電磁界解析による超電導発電機の三相突発短絡時の過渡現象近似解析

正員 新谷 敏朗 (福山大)
 正員 仁田 旦三 (京大)
 正員 岡田 隆夫 (京大)

1. ま え が き

超電導発電機は従来形の同期発電機に比べて種々の特長をもつので、世界各国で試作、研究されている⁽¹⁾⁽²⁾。超電導発電機は通常二重のダンパ円筒を備えているなど、構造的に従来機と異なっているので、その電気特性を十分に把握することが必要である。特に、界磁巻線の常電導転移からの保護や薄肉円筒であるダンパの機械的強度の点で、系統事故などの過渡時の特性の把握が必要である。

従来から超電導発電機の電気特性の解析が行われているが、その方法は大別して二つの考え方で行われてきた。一つは、従来形の発電機の等価回路を拡張した超電導発電機の等価回路を基礎にして解析を進める方法である。すなわち、ダンパ巻線を直軸、横軸各々一つの集中定数回路と仮定するもので、その等価回路を基にして電機子電流、界磁電流などの解析解が得られる⁽³⁾。この方法では、ダンパ円筒を集中定数回路とする仮定に対して明確な議論がなく、またダンパ電流を正確には求められない。もう一つの方法は、超電導発電機の構造モデルを作成し、電磁界解析によってその電気特性を解析しようというものである。この方法では、超電導発電機のダンパは二重の導電性円筒であるので、オペレーショナルインピーダンスが変形ベッセル関数を含む複雑な関数となる⁽⁴⁾。従って、正確な解を得るためには数値解析⁽⁵⁾によらなければならない。

著者らは、発電機の構造パラメータとその電気特性の関係を把握するために、前論文(4)において電磁界解析を基にオペレーショナルインピーダンスの有理関数近似式を導いた。本論文では、その結果を用いて三相突発短絡時の電機子電流と界磁電流の解析解を近似的に求めた⁽⁶⁾。ダンパ円筒の電流密度については半径方向、周方向の分布を考慮した解析解を同様に求めた⁽⁶⁾。更に、1 GVA級の超電導発電機について、数値逆ラプラス変換による解と比較して解析解が十分な精度で実用できることを示した。そして、解析解により構造パラメータと解の関係を考察した。

2. 解析モデル

超電導発電機は一般的に空心の回転界磁形で、界磁巻線を熱的、磁氣的に遮へいするための低温ダンパと、機械的振動抑制のための常温ダンパの二重の導電性ダンパ円筒をもつ。このような超電導発電機に対す

図 1 超電導発電機の解析モデル

Fig. 1. Model of superconducting generator for analysis.

Approximate Transient Analysis of Superconducting Generator at Three-Phase Sudden Short Circuit Based on Electro-Magnetic Analysis. By Toshiro Shintani, Member (Faculty of Engineering, Fukuyama University), Tanzo Nitta, Member & Takao Okada, Member (Faculty of Engineering, Kyoto University).

新谷敏朗: 正員, 福山大学工学部情報処理工学科
 仁田旦三: 正員, 京都大学工学部電気工学教室
 岡田隆夫: 正員, 京都大学工学部電気工学教室

る二次元解析モデルを図1に示す。同図で領域Ⅱ ($R_{f1} \leq r \leq R_{f0}$)、Ⅷ ($R_{i0} \leq r \leq R_{a0}$) が各々界磁、電機子巻線部である。領域Ⅳ ($R_{11} \leq r \leq R_{10}$)、Ⅵ ($R_{21} \leq r \leq R_{20}$) は各々低温、常温ダンパである。領域Ⅹ ($R_{31} \leq r \leq R_{30}$) は外部機械シールドである。周方向の角度を図1に示すように、回転子上(領域Ⅰ～Ⅵ)では ϕ 、固定子上(領域Ⅶ～Ⅹ)では ψ とする。本論文で用いる記号は付録にまとめて示した。

3. 三相突発短絡時の過渡解析

〈3・1〉 電機子電流の過渡変化 同期発電機におけるパークの基本式をラプラス変換形で書くと

$$\begin{cases} V_d(s) = -s\Psi_d(s) - \omega_0\Psi_q(s) - r_a I_d(s) \\ V_q(s) = -s\Psi_q(s) + \omega_0\Psi_d(s) - r_a I_q(s) \end{cases} \quad (1)$$

である。三相突発短絡故障を考えるので零相分は省略した。角周波数は同期角周波数 ω_0 で一定とする。

$\Psi_d(s)$ 、 $\Psi_q(s)$ は次式で与えられる。

$$\begin{cases} \Psi_d(s) = \{X_d(s)I_d(s) + G(s)E_{fd}(s)\} / \omega_0 \\ \Psi_q(s) = X_q(s)I_q(s) / \omega_0 \end{cases} \quad (2)$$

上式で $X_d(s)$ 、 $X_q(s)$ がオペレーショナルインピーダンスである。また、 $E_{fd}(s)$ は界磁電圧、 $G(s)/\omega_0$ は界磁電圧と直軸巻線鎖交磁束数 $\Psi_d(s)$ との伝達関数である。発電機端子で三相突発短絡が生じた場合は、重ね合せの理により、

$$\begin{cases} V_d(s) = V_L \sin \delta / s \\ V_q(s) = -V_L \cos \delta / s \\ E_{fd}(s) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

ここで、 V_L ：発電機端子の短絡前の線間電

圧、 δ ：端子電圧と内部誘導起電力の位相差である⁽⁷⁾。(2)、(3)式を(1)式に代入すると、電機子電流の変化分のラプラス変換は次式となる。

$$\begin{cases} I_d(s) = -V_L \{ \{r_a + sX_q(s)/\omega_0\} \sin \delta + X_q(s) \cos \delta \} / \{s\Delta(s)\} \\ I_q(s) = -V_L \{ -\{r_a + sX_d(s)/\omega_0\} \cos \delta + X_d(s) \sin \delta \} / \{s\Delta(s)\} \end{cases} \quad (4)$$

ただし、 $\Delta(s)$ は次式で与えられる。

$$\Delta(s) = (s^2/\omega_0^2 + 1)X_d(s)X_q(s) + sr_a \{X_d(s) + X_q(s)\} / \omega_0 + r_a^2 \quad (5)$$

二次元解析によれば、 $X_d(s)$ 、 $X_q(s)$ の理論式は変形ベッセル関数を含む複雑な関数なので⁽⁴⁾、(4)式の逆ラプラス変換を解析的に実行するのは困難である。従って、正確な解を得ようとすれば数値解析によること

になる。本論文では、超電導発電機の過渡特性と構造パラメータの関係を簡便に把握するために、数値解析によらず $X_d(s)$ 、 $X_q(s)$ が次式のように有理関数で近似できること⁽⁴⁾を用いて解析的に解くことを考える。

$$\begin{cases} X_d(s) = X_d \frac{(1+sT_{d'}) (1+sT_{d''}) (1+sT_{q''''})}{(1+sT_{d0'}) (1+sT_{q0''}) (1+sT_{q0''''})} \\ X_q(s) = X_q \frac{(1+sT_{q''}) (1+sT_{q''''})}{(1+sT_{q0''}) (1+sT_{q0''''})} \end{cases} \quad (6)$$

上式で X_d は同期リアクタンス、 $T_{d'} \sim T_{q''''}$ は時定数であり、二次元解析によれば超電導発電機の構造パラメータの簡単な関数で表される⁽⁴⁾。

$X_d(s)$ 、 $X_q(s)$ は分母、分子ともに s について各三、二次なので(4)式の分母は s の八次式となる。従って、因数分解によって(4)式の根を求めることは代数的には不可能である。そこで、(6)式中の時定数に、

$$\begin{aligned} T_{d0'} > T_{d'} > T_{q0''} > T_{d''} > T_{q''} \\ & \gg T_{q0''''} > T_{q''''} \gg 1/\omega_0 \end{aligned} \quad (7)$$

の関係があること⁽⁷⁾を考慮する。すなわち、 $X_d(s)$ 、 $X_q(s)$ は表1のように s の絶対値に応じて次数の低い有理関数で近似することができる。従って、各々の場合の $X_d(s)$ 、 $X_q(s)$ の近似式を(4)式に代入すると、 $I_d(s)$ 、 $I_q(s)$ は表2のように帯域別に近似することができる。その際、 $r_a \ll X_d$ 、 $X_{d'}$ 、 $X_{d''}$ 、 $X_{d''''}$ と(7)式の条件を用いた。

表2より、 $T_a = X_{d''}/(\omega_0 r_a)$ とおくと、 $I_d(s)$ の極は $s=0$ 、 $-1/T_{d'}$ 、 $-1/T_{d''}$ 、 $-1/T_{q''''}$ 、 $-1/T_a \pm j\omega_0$ 、 $I_q(s)$ の極は $s=0$ 、 $-1/T_{q''}$ 、 $-1/T_{q''''}$ 、 $-1/T_a \pm j\omega_0$ であることがわかる。(4)式の分母は八次式であるが、極の数は $I_d(s)$ 、 $I_q(s)$ について各々6、5個である。これ

表1 オペレーショナルインピーダンスの帯域別有理関数近似式

Table 1. Approximate rational functions for operational impedances.

領域	$X_d(s)$	$X_q(s)$
(1)	$ s < \frac{1}{T_{d'}}$	X_d
(2)	$\frac{1}{T_{d0'}} < s < \frac{1}{T_{d'}}$	$X_d \frac{1+sT_{d'}}{1+sT_{d0'}}$
(3)	$\frac{1}{T_{d'}} < s < \frac{1}{T_{q0''}}$	$X_d \left(= X_d \frac{T_{d'}}{T_{d0'}} \right)$
(4)	$\frac{1}{T_{q0''}} < s < \frac{1}{T_{q''}}$	$X_d \frac{1+sT_{d'}}{1+sT_{q0''}}$
(5)	$\frac{1}{T_{d''}} < s < \frac{1}{T_{q0''''}}$	$X_{d''} \left(= X_{d'} \frac{T_{d'}}{T_{q0''}} \right)$
(6)	$\frac{1}{T_{q0''}} < s < \frac{1}{T_{q''}}$	$X_{d''} \frac{1+sT_{q''}}{1+sT_{q0''}}$
(7)	$\frac{1}{T_{q''}} < s $	$X_{d''} \left(= X_{d''} \frac{T_{q''}}{T_{q0''}} \right)$

表 2 $I_d(s)$, $I_q(s)$ の帯域別有理関数近似式
Table 2. Approximate rational functions for $I_d(s)$ and $I_q(s)$.

	$I_d(s)$	$I_q(s)$
(1)	$\frac{-V_L}{sX_d} \cos \delta$	$\frac{-V_L}{sX_d} \sin \delta$
(2)	$\frac{-V_L}{sX_d} \frac{1+sT_{d0}'}{1+sT_d'} \cos \delta$	$\frac{-V_L}{sX_d} \sin \delta$
(3)	$\frac{-V_L}{sX_d} \cos \delta$	$\frac{-V_L}{sX_d} \sin \delta$
(4)	$\frac{-V_L}{sX_d} \frac{1+sT_{d0}''}{1+sT_d''} \cos \delta$	$\frac{-V_L}{sX_d} \frac{1+sT_{q0}''}{1+sT_q''} \sin \delta$
(5)	$\frac{-V_L}{sX_d} \cos \delta$	$\frac{-V_L}{sX_d} \sin \delta$
(6)	$\frac{-V_L}{sX_d} \frac{1+sT_{d0}'''}{1+sT_d'''} \cos \delta$	$\frac{-V_L}{sX_d} \frac{1+sT_{q0}'''}{1+sT_q'''} \sin \delta$
(7)	$\frac{-V_L}{sX_d} \left\{ \left(\frac{s}{\omega_0} + \frac{r_a}{X_d} \right) \sin \delta + \cos \delta \right\} \left/ \left\{ \left(\frac{s}{\omega_0} + \frac{r_a}{X_d} \right)^2 + 1 \right\} \right.$	$\frac{-V_L}{sX_d} \left\{ - \left(\frac{s}{\omega_0} + \frac{r_a}{X_d} \right) \cos \delta + \sin \delta \right\} \left/ \left\{ \left(\frac{s}{\omega_0} + \frac{r_a}{X_d} \right)^2 + 1 \right\} \right.$

領域(1)~(7)は表1と同じである。

は, $I_d(s)$ については領域(4)で $s = -1/T_q''$, (6)で $s = -1/T_q'''$ が, $I_q(s)$ については領域(2)で $s = -1/T_d'$, (4)で $s = -1/T_d''$, (6)で $s = -1/T_d'''$ が, 各々分母, 分子に共通な根となっているからである。各々の極に対応する時間領域の解を, ヘビサイドの展開定理によって表2の近似式から求めると, 三相突発短絡時の電機子電流の変化分は次のようになる。

$$\begin{aligned}
 i_d(t) &= I_s \left\{ 1 + K_{d1} \exp(-t/T_d') + K_{d2} \right. \\
 &\quad \times \exp(-t/T_d'') + K_{d3} \exp(-t/T_q''') \} \\
 &\quad \times \cos \delta - K_{qa} \exp(-t/T_a) \cos(\omega_0 t + \delta) \\
 i_q(t) &= I_s \left\{ 1 + K_{q2} \exp(-t/T_q'') + K_{q3} \right. \\
 &\quad \times \exp(-t/T_q''') \} \sin \delta - K_{qa} \\
 &\quad \times \exp(-t/T_a) \sin(\omega_0 t + \delta) \\
 &\dots\dots\dots (8)
 \end{aligned}$$

ここで,

$$I_s = -V_L/X_d \dots\dots\dots (9)$$

とおいた。 $K_{d1} \sim K_{qa}$ は,

$$\left. \begin{aligned}
 K_{d1} &= X_d/X_d' - 1, \quad K_{q2} = X_d/X_d'' - 1 \\
 K_{d2} &= X_d/X_d'' - X_d/X_d' \\
 K_{q3} &= X_d/X_d''' - X_d/X_d'', \quad K_{qa} = X_d/X_d''' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

となる。(8)式は言い換えれば, $I_d(s)$, $I_q(s)$ は次式のように近似することができるということである。

$$\left. \begin{aligned}
 I_d(s) &= \frac{I_s \omega_0 (1+sT_{d0}') (1+sT_{q0}'') (1+sT_{q0}''')}{s(1+sT_d') (1+sT_d'') (1+sT_q''')} \\
 &\quad \times \frac{\{(s+1/T_a) \sin \delta + \omega_0 \cos \delta\}}{\{(s+1/T_a)^2 + \omega_0^2\}} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned}
 I_q(s) &= \frac{I_s \omega_0 (1+sT_{q0}'') (1+sT_{q0}''')}{s(1+sT_q'') (1+sT_q''')} \\
 &\quad \times \frac{\{-(s+1/T_a) \cos \delta + \omega_0 \sin \delta\}}{\{(s+1/T_a)^2 + \omega_0^2\}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

以上から, 電機子電流の過渡変化分は従来機の結果に, ダンパが二重であることを考慮して時定数 T_q''' の減衰項を付け加えればよいことがわかる。全電機子電流は, 短絡前の負荷電流に(8)式を加えたものである。

〈3.2〉 界磁電流の過渡変化 次に, 界磁電流の変化分の近似解を求める。電機子電流と界磁電流の関係式は次のように与えられる。まず, 界磁回路の電圧方程式と鎖交磁束数の関係式は,

$$E_{fd}(s) = s\psi_f(s) + r_f I_f(s) \dots\dots\dots (12)$$

$$\begin{aligned}
 \psi_f(s) &= \sqrt{\frac{3}{2}} M_{af1}(s) I_d(s) + L_{ff1}(s) I_f(s) \\
 &\dots\dots\dots (13)
 \end{aligned}$$

である。ここで, $M_{af1}(s)$ は電機子巻線と界磁巻線の相互インダクタンスの演算子形, $L_{ff1}(s)$ は界磁巻線の自己インダクタンスの演算子形である。(12), (13)式で $E_{fd}(s) = 0$ (重ね合せの理, (3)式)として $\psi_{fd}(s)$ を消去すると

$$\left. \begin{aligned}
 I_f(s) &= -sG(s)I_d(s)/\omega_0 \\
 G(s) &= \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\omega_0 M_{af1}(s)}{r_f + sL_{ff1}(s)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

が成立する。

前節で $I_d(s)$ の近似式は求められているので, $G(s)$ の近似式を同様に考えればよい。 $M_{af1}(s)$ は, 付録の記号を用いて,

$$M_{af1}(s) = M_{af1}(0)/U_1(s) \dots\dots\dots (15)$$

と表される。 $U_1(s)$ は表3のように $|s|$ に応じて近似されるので⁽⁴⁾,

$$U_1(s) = \frac{(1+sT_{q0}'') (1+sT_{q0}''')}{S_{c1}(s) S_{c2}(s)} \dots\dots\dots (16)$$

と表すことができる。ここで,

$$\left. \begin{aligned}
 S_{ck}(s) &= \alpha_k dk / \sinh(\alpha_k dk) \\
 \alpha_k &= \sqrt{\mu_0 \sigma_k s} \quad (k=1, 2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

とした。また, $L_{ff1}(s)$ は,

$$L_{ff1}(s) = L_{ff1}(0) (1+sT_f'') / (1+sT_{q0}'') \dots\dots\dots (18)$$

のように有理関数近似されるので⁽⁴⁾,

$$\begin{aligned}
 r_f + sL_{ff1}(s) &= r_f (1+sT_{d0}') (1+sT_f'') / (1+sT_{q0}'') \\
 &\dots\dots\dots (19)
 \end{aligned}$$

表 3 $U_1(s)$ の帯域別近似表現式
Table 3. Approximate functions for $U_1(s)$.

	(1), (2), (3)	(4)	(5), (6)	(7)
$U_1(s)$	1	$1+sT_{q0}''$	$sT_{q0}''(1+sT_{q0}''')\frac{\sinh(\alpha_1 d_1)}{\alpha_1 d_1}$	$sT_{q0}'' sT_{q0}'''\frac{\sinh(\alpha_1 d_1)}{\alpha_1 d_1}\frac{\sinh(\alpha_2 d_2)}{\alpha_2 d_2}$

領域(1)~(7)は表1の分類と同じである。

となる。このとき、(7)式より $T_{d0}' \gg T_{q0}''$ を用いて式を変形した。以上より、 $I_f(s)$ は次式のように近似することができる。

$$I_f(s) = I_{f0} K_{d1} \frac{T_d'(1+sT_{q0}'')S_{c1}(s)}{(1+sT_d')(1+sT_d'')(1+sT_f'')} \times \frac{S_{c2}(s)}{(1+sT_q''')} \frac{\{(s+1/T_a)\sin\delta + \omega_0 \cos\delta\}}{\{(s+1/T_a)^2 + \omega_0^2\}} \dots\dots\dots (20)$$

ここで、

$$I_{f0} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{V_L}{\omega_0 M_{af1}(0)} \dots\dots\dots (21)$$

とした。すなわち、 $I_f(s)$ の極は、 $s = -1/T_d'$, $-1/T_d''$, $-1/T_f''$, $-1/T_q'''$, $-1/T_a \pm j\omega_0$ の6個と $\sinh(\alpha_k d_k) = 0$ ($k=1, 2$) より、

$$s = -\frac{m^2 \pi^2}{\mu_0 \sigma_k d_k^2} = -\frac{1}{\tau_{km}} \quad (m=1, 2, \dots) \dots\dots (22)$$

である。

各々に対応する解を展開定理によって求めると、三相突発短絡時の界磁電流の変化分は次のようになる。

$$i_f(t) = I_{f0} K_{d1} \{ \exp(-t/T_d') + K_{f2} \times \exp(-t/T_d'') - (1+K_{f2})\exp(-t/T_f'') + K_{f3} \exp(-t/T_q''') \} \cos\delta + K_{fa} \times \exp(-t/T_a) \cos(\omega_0 t + \delta) + \sum_{k=1}^2 \sum_{m=1}^{\infty} K_{SCf_m} \exp(-t/\tau_{km}) \times \cos(\delta - \theta_{km}) \} \dots\dots\dots (23)$$

上式の各係数は(7)式の条件と表3を参照すると

$$\left. \begin{aligned} K_{f2} &= \frac{T_{q0}'' - T_d''}{T_d'' - T_f''} \\ K_{f3} &= \frac{T_{q0}'' T_q'''}{T_d'' T_f''} S_{c1}(-1/T_q''') \\ K_{fa} &= \frac{T_{q0}''}{T_d'' T_f'' T_q''' \omega_0^2} \times |S_{c1}(s) S_{c2}(s)|_{s=-(1/T_q) + j\omega_0} \\ K_{SCf_m} &= \frac{T_{q0}'' \tau_{km}^2}{T_d'' T_f'' T_q'''} \frac{2}{\cos(m\pi)} \frac{S_{c2}(-1/\tau_{km})}{1 + \tan^2 \theta_{km}} \\ \tan \theta_{km} &= (1/\tau_{km} - 1/T_a)/\omega_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

となる。(23)式から界磁電流については、従来知られ

ていない T_f'' , τ_{km} という時定数の減衰項が存在することがわかる。 T_f'' は界磁巻線と低温ダンパの相互作用による時定数であり、 τ_{km} はダンパ円筒の厚みの効果による時定数である。全界磁電流は短絡前の界磁電流に(23)式を加えたものである。また、(23)式を時間で微分すると界磁電流の時間変化率が得られる。時間変化率は界磁巻線の常電導転移からの保護を考えるときに必要となる。

〈3.3〉 ダンパ円筒の電流密度の過渡変化 次に、

半径、周方向の分布をもつダンパ円筒の電流密度の近似解を求める。電機子電流の ξ 相成分とダンパ円筒の電流密度の関係は、

$$I_k(r, \phi, s) = -\sigma_k s A_{\xi k}(r, \phi, s) \quad (\xi=a, b, c, k=1, 2) \dots\dots\dots (25)$$

と書ける。ここで、 $A_{\xi k}(r, \phi, s)$ は二次元解析により、

$$A_{\xi k}(r, \phi, s) = \sum_{n: \text{奇}} A_{kn}(r, s) I_{\xi}(s) \times \sin\{np(\phi - 2m\pi/3)\} \dots\dots (26)$$

と表される ($\xi=a, b, c$ に対して $m=0, 1, 2$)。ここで、

$$A_{1n}(r, s) = c_n \alpha_1 R_{1i} O_{p, p+1}(\alpha_1 r, \alpha_1 R_{1i}) / U_1(s) \dots\dots\dots (27)$$

$$A_{2n}(r, s) = c_n (R_{2i}/R_{2o})^{np} (\alpha_1 R_{1i} \alpha_1 R_{1o}/2np) \times \alpha_2 R_{2i} \{ O_{np-1, np+1}(1) O_{np, np+1} \times (\alpha_2 r, \alpha_2 R_{2i}) - (R_{1o}/R_{2i})^{2np} O_{np+1, np+1}(1) \times O_{np, np-1}(\alpha_2 r, \alpha_2 R_{2i}) \} / U_1(s) \dots\dots (28)$$

ただし、

$$c_n = 2\mu_0 N_a f_{an} Y_{an} (R_{1i}/R_{ao})^{np} / \{n\pi(1-x_a^2)\}$$

と与えられる⁽⁴⁾。(25)式で基本波成分のみ考慮して三相分の和を取り d - q 変換すると、電機子電流 d - q 成分とダンパ円筒の電流密度の関係式として

$$I_k(r, \phi, s) = I_{kd}(r, s) \sin(p\phi) + I_{kq}(r, s) \cos(p\phi) \dots\dots\dots (29)$$

を得る。ここで、

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} I_{1d}(r, s) \\ I_{1q}(r, s) \end{bmatrix} &= -\sqrt{\frac{3}{2}} \sigma_1 s c_1 \times \frac{\alpha_1 R_{1i} O_{p, p+1}(\alpha_1 r, \alpha_1 R_{1i})}{U_1(s)} \begin{bmatrix} I_d(s) \\ I_q(s) \end{bmatrix} \dots\dots\dots (30) \\ \begin{bmatrix} I_{2d}(r, s) \\ I_{2q}(r, s) \end{bmatrix} &= -\sqrt{\frac{3}{2}} \sigma_2 s c_1 (\alpha_1 R_{1i} \alpha_1 R_{1o}/2p) \end{aligned}$$

$$i_{1q}(r, t) = I_{1d} \{ \exp(-t/T_q'') - K_{13} \exp(-t/T_q''') \sin \delta - K_{1a} \times \exp(-t/T_a) \sin(\omega_0 t + \delta + \theta_{1a}) + \sum_{k=1}^2 \sum_{m=1}^{\infty} K_{SC1m} \exp(-t/\tau_{km}) \sin(\delta - \theta_{km}) \} \quad (38)$$

$$i_{2d}(r, t) = I_{2d} \{ \{ -K_{d1} T_q''' \exp(-t/T_d')/T_d' + T_q'''/T_q'' K_{22} \exp(-t/T_d'') + K_{23} \exp(-t/T_q''') \} \cos \delta - K_{2a} \exp(-t/T_a) \cos(\omega_0 t + \delta + \theta_{2a}) + \sum_{m=1}^{\infty} K_{SC2m} \exp(-t/\tau_{2m}) \cos(\delta - \theta_{2m}) \} \quad (39)$$

$$i_{2q}(r, t) = I_{2d} \{ \{ (T_q'''/T_q'') K_{22} \exp(-t/T_q'') - K_{23} \exp(-t/T_q''') \} \sin \delta - K_{2a} \exp(-t/T_a) \sin(\omega_0 t + \delta + \theta_{2a}) + \sum_{m=1}^{\infty} K_{SC2m} \exp(-t/\tau_{2m}) \sin(\delta - \theta_{2m}) \} \quad (40)$$

であり、各係数は(7)式、表3、表4を参照すると、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} K_{13} &= F_{1,p+1}(r, -1/T_q''') S_{c1}(-1/T_q''') \\ K_{1a} \exp(j\theta_{1a}) &= |F_{1,p+1}(r, s)| S_{c1}(s) \Big|_{s=-1/T_a+j\omega_0} \\ K_{SC1m} &= \frac{\tau_{1m}}{T_q'''} \frac{2}{\cos(m\pi)} F_{1,p+1}(r, -1/\tau_{km}) \\ &\quad \times \frac{S_{c1}(-1/\tau_{1m})}{\sqrt{1+\tan^2 \theta_{km}}} \\ K_{22} &= 1 - (T_{11}/T_d'') \{ 1 - (R_{10}/r)^{2p} \} \\ K_{23} &= (T_{11}/T_q'') \{ 1 - (R_{10}/r)^{2p} \} \end{aligned} \right\}$$

表 5 1GVA 級超電導発電機の構造パラメータの例

Table 5. Structure-parameter for 1 GVA superconducting generator.

定格容量	1,120 MVA	定格電圧	26 kV
極 数	2	回 転 数	3,000 rpm
界磁巻線		電機子巻線	
内 径	0.59m	内 径	1.23m
外 径	0.75m	外 径	1.62m
低温ダンパ		常温ダンパ	
厚 さ	0.01m	厚 さ	0.01m
外 径	0.82m	外 径	1.00m
導電率	5.0×10^8 S/m	導電率	5.0×10^7 S/m
外部機械シールド(鉄)			
内 径	1.69m		

$$\left. \begin{aligned} K_{2a} \exp(j\theta_{2a}) &= (T_{11}/T_q'') |S_{c2}(s)| \\ &\quad \times \left\{ F_{2,p+1}(r, s) - \left(\frac{R_{10}}{R_{2i}} \right)^{2p} F_{2,p-1}(r, s) \right\} \Big|_{s=-1/T_a+j\omega_0} \\ K_{SC2m} &= \frac{T_{11}}{T_q'''} \frac{2}{\cos(m\pi)} \left\{ F_{2,p+1}(r, s) - \left(\frac{R_{10}}{R_{2i}} \right)^{2p} F_{2,p-1}(r, s) \right\} \Big|_{s=-1/T_a+j\omega_0} \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

である。(37)~(40)式から、ダンパ円筒の電流密度も界磁電流と同様の、種々の時定数の減衰項と減衰振動項から成ることがわかる。

4. 数 値 例

近似解析解の精度を確かめるために、表5に与えたような構造パラメータをもつ超電導発電機を考える⁽³⁾。このような1 GVA 級の超電導発電機が定格電

図 2 三相突発短絡時の超電導発電機の過渡電流

Fig. 2. Transient current of superconducting generator at sudden 3-phase short circuit.

圧、定格電流、力率 0.9 ($\delta=18.1^\circ$) の状態から、発電機端子で $t=0$ において三相突発短絡を起こした場合について、前章の近似式 (8), (23), (37)~(40) 式による波形と、変形ベッセル関数を含む理論式 (4), (14), (30), (31) 式から数値逆ラプラス変換⁽⁸⁾ により計算した波形を比較したのが図 2 である。同図において、実線が数値解、○、×印が近似解を各々表す。また、低温ダンパ、常温ダンパの電流密度は、各々外側の表面 ($r=R_{1a}, R_{2a}$) のものである。また近似解では、時定数 τ_{km} に対応する減衰項は、 $k=1$ では $m=3$ まで、 $k=2$ では $m=1$ のみを考慮した。

電機子電流、界磁電流、界磁電流変化率、ダンパ円筒の電流密度の各々について、近似解析解は数値逆ラプラス変換による結果とよく一致しており、近似計算式の精度が高いことが確かめられた。

5. 構造パラメータと解の関係

第 3 章で得られた解析解によって構造パラメータと解の関係を考察する。

(5.1) 電機子電流 (8) 式を見ると、電機子電流 d, q 成分の過渡変化は従来機の場合⁽⁷⁾ と同様に、種々の時定数をもつ減衰項と角周波数 ω_0 の減衰振動成分の和である。超電導機では二重ダンパ構造のために T_q''' という常温ダンパに起因する時定数の減衰項が存在する。それらの項の初期値の相対値である $K_{d1} \sim K_{qa}$ は、(10) 式からわかるように同期リアクタンスと過渡リアクタンスの比によって決まる。同期リアクタンスと過渡リアクタンスの比 X_d/X_d' , X_d/X_d'' , X_d/X_d''' は各々電機子巻線と界磁巻線、低温ダンパ、常温ダンパの外径の比によって決まり、ダンパの導電率、厚さには関係しない⁽⁴⁾。電機子巻線の外径を固定して具体的に考えると次のようになる。界磁巻線の外径を小さくすると X_d/X_d' が小さくなるので、 K_{d1} が小さく K_{d2} が大きくなる。低温ダンパの外径を小さくすると X_d/X_d'' が小さくなるので、 K_{d2} , K_{q2} が小さく K_{q3} が大きくなる。常温ダンパの外径を小さくすると、 X_d/X_d''' が小さくなるので、 K_{q3} , K_{qa} が小さくなる。大体の目安として、 $x_a=x_f=R_{a0}/R_{3f}=0.8$, $\lambda_{af}/(\lambda_a\lambda_f)=0.8$ とすると、二極機の場合 $0.40 < R_{f0}/R_{a0} < 0.60$, $0.45 < R_{10}/R_{a0} < 0.65$, $0.55 < R_{20}/R_{a0} < 0.75$ に対して、 $0.26 < K_{d1} < 0.71$, $0.29 < K_{d2} < 1.45$, $0.54 < K_{q2} < 1.89$, $0.44 < K_{q3} < 2.45$, $1.99 < K_{qa} < 5.33$ となる。前章の数値例では、 $K_{d1}=0.39$, $K_{d2}=0.54$, $K_{q2}=0.93$, $K_{q3}=0.98$, $K_{qa}=2.91$ である。

無負荷から三相突発短絡が生じた場合 ($\delta=0$)、(8) 式を $d-q$ 逆変換し相電流を求めると、 a 相電流は、

$$i_a(t) = \sqrt{\frac{2}{3}} I_s \{ \{ 1 + K_{d1} \exp(-t/T_d') \} \\ + K_{d2} \exp(-t/T_d'') + K_{q3} \\ \times \exp(-t/T_q''') \} \cos(\omega_0 t + \phi_0) \\ - K_{qa} \exp(-t/T_a) \cos \phi_0 \} \dots (42)$$

となる。ただし、 ϕ_0 は $t=0$ のときの d 軸と a 相軸の間の電気角であり、 b, c 相電流は上式で ϕ_0 を各々 $\phi_0-2\pi/3$, $\phi_0+2\pi/3$ で置き換えたものである。従って、三相突発短絡試験の結果から、 X_d , X_d' , X_d'' , X_d''' , T_d' , T_d'' , T_q''' の値を求めることができる⁽⁹⁾。ただし、試験では通常定格電圧よりかなり低い電圧から短絡するので、ブラシの定電圧降下の影響により測定時の界磁回路抵抗分 r_f が定格運転時より大きくなる。従って、 r_f に反比例する⁽⁴⁾ T_d' の測定値は、定格運転時の値より小さくなる。

また、(42) 式より $i_a(t)$ の最大値は次式となる。

$$\max |i_a(t)| \cong 2\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{V_L}{X_d'''} \dots (43)$$

(5.2) 界磁電流 従来機では、三相突発短絡時の界磁電流の変化は時定数 T_d' , T_d'' の減衰項と時定数 T_a , 角周波数 ω_0 の減衰振動項からなるが⁽⁶⁾、超電導発電機では (23) 式よりこれらの項のほかに時定数 T_f'' , τ_{km} ($k=1, 2, m=1, 2, \dots$) の減衰項が存在することがわかる。それらの項の相対的な大きさについて考える。まず、 K_{f2} は (24) 式から各巻線、ダンパ円筒の位置関係によって決まると考えられる。前節と同じ条件で $R_{f0}/R_{1f}=0.9$ として計算すると、 $0.36 < K_{f2} < 1.38$ となる。また、前章の数値例では $K_{f2}=0.54$ である。 K_{f3} , K_{f4} , K_{scf_m} に対しては、(24) 式よりダンパ円筒の導電率と厚さの影響が大きい。だいたいの目安として $d_1=d_2=0.01$ m, $\sigma_1=5 \times 10^8$ S/m (銅, 77 K), $\sigma_2=5 \times 10^7$ S/m (銅, 20°C) とすると、 $\tau_{1m}=6.37 \times 10^{-3}$ s, $\tau_{2m}=6.37 \times 10^{-4}$ s なので、時定数 τ_{km} の減衰項は $t=0$ の近傍以外では無視できる。またこのとき、 $|\alpha_1 d_1|=4.44$, $|\alpha_2 d_2|=1.40$ であり、かつ (7) 式より $\omega_0 T_q''' \gg 1$, $\omega_0 T_q'' \gg 1$ と考えられるので $K_{f0} \ll 1$ である。すなわち、ダンパ円筒の材質が銅で厚さが 1 cm 程度であれば、界磁電流の変化分では時定数 τ_{km} の減衰項と角周波数 ω_0 の減衰振動項は小さく、時定数 T_d' , T_d'' , T_f'' , T_q''' の減衰項に比べて無視できる。同様の考察により、界磁電流の時間変化率については時定数 τ_{km} , T_d' の減衰項と減衰振動項は小さい。

(5.3) ダンパ円筒の電流密度 ダンパ円筒の電流密度についても種々の時定数の減衰項と減衰振動項が存在するが、(7) 式より $T_d' \gg T_q'' \gg T_q'''$ なので、(37) 式の $i_{1d}(r, t)$ の第 1 項は第 2 項に比べて小さく、(38) 式の $i_{2d}(r, t)$ の第 1, 2 項と $i_{2q}(r, t)$ の第 1 項は他の項に比べて小さい。すなわち、低温ダンパ電流密度については時定数 T_d' の減衰項は小さく、時定数 T_d'' , T_q'' , T_q''' の減衰項の減衰振動項に比べて無視できる。特に δ が小さい状態からの短絡の場合は $\sin \delta \ll 1$ となるので、 $i_{1q}(r, t)$ の大きさは減衰振動項に依存することになる。また、常温ダンパ電流密度については、時定数 T_d' , T_d'' , T_q'' の減衰項は小さく、時定数 T_q''' の減衰項と角周波数 ω_0 の減衰振動項に比

べて無視できる。また、時定数 τ_{km} の減衰項は界磁電流の場合と同様に、ダンパ円筒の電流密度においても $t=0$ の近傍以外では無視できる。

6. む す び

二次元電磁界解析の結果によると、超電導発電機の三相突発短絡電流の過渡変化分のラプラス変換は、理論的に変形ベッセル関数を含むが、オペレーショナルインピーダンスに有理関数近似式を用いることにより有理関数で近似できる。本論文では、このような電磁界解析の結果を用いた厳密な議論により、解析的にラプラス変換の極が求められることを示した。そして、実際にヘビサイドの展開定理を適用し、時間領域の近似解を解析的に求めた。界磁電流、ダンパ円筒電流密度の過渡変化分についても同様に解析解を得た。得られた近似解から以下のことが言える。

- (1) 電機子電流については、従来機で得られている結果に時定数 T_q'' の減衰項を付け加えればよい。
- (2) 界磁電流については、従来知られていない時定数の減衰項が存在する。
- (3) ダンパ円筒の電流密度については、これまで導出されていなかった半径方向、周方向の分布を考慮した式が得られた。

次に、1 GVA 級の構造パラメータの値をもつ超電導発電機について解析解と数値逆ラプラス変換による数値解を比較した結果、両者はよく一致した。従って、解析解は十分な精度をもっており、解析解によってダンパ円筒に働く過渡的なトルク、半径方向応力などを評価することができる。

解析解はパラメータとして各種のリアクタンス、時定数を含んでいるが、それらはすべて発電機の構造パラメータの簡単な関数として与えられている⁽⁴⁾。従って、過渡特性と構造パラメータの関係の把握が容易である。解析解によって、電機子電流、界磁電流、ダンパ円筒電流密度の過渡変化分が電機子巻線、界磁巻線、低温ダンパ、常温ダンパの外径の比などの構造パラメータの関係を検討した。

なお、本論文の数値計算は一部文部省科学研究費補助金（エネルギー特別研究）の援助によって行われた。最後に、数値逆ラプラス変換について御教示いただいた京都大学工学部 市川 哲助手に感謝します。

(昭和 63 年 3 月 25 日受付, 同 63 年 9 月 2 日再受付)

文 献

- (1) 実松:「超電導発電機の開発」, 電学誌, **102**, 481 (昭 57-6)
- (2) J.L. Smith: *IEEE Trans. Magnetics*, **MAG-19**, 552 (1983)
- (3) テクノバ: 昭和 60 年度ムーンライト計画委託調査研究成果報告書機器 WG 編 (昭 61-3)
- (4) 新谷, 他: 電学論 B, **106**, 1075 (昭 61-12)
- (5) 新谷, 他: 昭 57 電気関係学会関西支部連大, G 3 A-33
- (6) 新谷, 他: 電気学会電力技研, PE-86-58 (昭 61-8)
- (7) B. Adkins: *The General Theory of Electrical Machines*, p. 101 (1964) Chapman & Hall Ltd.
- (8) S. Ichikawa, et al.: *Memoirs of Faculty of Eng. Kyoto Univ.*, **34**, 53 (1972-1)
- (9) 電気学会電気規格調査会標準規格: 同期機 (昭 54-7)

付 録

記 号

$A=(0,0,A)$: ベクトルポテンシャル (Wb/m), Ψ : 鎖交磁束数 (Wb/回数), L, M : 各々自己, 相互インダクタンス (H), X : リアクタンス (Ω), p : 極対数, N : 一極あたり導体数, d : ダンパの厚さ (m), R : 半径 (m), μ_0 : 真空の透磁率 (H/m), σ : 導電率 (S/m), ϕ, ψ : 各々 d 軸, a 相軸からの機械角 (rad), θ : 巻線の占める角度 (機械角) (rad), ω : 角周波数 (電気角) (rad/s), ω_0 : 同期角周波数 (電気角) (rad/s), λ : 巻線の軸方向有効長 (m), S : 滑り

(添字) a, b, c : 電機子各相, d : 直軸, q : 横軸, f : 界磁, 1: 低温ダンパ, 2: 常温ダンパ, 3: 外部シールド, i : 内半径, o : 外半径, n : 空間高調波次数

(i) 巻線分布に関するもの

$$f_{\xi n} = \sin(np\theta_{\xi}/2)/(np\theta_{\xi}/2) \dots \dots \dots (\text{付 } 1)$$

(ii) 半径の比に関するもの

$$\begin{aligned} x_{\xi} &= R_{\xi i}/R_{\xi o} \\ y_n(x) &= (1-x^{np+2})/(np+2) \\ Y_{\xi n} &= y_{-n}(x_{\xi}) \pm (R_{\xi o}/R_{3i})^{2np} y_n(x_{\xi}) \\ Z_{\xi n} &= \{y_n(x_{\xi}) - y_{-n}(x_{\xi}) x_{\xi}^{np+2}\} / 2 \\ &\quad \pm (R_{\xi o}/R_{3i})^{2np} y_n^2(x_{\xi}) \end{aligned}$$

ただし, $\xi=a, f$ であり, $-np+2=0$ のとき

$$y_{-n}(x_{\xi}) = -\ln x_{\xi} \dots \dots \dots (\text{付 } 2)$$

である。

(iii) 変形ベッセル関数に関するもの

$$\begin{aligned} O_{u,v}(z, w) &= I_u(z) K_v(w) \\ &\quad - (-1)^{u-v} K_u(z) I_v(w) \end{aligned}$$

これを更に略して

$$\begin{aligned} O_{v,v}(k) &= I_u(\alpha_k R_{ko}) K_v(\alpha_k R_{ki}) \\ &\quad - (-1)^{u-v} K_u(\alpha_k R_{ko}) I_v(\alpha_k R_{ki}) \\ &\quad \dots \dots \dots (\text{付 } 3) \end{aligned}$$

ただし, $\alpha_k = \sqrt{\mu_0 \sigma_k s}$ ($k=1, 2$) である。

$O_{u,v}(k)$ ($k=1, 2$) を用いて,

$$\begin{aligned} U_n(s) &= \frac{\alpha_1 R_{1i} \alpha_1 R_{1o} \alpha_2 R_{2i} \alpha_2 R_{2o}}{2np} \left(\frac{R_{1i} R_{2i}}{R_{1o} R_{2o}} \right)^{np} \\ &\quad \times \{ O_{np-1, np+1}(1) \{ O_{np-1, np+1}(2) \\ &\quad \pm (R_{2o}/R_{3i})^{2np} O_{np+1, np+1}(2) \} \\ &\quad - (R_{1o}/R_{2i})^{2np} O_{np+1, np+1}(1) \\ &\quad \times \{ O_{np-1, np-1}(2) \pm (R_{2o}/R_{3i})^{2np} \\ &\quad \times O_{np+1, np-1}(2) \} \} \dots \dots \dots (\text{付 } 4) \end{aligned}$$

(iv) インダクタンスに関するもの

$$\begin{aligned} L_{\xi \xi 1}(0) &= \frac{8\mu_0 \lambda_{\xi}}{p\pi} \left(f_{\xi 1} \frac{pN_{\xi}}{1-x_{\xi}^2} \right)^2 Z_{\xi 1} \quad (\xi=a, f) \\ M_{af1}(0) &= \frac{8\mu_0 \lambda_{af}}{p\pi} f_{a1} \frac{pN_a}{1-x_a^2} f_{f1} \frac{pN_f}{1-x_f^2} \\ &\quad \times Y_{a1} y_1(x_f) \left(\frac{R_{fo}}{R_{ao}} \right)^p \dots \dots \dots (\text{付 } 5) \end{aligned}$$