{I\Pi}^*(q)\}$ のように、中括弧で囲って示している。

〈4.2〉総合伝達関数 $G_{I\Pi}^*(q)$ 図7で $\varepsilon[n]$ 、 $i_r[n]$ 、 $\omega_r[n]$ 、 $e_s[n]$ 、 $G_M[n]$ の D 変換を各々 $E^*(q)$ 、 $I_r^*(q)$ 、 $W^*(q)$ 、 $E_s^*(q)$ 、 $G_{M\Pi}^*(q)$ として、(13)式を考慮して次の(14)~(16)式を求める。

$$E^*(q) V_s G_{M\Pi}^*(q) = I_r^*(q) \quad \dots (14)$$

$$E^*(q) V_s \bar{G}_M \bar{G}_{T\Pi}^*(q) = W^*(q) \quad \dots (15)$$

$$E^*(q) = K_A \{ E_s^*(q) K_N - K_{TG} K_N W^*(q) - K_I I_r^*(q) \} \quad \dots (16)$$

(14)式と(15)式を(16)式に代入して、次式を得る。

$$E^*(q) = \frac{K_N}{1 + V_s \{ K_I G_{M\Pi}^*(q) \}} * \frac{E_s^*(q)}{+ K_{TG} K_N \bar{G}_M \bar{G}_{T\Pi}^*(q)} \quad \dots (17)$$

この(17)式を(15)式に代入すれば図7の総合伝達関数 $G_{I\Pi}^*(q)$ は次のように求まる。

図 7 等価構成図 (II)

Fig. 7. Equivalent block diagram (II).

$$G_{t_{II}}^*(q) = \frac{W^*(q)}{E_s^*(q)} = \frac{K_N K_A V_s}{1 + K_A V_s \{K_I G_{M_{II}}^*(q)\}^*} \times \frac{\bar{G}_M \bar{G}_{T_{II}}^*(q)}{+ K_{TG} K_N \bar{G}_M \bar{G}_{T_{II}}^*(q)} \dots (18)$$

一方、(10')式をパルス伝達関数化することにより、電動機のパルス伝達関数 $G_{M_{II}}^*(q)$ は次式として求まる。

$$G_{M_{II}}^*(q) = \frac{K_m}{T} \kappa \sum_{r=1}^l \frac{P_1(q_r)}{Q_1(q_r)} \frac{e^{q_r}}{e^q - e^{q_r}} \\ = \frac{\kappa K_m}{T} \frac{1}{m_2 - m_1} \left(\frac{m_2 e^{-m_2}}{e^q - e^{-m_2}} - \frac{m_1 e^{-m_1}}{e^q - e^{-m_1}} \right) \dots (19)$$

また、 $G_M(q)G_T(q)$ のパルス伝達関数 $\bar{G}_M \bar{G}_{T_{II}}^*(q)$ は次式のように求まる。

$$\bar{G}_M \bar{G}_{T_{II}}^*(q) = \frac{\kappa T_r K_m K_t}{J T} \frac{1}{m_2 - m_1} \\ \times \left(\frac{e^{-m_1}}{e^q - e^{-m_1}} - \frac{e^{-m_2}}{e^q - e^{-m_2}} \right) \dots (20)$$

(19), (20)式の(18)式への代入によって、総合パルス伝達関数 $G_{t_{II}}^*(q)$ を次式に示す。

$$G_{t_{II}}^*(q) = \frac{\kappa T_r K_N K_A V_s K_m K_t (e^{-m_1} - e^{-m_2})}{J T (m_2 - m_1)} \\ \times \frac{e^q}{e^{2q} - b e^q + c} \dots (21)$$

ただし、

$$b = e^{-m_1} + e^{-m_2} - k_1 \{(k_2 - K_I m_1) e^{-m_1} - (k_2 - K_I m_2) e^{-m_2}\} \\ c = e^{-(m_1+m_2)} \{1 - k_1 K_I (m_2 - m_1)\} \\ k_1 = \frac{\kappa K_A V_s K_m}{T(m_2 - m_1)}, \quad k_2 = \frac{T_r K_N K_{TG} K_t}{J}$$

〈4・3〉 インディシャル応答 単位関数 $u(t)$ のラプラス変換、すなわち S 関数 $E_s(s)$ が $1/S$ であるのに対し、無次元化による $u(\bar{t})$ の q 関数 $E_s(q)$ は次式で示される。

$$E_s(q) = [E_s(s)]_{s \rightarrow q/T_r} = 1/q \dots (22)$$

(22)式などによって $u(t)$ の D 変換 $E_s^*(q)$ は次式で示される。なお、 D は q 関数のパルス化を意味する。

$$E_s^*(q) = D \{1/q\} = e^q / (e^q - 1) \dots (23)$$

$W^*(q) = E_s^*(q) G_{t_{II}}^*(q)$ の式に、(21)式と(23)式とを代入することにより、インディシャル応答 $W^*(q)$ は次の(24)式で求まる。

$$W^*(q) = \frac{\kappa T_r K_N K_A V_s K_m K_t (e^{-m_1} - e^{-m_2})}{J T (m_2 - m_1)} \\ \times \frac{e^{2q}}{(e^q - 1)(e^{2q} - b e^q + c)} \dots (24)$$

二次方程式 $e^{2q} - b e^q + c = 0$ に関し、重根の有無によって現象は分かれる(重根の場合はまれである)。

(1) 重根の場合 $b^2 = 4c$ の場合、重根 n_1 は次式で示される。

$$n_1 = b/2 \quad (\text{重根}) \dots (25)$$

これにより応答 $\omega_r(n)$ は次式として求まる。

$$\omega_r(n) = \frac{k_1 k_2}{K_{TG}} \frac{e^{-m_1} - e^{-m_2}}{(1 - n_1)^2} \\ \times [1 - (n_1)^n - (1 - n_1)(n_1)^n n] \dots (26)$$

(2) 重根でない場合 (24)式の分母側の二次方程式が二つの異なる根 n_1 と n_2 をもつ場合には、(24)式は次式のように変形される ($b^2 \neq 4c$)。

$$W^*(q) = \frac{k_1 k_2}{K_{TG}} (e^{-m_1} - e^{-m_2}) \\ \times e^q \frac{e^q}{(e^q - 1)(e^q - n_1)(e^q - n_2)} \\ = \frac{k_1 k_2}{K_{TG}} \frac{e^{-m_1} - e^{-m_2}}{(1 - n_1)(1 - n_2)} \left\{ \frac{e^q}{e^q - 1} - \frac{e^q (e^q - n_1 n_2)}{e^{2q} - (n_1 + n_2) e^q + n_1 n_2} \right\} \dots (27)$$

$b^2 > 4c$ で実根の場合、根は(28)式で示され、応答は(29)式のような行きすぎ量のない関数式で求まる。

$$n_1 = \alpha + \beta, \quad n_2 = \alpha - \beta \dots (28)$$

ただし、 $\alpha = b/2$, $\beta = \sqrt{b^2 - 4c}/2$

$$\omega_r(n) = \frac{k_1 k_2}{K_{TG}} \frac{e^{-m_1} - e^{-m_2}}{(1 - n_1)(1 - n_2)} \left\{ 1 - \frac{1 - n_2}{n_1 - n_2} (n_1)^{n+1} + \frac{1 - n_2}{n_1 - n_2} (n_2)^{n+1} \right\} \dots (29)$$

$b^2 < 4c$ で複素根の場合、根は(30)式で示され、応答は(31)式のような振動的な関数式で与えられる。

$$n_1 = \alpha + j\beta, \quad n_2 = \alpha - j\beta \dots (30)$$

ただし、 $\alpha = b/2$, $\beta = \sqrt{4c - b^2}/2$

$$\omega_r(n) = \frac{k_1 k_2}{K_{TG}} \frac{e^{-m_1} - e^{-m_2}}{(1 - \alpha)^2 + \beta^2} \\ \times [1 - \sqrt{1 + \{\alpha(1 - \alpha)/\beta - \beta\}^2} \\ \times (\sqrt{\alpha^2 + \beta^2})^n \cos(\theta_1 - \phi_1 n)] \dots (31)$$

$$\theta_1 = \tan^{-1} \frac{\alpha(1 - \alpha) - \beta^2}{\beta}, \quad \phi_1 = \tan^{-1} \frac{\beta}{\alpha}$$

〈4・4〉 定常偏差 速度偏差 ε_N は、図5により次のように示される。

$$\varepsilon_N = e_s - e_{t0} = e_s - K_{TG} \omega_r \dots (32)$$

D 変換により、 $E_N^*(q) = \mathcal{D} \{ \varepsilon_N \}$ として、 $W^*(q) = E_s^*(q) \times G_{t_{II}}^*(q)$ の式を考慮することによって、(32)式を次式のように変形する。

$$E_N^*(q) = E_S^*(q) - K_{TG} W_r^*(q) \\ = E_S^*(q) \{1 - K_{TG} G_{I\pi}^*(q)\} \quad \dots (33)$$

(33)式は(18)式の代入により次のように変形される。

$$E_N^*(q) = E_S^*(q) \frac{1 + K_A V_S K_I}{1 + K_A V_S \{K_I G_{M\pi}^*(q)\}^*} \\ * \frac{G_{M\pi}^*(q)}{+ K_{TG} K_N \overline{G_M G_{T\pi}}^*(q)} \quad \dots (33')$$

ステップ応答の場合、速度偏差 $E_N^*(q)$ は(19), (20), (23)式を(33')式に代入することによって次式で得られる。

$$E_N^*(q) = \frac{e^q}{e^q - 1} \frac{e^{2q} - B e^q + c}{e^{2q} - b e^q + c} \quad \dots (34)$$

ただし、

$$B = e^{-m_1} + e^{-m_2} - K_I k_1 (m_2 e^{-m_1} - m_1 e^{-m_2}) \\ \therefore \varepsilon_{Nvp} = \lim_{n \rightarrow \infty} \varepsilon_N(n) = \lim_{q \rightarrow 0} (e^q - 1) E_N^*(q) \\ = (1 - B + C)/(1 - b + c) \quad \dots (35)$$

$$\tilde{G}_I(P) = k_1 \frac{(1-P) \{ (k_2 - K_I m_1) e^{-m_1} - (k_2 - K_I m_2) e^{-m_2} \} (1+P) - K_I (m_2 - m_1) e^{-(m_1+m_2)} (1-P)}{\{1 - e^{-m_2} + (1 + e^{-m_2})P\} \{1 - e^{-m_1} + (1 + e^{-m_1})P\}} \quad \dots (38)$$

(38)式を変形し、次式を得る。

$$\tilde{G}_I(P) = k_1 \frac{K_P}{(1 - e^{-m_1})(1 - e^{-m_2})} \\ \times \frac{(1-P)(1 + \tau_3 P)}{(1 + \tau_1 P)(1 + \tau_2 P)} \quad \dots (38')$$

ただし、

$$\tau_1 = \coth(m_1/2) = (1 + e^{-m_1})/(1 - e^{-m_1}) \\ \tau_2 = \coth(m_2/2) = (1 + e^{-m_2})/(1 - e^{-m_2}) \\ \tau_3 = \{ (k_2 - K_I m_1) e^{-m_1} - (k_2 - K_I m_2) e^{-m_2} \\ + K_I (m_2 - m_1) e^{-(m_1+m_2)} \} / K_P \\ K_P = (k_2 - K_I m_1) e^{-m_1} - (k_2 - K_I m_2) e^{-m_2} \\ - K_I (m_2 - m_1) e^{-(m_1+m_2)}$$

〈4・6〉 Hurwitzの安定判別法の適用 安定判別式は(37)式より次の二次式として求める。

$$e^{2q} - b e^q + c = 0 \quad \dots (39)$$

この二次式の二次項の係数を a_2 、一次項の係数を a_1 、定常項を a_0 は(21), (39)式から次のようになる。

$$a_2 = 1 \quad \dots (40)$$

$$a_1 = -b = -e^{-m_1} - e^{-m_2} + k_1 \{ (k_2 - K_I m_1) e^{-m_1} \\ - (k_2 - K_I m_2) e^{-m_2} \} \quad \dots (41)$$

$$a_0 = c = e^{-(m_1+m_2)} \{ 1 - k_1 K_I (m_2 - m_1) \} \quad \dots (42)$$

二次系の Hurwitz 安定条件は次のとおりである。

$$a_2 + a_1 + a_0 > 0 \quad \dots (43)$$

$$a_2 - a_0 > 0 \quad \dots (44)$$

$$a_2 - a_1 + a_0 > 0 \quad \dots (45)$$

〈4・5〉 離散値系周波数特性 図7の速度制御系の一巡伝達関数 $G_{I\pi}^*(q)$ は(18)式の分母の第2項に相当し、(19), (20)式の代入により次のように求まる。

$$G_{I\pi}^*(q) = K_A V_S \{ K_I G_{M\pi}^*(q) \\ + K_N K_{TG} \overline{G_M G_{T\pi}}^*(q) \} \quad \dots (36)$$

$$G_{I\pi}^*(q) = k_1 \frac{\{ (k_2 - K_I m_1) e^{-m_1} - (k_2 - K_I m_2) e^{-m_2} \}}{(e^q - e^{-m_1})} \\ * \frac{e^{-m_2} e^q - K_I (m_2 - m_1) e^{-(m_1+m_2)}}{(e^q - e^{-m_1})} \quad \dots (36')$$

また、特性方程式は(36')式から次に求まる。

$$1 + G_{I\pi}^*(q) = \frac{e^{2q} - b e^q + c}{(e^q - e^{-m_2})(e^q - e^{-m_1})} \quad \dots (37)$$

$e^q = (1+P)/(1-P)$ を代入して、(36')式を P 関数 $\tilde{G}_I(P)$ に変換して、周波数特性について次に検討する。

(40)~(42)式を(43)~(45)式に代入し、次式を得る。

$$K_N T_r > \frac{J K_I}{K_{TG} K_t} \frac{m_1 e^{-m_1} - m_2 e^{-m_2}}{e^{-m_1} - e^{-m_2}} \\ + \frac{J}{k_1 K_{TG} K_t} \frac{e^{-m_1} + e^{-m_2} - 1 - e^{-(m_1+m_2)}}{e^{-m_1}} * \\ * \frac{\{1 - k_1 K_I (m_2 - m_1)\}}{-e^{-m_2}} \quad \dots (46)$$

$$\kappa T_r V_S K_m K_I / T_m > 1 - e^{1/T} \quad \dots (47)$$

$$K_N T_r < \frac{J K_I}{K_{TG} K_t} \frac{m_1 e^{-m_1} - m_2 e^{-m_2}}{e^{-m_1} - e^{-m_2}} \\ + \frac{J}{k_1 K_{TG} K_t} \frac{e^{-m_1} + e^{-m_2} + 1 + e^{-(m_1+m_2)}}{e^{-m_1}} * \\ * \frac{\{1 - k_1 K_I (m_2 - m_1)\}}{-e^{-m_2}} \quad \dots (48)$$

ただし、

$$m_1 + m_2 = 1/T$$

$$k_1 K_I (m_2 - m_1) = \kappa V_S K_m K_I / T$$

(47)式については左辺が必ず正の値となり、常に成立するので、判別式より除外できる。(46)式と(48)式を基にして、速度制御ゲイン K_N とサンプリング周期 T_r を定めれば、安定な高速応答が実現できる。

5. 比例-積分動作パルス幅制御

比例-積分動作の場合の等価構成図は、比例動作の場合と同様に図7であり、前章と同様に解析が可能である。その結果を次に示す。

図 8 速度応答実測データ
Fig. 8. Observed data of speed response.

図 9 P 制御時速度応答特性
Fig. 9. Characteristics of speed response at P-operation control by simulation.

図 10 速度応答特性
(V_s パラメータ)
Fig. 10. Characteristics of speed response (V_s parameter).

〈5・1〉 インディシャル応答 解析過程は(付1)～(付5)式に示し、本章では解析結果のみ報告する。
(1) $b^2=4c$ で重根の場合 重根 n_1 は(25)式で、応答 $\omega_r(n)$ は次の(49)式で求まる。

$$\begin{aligned} \omega_r(n) = & \frac{k_1 k_2}{K_{TG} \tau_f (1-a)(1-n_1)^2} \left[1 - \frac{\tau_f (1-a)}{(n_1-a)^2} \right. \\ & \times \frac{(1-n_1)^2 a(a+1/\tau_f-1)}{1-a} (a)^n \\ & + \left\{ (1-n_1)(n_1-a) \left(n_1(n+2) \right. \right. \\ & + \left. \left. \left(\frac{1}{\tau_f} - 1 \right) (n+1) \right) + n_1 \left(n_1 + \frac{1}{\tau_f} - 1 \right) \right. \\ & \left. \left. \times (2n_1-a-1) \right\} (n_1)^n \right] \dots\dots\dots (49) \end{aligned}$$

(2) $b^2 \neq 4c$ で重根でない場合 $b^2 > 4c$ の場合実根は(28)式、応答は次式で求まる。

$$\begin{aligned} \omega_r(n) = & \frac{k_1 k_2}{K_{TG} \tau_f (1-a)(1-n_1)(1-n_2)} \\ & \times \left[1 - \frac{\tau_f (1-n_1)(1-n_2) \{a + (1/\tau_f-1)\}}{(n_1-a)(n_2-a)} a^n \right. \\ & + \frac{\tau_f (1-a)}{n_1-n_2} \left\{ \frac{(1-n_1) \{n_2 + (1/\tau_f-1)\} n_2}{n_2-a} (n_2)^n \right. \\ & \left. \left. - \frac{(1-n_2) \{n_1 + (1/\tau_f-1)\} n_1}{n_1-a} (n_1)^n \right\} \right] \dots\dots\dots (50) \end{aligned}$$

$b^2 < 4c$ の場合、複素根は(30)式、応答は次式で求まる。

$$\begin{aligned} \omega_r(n) = & \frac{k_1 k_2}{K_{TG} \tau_f (1-a) \{(1-\alpha)^2 + \beta^2\}} \\ & \times \left[1 - \frac{\tau_f a(a + \kappa/\tau_f - 1) \{(1-\alpha)^2 + \beta^2\}}{\kappa \{(a-\alpha)^2 + \beta^2\}} (a)^n \right. \end{aligned}$$

図 11 P 制御時離散値系ボード線図
Fig. 11. Bode diagram at P-operation sampled-data control system.

$$\begin{aligned} & - \frac{\tau_f (1-a) \sqrt{R^2 + S^2}}{\kappa \beta \{(a-\alpha)^2 + \beta^2\}} (\sqrt{a^2 + \beta^2})^n \\ & \times \cos(\theta_1 + \phi_1 n) \dots\dots\dots (51) \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned} \phi_1 = & \tan^{-1}(\beta/\alpha), \quad \theta_1 = \tan^{-1}(S/R) \\ R = & \beta \{ (2\alpha-a-1) \{ \alpha(\alpha + \kappa/\tau_f - 1) - \beta^2 \} \\ & - (2\alpha + \kappa/\tau_f - 1) \{ (\alpha-1)(\alpha-a) - \beta^2 \} \} \\ S = & \{ \alpha(\alpha + \kappa/\tau_f - 1) - \beta^2 \} \{ (\alpha-1)(\alpha-a) - \beta^2 \} \\ & + \beta^2 (2\alpha + \kappa/\tau_f - 1)(2\alpha-a-1) \end{aligned}$$

〈5・2〉 定常偏差 原理的に比例-積分制御の場合の定常偏差は0であり、これは D 変換でも証明済みである。この計算式の記載は省略する。

6. 実験モデルと計算

誘導機系を対象として、実験と計算を行った。

〈6・1〉 実測データ この速度応答データの一例

図 12 T_r/T_m と $K_N T_r$ の関係と安定領域

Fig. 12. T_r/T_m vs. $K_N T_r$ characteristics and the area of relative stability.

を図 8 に示す。ゲイン $K_N=55$ の P 動作の速度制御で、速度基準 e_s を 59% より 61% に変化させたときの応答時間は約 60 ms で、直流機と同等の性能が得られた。なお、 $L_s=3$ mH、直流電源電圧は $V_s=468$ V で、 ω_r は回転角周波数、 θ^* は一次電流位相基準信号、 τ はトルク、 i_s はインバータ直流入力電流、 i_a は相電流、 v_{as} は線間電圧の波形である。

〈6・2〉 計算条件 誘導電動機は 2P-7.5 kW-130 V-49.7 A-29.2 Hz、 T 形等価回路の定数は $r_1=0.0420$ 、 $r_2'=0.0940 \Omega$ 、 $L_1'=14.72$ 、 $M'=19.49$ 、 $L_2'=15.05$ mH である。図 3 の等価モデルの定数に換算すると、 $R_1=0.1091$ 、 $R_2=0.0940 \Omega$ 、 $L_1=26.85$ 、 $M=19.49$ 、 $L_2=15.05$ mH、漏れ係数は $\sigma=0.05997$ となる。また、励磁電流は $I_{s0}=27.5$ A、負荷まで含めた総合慣性モーメントは $J=0.0410$ kg $\cdot$ m $\cdot$ s 2 、 $L_s=3$ mH である。(4)~(7)式により、電動機定数は $K_m=3.613$ 、 $T_m=0.01665$ 、 $K_t=0.07083$ kg $\cdot$ m/A、 $K_e=0.7384$ V/rad/s として定まる。制御定数は電流検出定数 $K_I=0.0192$ V/A、回転速度検出定数 $K_{TG}=0.0191$ V/rad/s、サンプリング変換比率 $\kappa=0.167$ 、サンプリング周期 $T_r=1$ ms である。本モデルでは電流瞬時値制御⁽⁵⁾⁽⁸⁾を実施しており、(12')式において $K_A=1$ となる。また、図 10 の 468 V の場合を除き $V_s=270$ V として計算した。

〈6・3〉 比例制御時速度応答と定常偏差の計算

ゲイン K_N をパラメータとした速度応答特性を(29)、(31)式を基にして計算し、その結果を図 9 に示す。 $K_N=160$ の場合 12% のオーバシュートになるが、30 ms 級の高速応答を得ることができる。図 9 を基として、応答と K_N との関係および行過ぎ量を評価したが、55~160 程度のゲインが適当と考える。

図 10 に V_s をパラメータとした応答特性を示す。

図 13 PI 制御時速度応答特性

Fig. 13. Characteristics of speed response at PI -operation control by simulation.

$K_N=55$ で、 V_s を 270 V、468 V と変えた場合の応答時間はともに 65 ms で同じであった。この計算結果は図 8 の実測データと同様である。このほか、 T_r 、 L を各々パラメータとして応答について計算したが、結果は各々図 10 と同様であった。従って、 V_s 、 T_r 、 L を変えた場合、立上りのこう配が若干異なるが、全体として応答時間に対する影響はないと考える。一方、 J の影響は大きいものであった。

次に、(35)式を基にして定常偏差 ε_{NVP} について計算した。 K_N と ε_{NVP} の関係を図示することは省略したが、後述の図 12 に似た傾向の曲線となる。 $K_N=160$ では $\varepsilon_{NVP}=0.478\%$ で、偏差は微小である。

〈6・4〉 比例制御時周波数特性と安定領域 図 11 に $K_N=55$ 、 $T_r=1$ ms のこの離散値系周波数特性を示す。この離散値系ボード線図は(38)式で求められ、交差周波数 $\omega_c=98$ rad/s で、 -20 dB/dec の傾斜をもって 0 dB 線と交差していて、良好なゲイン特性を示す。図 11 より、ゲイン余裕は 20 dB、位相余裕は 76° であり、良好な周波数特性を示す。

図 12 に T_r/T_m と $K_N T_r$ との関係と、この離散値系の安定領域を示す。この曲線は(48)式による計算値であり、この曲線より下側にあれば安定であることを示す。一方、(46)式の右辺の値は -0.001 程度で、 T_r/T_m 軸より上方にあれば安定であることを示す。従って、安定領域は(48)式の曲線と T_r/T_m 軸との中間の領域である。 $T_r/T_m=0.2$ 、 $T_r=1$ ms の場合を例にすれば、図 12 は $K_N T_r < 2.66$ 、すなわち K_N の上限が 2,660 であることを示している。

〈6・5〉 比例積分制御速度応答の計算 図 13 に調整用ループゲイン A_N をパラメータとした PI 制御時速度応答特性を示す ($T_1=0.01$ 、 $T_f=0.05$)。 A_N の影響が卓越しているが、15~30 が適当な値である。

図 14 個別転流式電流形インバータ駆動時速度応答実測データ

Fig. 14. Observed data of speed response by the current source type individual commutated PWM inverter.

〈6・6〉本モデルの実施状況と改善例 鉄、紙、繊維

などの一般産業の速度応答仕様は、せいぜい0.1秒程度であり、制御定数を本章のように定めれば、サーボ系を除いたかなりの分野に適用できる。事実、図3⁽⁸⁾を基礎モデルとしたインバータが200台くらい各種用途に製品化され、稼動している。この方式で応答を改善するためには、非干渉制御などの現代制御理論を適用する必要がある。更に、弱め界磁運転特性の改善も必要で、図2の個別転流式インバータについて検証し、同じ供試機について図14のような高速応答を得た。図14は1,000 RPMの基底速度基準 e_s に ± 15 RPMの微小信号を重畳した実例で、この細線の基準 e_s に対し、太線は速度信号 ω_r は約10 msで応答している。

〈6・7〉D変換適用手法の特徴 レオナード、パルス幅制御の速度制御系では、連続制御系に近似して計算することがほとんどであった。D変換はZ変換とは異なり、図1のような第二種のサンプリング機能があり、パルス幅制御系を離散値系として厳密に解き、また応答、周波数特性、安定判別により設計精度も向上できる。本手法はL変換と同様の手順で離散値系を構成線図で示し、応答と周波数特性の把握もしやすい。離散値系のボード線図を作成し、ゲイン特性の交差角周波数 ω_c と -20 dB/decの交差線を基にして本系の解析と設計が容易になる。

7. むすび

電動機速度制御系について、D変換の第二種サンプリングを適用して、解析と安定判別を行い、応答、周波数特性などの計算式および安定判別式を求めた。一括転流式PWMインバータ駆動誘導電動機系を供試モデルとして計算と実験を行い、応答のシミュレーションが実験結果と一致することを確認した。

駆動系定数の応答に及ぼす影響について、P制御では比例ゲイン K_N 、P-I制御では調整用ループゲイン A_N の影響が卓越している。計算結果より、 K_N は55~160、 A_N は15~30程度が適当な値と考える。また、離散値系においても周波数特性の把握と安定判別にはボード線図が適当である。更に、Hurwitzの判別法を適用し、判別式(46)と(48)を求め、安定領域の一例を図12に示した。 $T_r/T_m=0.2$ 、 $T_r=1$ msの場合、安定条件は $K_N < 2,660$ であり、一般には十分にこの条件を満たして、安定である。

(昭和61年10月2日受付、同62年3月23日再受付)

文 献

- (1) ヤ・ゼ・チキン：線形不連続制御理論 (昭38)
- (2) 野中・辻：電学論B, 101, 49 (昭56-12)
- (3) 金・富田：電学論B, 97, 56 (昭52-12)
- (4) 常広・城市：電学論, 88, 961, 153 (昭43-10)
- (5) 北村・細川・深沢：電学論B, 102, 9 (昭57-10)
- (6) 難波江・黒沢：同上B, 98, 101 (昭53-3)
- (7) 杉本・大野：同上B, 103, 31 (昭58-1)
- (8) 北村・細川・深沢：同上B, 103, 1 (昭58-3)
- (9) 大山・大上・吉田・常広：同上B, 105, 1 (昭60-11)
- (10) 大山・中沢・大上・吉田・常広：同上B, 105, 9 (昭60-11)

付 録

比例-積分動作の解析過程

$$G_N(q) = \left[G_N(s) \right]_{s \rightarrow q/T_r} = \frac{1}{\tau_1} \left(\tau_f + \frac{1}{q} \right) \dots (\text{付1})$$

$$\text{ただし, } \tau = T_r/(A_N T_r), \quad \tau_f = T_r/T_r$$

$$G_{N\pi}^*(q) = \frac{1}{\tau_1} \left(\tau_f + \kappa \frac{1}{e^q - 1} \right) = \frac{\tau_f e^q + (\kappa/\tau_f - 1)}{\tau_1 (e^q - 1)} \dots (\text{付2})$$

$$G_{I\pi}^*(q) = \frac{K_A V_S G_{N\pi}^*(q)}{1 + K_A V_S \{ K_I G_{M\pi}^*(q) \}^*} \times \frac{\overline{G_M G_T}^*(q)}{+ K_{TG} G_{N\pi}^*(q) \overline{G_M G_T}^*(q)} \dots (\text{付3})$$

$$G_{I\pi}^*(q) = \frac{k_1 k_2}{K_{TG}} (e^{-m_1} - e^{-m_2}) \times \frac{e^q \{ e^q + (\kappa/\tau_f - 1) \}}{e^{3q} - K_2 e^{2q} + K_1 e^q - K_0} \dots (\text{付4})$$

ただし,

$$K_2 = 1 + (1 + k_1 K_I m_1 - k_1 k_2) e^{-m_1} + (1 - k_1 K_I m_2 + k_1 k_3) e^{-m_2}$$

$$K_1 = (1 + k_1 K_I m_1 + k_1 k_2) e^{-m_1} + (1 - k_1 K_I m_2 - k_1 k_3) e^{-m_2} + \{ 1 + k_1 K_I (m_2 - m_1) \} e^{-(m_1 + m_2)}$$

$$K_0 = \{ 1 - k_1 K_I (m_2 - m_1) \} e^{-(m_1 + m_2)}$$

$$k_1 = \frac{\kappa K_A V_S K_m}{T(m_2 - m_1)}, \quad k_2 = \frac{T_r K_I K_{TG} \tau_f}{J \tau_1}$$

$$k_3 = \frac{T_r K_I K_{TG} (\kappa - \tau_f)}{J \tau_1}$$

$$W^*(q) = \frac{k_1 k_2}{K_{TG}} (e^{-m_1} - e^{-m_2}) \times \frac{e^{2q} \{ e^q + (\kappa/\tau_f - 1) \}}{(e^q - 1)(e^q - a)(e^{2q} - b e^q + c)} \dots (\text{付5})$$