二軸理論における同期機の界磁側諸量の変換と 単位法におけるそれらの基準値

正員 猪狩 武 尚 (中央大)

Transformation of Rotor Quantities of Synchronous Machine in Two-Axis Theory and their Base Values in Per-Unit System Takehisa Igari, Member (Chuo University)

The two-axis theory is now recognized as the most important theory of analysis of synchronous machines. However, some problematic points have been left in its basic theory.

The first point of them is that the physical meaning of dq -transformation is not clarified sufficiently.

The second point is that the transformation of rotor windings caused by dq -transformation of armature winding is not discussed at all.

The third point is the problem of base values of rotor quantities in per-unit system. A. W. Rankin recommended the use of the armature-reaction-based base values of rotor quantities as an improvement of Park's base values. However, the derivation of the formulae of them is not so simple, and besides, his theory is not completely obvious.

The first point has already been resolved by the author's previous paper. The second and the third points are resolved in this paper using the results of the previous paper.

The resolution of the second point can be obtained by the application of the ratio of change of air-gap magnetomotive force and that of air-gap flux which are caused by dq -transformation of the armature winding to the rotor windings.

The resolution of the third point can easily be obtained by the use of the results of the resolution of the second point. From the point of view of theoretical transformation, the correction factor for field magnetomotive force is separated into winding-factor component and non-uniform air-gap component.

From the results of comparison of existing formulae of base values with those obtained in this paper, it is proved that all the existing formulae for the base value of field current are correct, but the existing formulae for the base values of field voltage and field winding resistance are not reasonable in the case of salient-pole machine.

キーワード：二軸理論，同期機，単位法， dq 変換

1. ま え が き

Park が、三相同期機に対する一般的解析法として二軸理論⁽¹⁾⁽²⁾を発表してから 60 年が経過した。その間、二軸理論は多くの人々によって同期機の特種運転

状態の解析に利用され、多くの有益な結果が得られて、現在では同期機にとって不可欠の重要な解析理論として広く認められている。

二軸理論による同期機の解析は、Park 以来、主として単位法を用いて行われてきた。単位法における電

機子側の諸量（電流、電圧、抵抗など）の基準値の選定は、電機子側の定格値を基準にして行われており、特に問題はない。これに反して、界磁側諸量の基準値の選定はやや複雑な問題である。この問題に関するこれまでの経緯の概略は次のとおりである。

Park⁽¹⁾⁽²⁾は、同期機の理論に単位法を最初に導入したDoherty⁽³⁾にならって、無負荷において電機子に定格電圧を発生させるために必要な界磁電流の値を界磁電流の基準値とした。この基準値選定方法は、Laible⁽⁴⁾およびBödefeld⁽⁵⁾によって引継がれている。しかし、この方法には、解析の際に数式がしばしば複雑になり、また dq 軸等価回路の構成が困難であるという欠点がある。

Rankin⁽⁶⁾は、当時使用されていた界磁電流の基準値の選定方法を4種類に分類し、解析上最も有利な基準値として、Kilgore⁽⁷⁾による基準値を推奨した。これは、定格電機子電流による電機子反作用を補償するような界磁電流の値を界磁電流の基準値とする選定方法において、突極構造に関するAlgerの起磁力補正係数を導入したものである。この基準値はBonfert⁽⁸⁾の本に採用されている。この基準値を用いた場合には、 dq 軸等価回路を容易に構成することができ、解析の際の数式も簡単化される。そのため、多くの研究者がこの基準値選定方式を利用してきた。

ところで、Kilgoreによる界磁電流の基準値の式を電機子巻線の dq 変換を考慮して理論的に導出しようとすると、かなり複雑な推論が必要になる⁽⁸⁾。そのため、Concordia⁽⁹⁾およびAdkins⁽¹⁰⁾は、界磁電流の基準値については、無負荷飽和曲線の測定結果（または計算結果）を用いる計算式だけを与え、本来の理論式を示していない。

更に、界磁巻線の端子電圧、巻線抵抗など、および制動巻線の諸量に対する基準値に関しても、一般に十分な理論的取扱いがなされていない。

以上のように、Kilgoreによる界磁電流の基準値およびそれに関連する界磁側の他の諸量の基準値の理論的導出が複雑ないしは不完全であったことの原因は、従来、電機子側の dq 変換に伴って界磁側の諸量がどのような変換を受けるかについて、明確な理論的取扱いがなされていなかった点にあると考える。

著者は、前稿⁽¹¹⁾において、 dq 変換の物理的意味に関する考察を行った。本論文においては、まずその結果を利用して、電機子側の dq 変換に伴って界磁側が受ける変換を明らかにする。次に、 dq 軸等価回路の構成のために、界磁側巻線回路の dq 軸電機子巻線回路の側への有効巻数比による換算を論じる。

上記の変換と換算を受けた界磁側諸量の単位法における基準値は、それぞれ dq 軸等価回路上の電機子側の対応する諸量の基準値と同じでなければならないという条件から定まる。そのようにして得た基準値と、上記の変換と換算を受ける前と後の界磁側諸量の単位法における値は互いに等しくなければならないという条件とから、元の界磁側巻線に関する諸量の基準値が容易に決定される。

本論文における界磁電流の基準値の式はKilgoreによる式に対応するものであるが、Kilgoreの式中の界磁起磁力の補正係数(A_1)を巻線係数（および方形波を正弦波に換算する係数 $4/\pi$ ）と不平等ギャップに起因する係数とに分けて取扱った。このことによって界磁電圧および界磁巻線抵抗の合理的な基準値を導出することができる。

最後に、本論文によって得られた基準値の理論式を、従来のConcordiaらの基準値の計算式およびBonfertの基準値の理論式と比較検討した。その結果、界磁電流の基準値に関しては、各文献における式と本論文で与えた式が等価であること、しかし界磁電圧および界磁巻線抵抗の基準値に関しては、各文献における式は突極機の場合に本論文で与えた合理的な式との間に差異が生じることが明らかになった。

2. dq 変換の物理的意味

図1(a)の回転突極界磁形同期機を(b)図の機械に変換するものとする。(b)図において、電流 i_{ds} および i_{qs} の流れている巻線は、(a)図の三相電機子巻線から変換された dq 軸電機子巻線である。回転子の回転の角速度を $\omega_m(\text{rad/s})$ とすれば、 a 相磁気軸を基準にした場合の d 軸の角位置 θ は

$$\theta = \omega_m t + \theta_0 \quad \cdots \cdots \cdots (1)$$

で表される。ここに θ_0 は θ の初期値である。

図1 三相同期機の dq 変換
Fig. 1. dq -transformation of a three-phase synchronous machine.

(a)図における三相電流 i_a, i_b, i_c と (b)図における dq 軸電機子電流 i_{ds}, i_{qs} との間の二軸理論による関係式は次のとおりである。

$$\left. \begin{aligned} i_{ds} &= c_i \{ i_a \cos \theta + i_b \cos(\theta - 2\pi/3) \\ &\quad + i_c \cos(\theta - 4\pi/3) \} \\ i_{qs} &= c_i \{ -i_a \sin \theta - i_b \sin(\theta - 2\pi/3) \\ &\quad - i_c \sin(\theta - 4\pi/3) \} \end{aligned} \right\} \cdots (2)$$

ここに、 c_i は任意定数で、一般に $2/3$ または $\sqrt{2/3}$ に選ばれる。三相巻線の電圧 v_a, v_b, v_c と dq 軸電機子巻線の電圧 v_{ds}, v_{qs} との関係は

$$\left. \begin{aligned} v_{ds} &= c_v \{ v_a \cos \theta + v_b \cos(\theta - 2\pi/3) \\ &\quad + v_c \cos(\theta - 4\pi/3) \} \\ v_{qs} &= c_v \{ -v_a \sin \theta - v_b \sin(\theta - 2\pi/3) \\ &\quad - v_c \sin(\theta - 4\pi/3) \} \end{aligned} \right\} \cdots (3)$$

である。ただし、任意定数 c_v は一般に c_i と同じ値に選ばれる。

図 1 (a) における電機子一相の有効巻数を w_3 、三相電機子電流による合成ギャップ起磁力の大きさを f_3 、ギャップ磁束の大きさを ϕ_{m3} とし、(b) 図における電機子一相の有効巻数を w_2 、 dq 軸電機子電流による合成ギャップ起磁力の大きさを f_2 、ギャップ磁束の大きさを ϕ_{m2} とする。二軸理論における変数変換の考え方から、 f_2 は f_3 と同じ方向の起磁力であり、 ϕ_{m2} は ϕ_{m3} と同じ方向のギャップ磁束である。

図 1 (a) から (b) 図への変換によって、電機子一相の巻数、電機子電流による合成ギャップ起磁力およびギャップ磁束が、それぞれ c_w 倍、 c_f 倍および c_ϕ 倍に変化したものとする。すなわち、

$$c_w = w_2/w_3, \quad c_f = f_2/f_3, \quad c_\phi = \phi_{m2}/\phi_{m3} \cdots (4)$$

とする。

(2) 式および (3) 式を基礎として、前稿⁽¹¹⁾において得られた結果は次のとおりである。

$$c_i = c_f/c_w \cdots (5)$$

$$c_v = (2/3)c_w c_\phi \cdots (6)$$

3. dq 変換に伴う界磁側諸量の変換

電機子側の dq 変換において、もし電機子電流による合成ギャップ起磁力およびギャップ磁束の両方が不変であると考えてよいものとすれば、換言すれば、(5)、(6) 式において $c_f = c_\phi = 1$ とおくことが可能であれば、電機子側の dq 変換は界磁側の電磁現象に何らの変化も与えない。しかし、上記の条件が成り立た

ない場合には、電機子側の dq 変換に伴って界磁側の諸量を c_f および c_ϕ の値に応じて変換することが必要である。

(5)、(6) 式に

$$c_i = c_v, \quad c_f = c_\phi = 1 \cdots (7)$$

の条件を入れると

$$c_w = \sqrt{3/2}, \quad c_i = c_v = \sqrt{2/3} \cdots (8)$$

の結果が得られる。これは明らかにユニタリ変換（絶対変換）の dq 変換の場合である。従って、ユニタリ変換の dq 変換の場合には、電機子側の dq 変換に際して界磁側の諸量は何らの変換をも受けまいとしてよい。

一方、Park 以来の伝統的な dq 変換においては

$$c_i = c_v = 2/3 \cdots (9)$$

であり、これを (5)、(6) 式に代入すると

$$c_f = (2/3)c_w, \quad c_\phi = 1/c_w \cdots (10)$$

となる。上式において、 $c_f = 1$ および $c_\phi = 1$ を同時に満足させることが不可能であることは明らかである。従って、変数変換式に数値係数 $2/3$ を用いる伝統的な dq 変換においては、電機子側の dq 変換に伴って界磁側の諸量も何らかの変換、すなわち (10) 式を満足する c_f および c_ϕ の値に応じた変換を受けるものと考えなければならない。

ところで、(10) 式を満足する c_f および c_ϕ の値の組合せは無数にある。それゆえ、 c_f および c_ϕ を代数的に扱って、界磁側諸量の変換を取扱うことにする。また、本論文においては特に、 dq 軸電機子巻線の側に巻数比によって換算された界磁側諸量を求めることを目的とするので、電機子側の dq 変換に伴う変換と巻数比による換算とを同時に取扱うことにする。従って、図 1 (b) の機械における界磁側諸量は、すべて dq 変換に伴う変換と巻数比による換算を行ったあとの値とする。

最初に、界磁電流の変換（巻数比による換算を含む）について考察する。 dq 変換に際して電機子電流による合成起磁力が c_f 倍に変化したことに対応して、(b) 図の界磁電流 i_f によるギャップ起磁力は、(a) 図の界磁電流 i_{ff} によるギャップ起磁力の c_f 倍でなければならない。また、 i_f が dq 軸電機子巻線の側に換算された電流であるということは、仮に i_f が d 軸電機子巻線に流れたとした場合に、上記の変換後のギャップ起磁力に等しい起磁力を発生する電流であることを意味する。更に、交流機の基礎理論における一般的な条件として、空間磁束分布の基本波分だけを考察の対象にする。以上のことから、界磁電流の変換の関

係式は次のようになる。

$$\frac{4}{\pi} K_{as} \frac{w_2}{p} i_f = c_f \left(\frac{4}{\pi} K_{ar} \frac{w_f}{p} i_{ff} \right) \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 w_2 : d 軸電機子巻線の有効巻数、

w_f : 界磁巻線の有効巻数、 p : 極対数

両辺の係数 $4/\pi$ は方形波分布起磁力の基本波分を取るための係数である。非突極機の場合は $K_{as}=K_{ar}=1$ である。突極機の場合、界磁巻線の実際の巻数を w_{ff} とし、極弧長を $\beta\pi$ (elec. rad) とするとき、界磁コイルをコイル幅が $\beta\pi$ (elec. rad) の短節コイルとみなして、

$$w_f = k_{w_f1} w_{ff}, \quad k_{w_f1} = \sin(\beta\pi/2) \dots\dots\dots (12)$$

とする。 k_{w_f1} は空間基本波分磁束に対する界磁巻線の巻線係数である。そして、 K_{as} および K_{ar} は突極の影響を考察するための補正係数であって、次の値を意味するものとする。

K_{as} は、最小ギャップ長に等しい平等ギャップ長の非突極機の場合に比べて、電機子起磁力の空間基本波分によるギャップ磁束の空間基本波分が、突極構造による不平等ギャップのために減少する比率である。また、 K_{ar} は最小ギャップ長に等しい平等ギャップ長の非突極機の場合に比べて、界磁起磁力によるギャップ磁束の空間基本波分が、突極構造による不平等ギャップのために減少する係数である。なお、(12)式の k_{w_f1} は平等ギャップの場合の短節係数であって、不平等ギャップの場合には厳密に言えば正しくないが、その誤差はあまり大きくないと考えられるので、巻線係数の近似値として用いることにした。

Alger の電機子反作用の計算式⁽¹²⁾における補正係数 $K_a=A_{d1}/A_1$ と、本論文における K_{as} および K_{ar} との関係は次のとおりである。

$$A_{d1}=K_{as} \dots\dots\dots (13)$$

$$A_1=(4/\pi)K_{ar}k_{w_f1} \dots\dots\dots (14)$$

Alger の式においては、電機子側については不平等ギャップに対する補正係数 A_{d1} と巻線係数を区別して取扱っているが、界磁側については両者を含んだものを A_1 としている。本論文においては、有効巻数比による界磁巻線諸量の換算を行う必要から、界磁巻線の巻線係数を有効巻数 w_f の中に含め、係数 $4/\pi$ と巻線係数を含まない補正係数を K_{ar} とした。 A_{d1} および A_1 の計算のためのグラフは同期機的设计理論において与えられているので、(13)、(14)式によって K_{as} および K_{ar} の値を求めることができる。例えば、磁極弧と磁極ピッチの比を $2/3$ 、磁極片の端部と中央部のギャップの長さの比を 1.5 、磁極片中央部のギャップの長さとは磁極ピッチの比を 0.03 とした場合⁽¹²⁾、 $K_{as}=A_{d1}=0.833$ 、 $A_1=1.040$ 、 $K_{ar}=0.943$ であり、

$K_{ar}/K_{as}=1.13$ となる。 K_{ar}/K_{as} は第 5 章において、界磁電圧および界磁巻線抵抗に対する従来の基準値と本論文による基準値との比として現れる。なお、Kilgore の界磁電流換算式は、(11)式の右辺を $A_1 w_{ff} i_{ff}/p$ とおいたものである⁽⁷⁾。(11)式を i_f について解いて次式が得られる。

$$i_f = c_f \frac{K_{ar} w_f}{K_{as} w_2} i_{ff} \dots\dots\dots (15)$$

次に、界磁電圧、界磁巻線抵抗および界磁巻線漏れインダクタンスの変換について考察する。図 1 (a) において、 d 軸方向の空間基本波分磁束を ϕ_{md} とする。 ϕ_{md} が時間的に変化するとき、界磁巻線中に変圧器作用による誘導起電力が発生するが、ギャップにおける磁束分布が正弦波状である場合には、変圧器作用に関する等価的な巻数は速度起電力に関する有効巻数に等しいことが知られている⁽¹³⁾。従って、(a)図における界磁巻線の誘導起電力 e_{ff} は、

$$e_{ff} = -\frac{d}{dt}(w_f \phi_{md}) \dots\dots\dots (16)$$

で与えられる。

一方、(b)図においては、(a)図からの変換の際に、ギャップ磁束が c_ϕ 倍になったので、(b)図における(有効巻数が w_2 の)界磁巻線の誘導起電力 e_f は次式によって与えられる。

$$e_f = -\frac{d}{dt}(w_2 c_\phi \phi_{md}) \dots\dots\dots (17)$$

上式と(16)式から次の関係が得られる。

$$e_f = c_\phi (w_2/w_f) e_{ff} \dots\dots\dots (18)$$

(a)図における界磁巻線の電圧方程式を

$$v_{ff} = r_{ff} i_{ff} + l_{ff} \frac{di_{ff}}{dt} - e_{ff} \dots\dots\dots (19)$$

とする。 v_{ff} は界磁電圧、 r_{ff} は界磁巻線抵抗、 l_{ff} は界磁漏れインダクタンスである。(15)式および(18)式から求めた i_{ff} および e_{ff} を上式に代入して整理すると、次式が得られる。

$$c_\phi \frac{w_2}{w_f} v_{ff} = \frac{c_\phi}{c_f} \frac{K_{as} w_2^2}{K_{ar} w_f^2} (r_{ff} i_f + l_{ff} \frac{di_f}{dt}) - e_f \dots\dots\dots (20)$$

ここに、上式中の c_ϕ/c_f は、(5)式および(6)式に、一般に採用されている $c_i=c_v$ の条件を入れることにより、次のようになる。

$$\frac{c_\phi}{c_f} = \frac{3}{2} \frac{1}{c_w} = \frac{3}{2} \frac{w_3^2}{w_2^2} \dots\dots\dots (21)$$

図 1 (b)における界磁巻線の電圧方程式を

$$v_f = r_f i_f + l_f \frac{di_f}{dt} - e_f \dots\dots\dots (22)$$

とする。ここに、 v_f , r_f および l_f は、それぞれ v_{ff} , r_{ff} および l_{ff} に対応する変換後の量である。

(22)式と(20)式を比較し、(21)式を用いることにより、次の変換式が得られる。

$$v_f = c_\phi \frac{w_2}{w_f} v_{ff} \dots\dots\dots (23)$$

$$r_f = \frac{3}{2} \frac{K_{ds} w_3^2}{K_{dr} w_f^2} r_{ff} \dots\dots\dots (24)$$

$$l_f = \frac{3}{2} \frac{K_{ds} w_3^2}{K_{dr} w_f^2} l_{ff} \dots\dots\dots (25)$$

(15)式は、起磁力に関する考察によって得られた式であるので、 i_{ff} が直流電流、交流電流または減衰電流のいずれであっても、そのまま成り立つ。(23)式ないし(25)式は、変圧器作用を基礎として導出された式であるので、本来は i_{ff} および v_{ff} が直流電流および直流電圧である場合を含まない。しかし、 i_{ff} および v_{ff} が交流電流および交流電圧であって、その周波数が限りなく零に近づいた場合にも、(23)式ないし(25)式はそのまま成り立ち、その極限として周波数が完全に零になった場合にも、これらの関係式に変化が起こる理由はない。従って、(23)式ないし(25)式は、 i_{ff} および v_{ff} が直流電流および直流電圧である場合にも成り立つとしてよい。

Park 以来の伝統的な dq 変換の場合は、変数変換式の係数は $c_i = c_v = 3/2$ であって、これを(5)式および(6)式に代入すると

$$c_f = c_i c_w = \frac{2}{3} \frac{w_2}{w_3}, \quad c_\phi = \frac{3}{2} \frac{c_v}{c_w} = \frac{w_3}{w_2} \dots\dots (26)$$

となる。従って、この場合には(15)、(23)式は次のようになる。

$$i_f = \frac{2}{3} \frac{K_{dr} w_f}{K_{ds} w_3} i_{ff} \dots\dots\dots (27)$$

$$v_f = (w_3/w_f) v_{ff} \dots\dots\dots (28)$$

また、ユニタリ変換の dq 変換の場合は、変数変換式の係数は $c_i = c_v = \sqrt{2/3}$ であって、これを(5)および(6)式に代入すると

$$c_f = c_i c_w = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{w_2}{w_3}, \quad c_\phi = \frac{3}{2} \frac{c_v}{c_w} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{w_3}{w_2} \dots\dots\dots (29)$$

となる。従って、この場合には(15)、(23)式は次のようになる。

$$i_f = \frac{K_{dr} w_f}{K_{ds} (\sqrt{3/2} w_3)} i_{ff} \dots\dots\dots (30)$$

$$v_f = \frac{\sqrt{3/2} w_3}{w_f} v_{ff} \dots\dots\dots (31)$$

ただし、(30)式および(31)式中の $\sqrt{3/2} w_3$ は、ユニタリ変換の dq 変換における dq 軸電機子巻線の一相あたりの巻数と解釈されている量である。

最後に、制動巻線の変換について述べる。二軸理論による基礎的な解析においては、実際の制動巻線を、 d 軸上および q 軸上のそれぞれ一つの等価的な制動巻線に置換えて、近似的に取扱う。図1(a)における直軸分制動巻線の有効巻数、電流、巻線抵抗および漏れインダクタンスをそれぞれ w_h , i_{hh} , r_{hh} および l_{hh} とし、(b)図の機械に変換され、かつ d 軸電機子巻線の有効巻数 (w_2) に換算された直軸分制動巻線の電流、巻線抵抗および漏れインダクタンスを i_h , r_h および l_h とする。界磁巻線の場合と同様な考察により、それらの諸量の間の変換式が次のようになることは明らかであろう。

$$\left. \begin{aligned} i_h &= c_f \frac{K_{dr} w_h}{K_{ds} w_2} i_{hh}, & r_h &= \frac{3}{2} \frac{K_{ds} w_3^2}{K_{dr} w_h^2} r_{hh} \\ l_h &= \frac{3}{2} \frac{K_{ds} w_3^2}{K_{dr} w_h^2} l_{hh} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (32)$$

同様に、図1(a)における横軸分制動巻線の有効巻数、電流、巻線抵抗および漏れインダクタンスをそれぞれ w_k , i_{kh} , r_{kh} および l_{kh} とし、(b)図の機械に変換され、 q 軸電機子巻線の有効巻数 (w_2) に換算された横軸分制動巻線の電流、巻線抵抗および漏れインダクタンスを i_k , r_k および l_k とすると、次の変換式が成り立つ。

$$\left. \begin{aligned} i_k &= c_f \frac{K_{qr} w_k}{K_{qs} w_2} i_{kh}, & r_k &= \frac{3}{2} \frac{K_{qs} w_3^2}{K_{qr} w_k^2} r_{kh} \\ l_k &= \frac{3}{2} \frac{K_{qs} w_3^2}{K_{qr} w_k^2} l_{kh} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (33)$$

ここに、 K_{qs} および K_{qr} は、 q 軸電機子反作用に関する補正係数で、それぞれ d 軸電機子反作用に関する係数 K_{ds} および K_{dr} に対応するものである。

なお、以上の界磁側諸量の変換式において、 c_f および c_ϕ を消去したあとの最終結果には、 dq 軸電機子

図2 同期機の dq 軸等価回路
Fig.2. dq -axis equivalent circuits of a synchronous machine.

巻線の有効巻数 w_2 は含まれない。従って、 w_2 は推論の過程においてだけ必要な量である。

以上で求めた変換後の界磁側諸量は、すべて dq 軸電機子巻線の側に有効巻数比によって換算された量であるので、これらの量をそのまま用いて、図2のように dq 軸等価回路を描くことができる。図において、 r_a は電機子抵抗、 l_a は電機子漏れインダクタンス、 L_{md} は直軸電機子反作用インダクタンス、 L_{mq} は横軸電機子反作用インダクタンスであり、いずれも三相通電時の一相あたりの値である。また、 e_{vds} および e_{vqs} は速度起電力であって、次式によって与えられる。

$$\left. \begin{aligned} e_{vds} &= \omega_m \lambda_{qs} = \omega_m \{ l_a i_{qs} + L_{mq} (i_{qs} + i_h) \} \\ e_{vqs} &= -\omega_m \lambda_{ds} \\ &= -\omega_m \{ l_a i_{ds} + L_{md} (i_{ds} + i_f + i_h) \} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (34)$$

ただし、 λ_{ds} および λ_{qs} ：磁束鎖交数

4. 単位法における界磁側諸量の基準値

単位法は、物理的諸量をそれぞれの量の基準値に対する比で表して取扱う方法である。本論文においては、例えば物理的次元をもった界磁電流を i_f とするとき、その基準値を i_f^{bs} で、その単位法における値を i_f^{pu} で表す。これらの間には次の関係がある。

$$i_f^{pu} = i_f / i_f^{bs}, \quad i_f = i_f^{pu} i_f^{bs} \quad \dots\dots\dots (35)$$

三相機の定格電機子電圧を V_n (V)、定格電機子電流を I_{an} (A) とするとき、伝統的な二軸理論におけるそれらの基準値は次のとおりである。

$$v_a^{bs} = V_n / \sqrt{3} \text{ (V)} \quad \text{または} \quad \sqrt{2} V_n / \sqrt{3} \text{ (V)} \quad \dots\dots\dots (36)$$

$$i_a^{bs} = I_{an} \text{ (A)} \quad \text{または} \quad \sqrt{2} I_{an} \text{ (A)} \quad \dots\dots\dots (37)$$

また、電機子回路のインピーダンスの基準値 z_a^{bs} は

$$z_a^{bs} = v_a^{bs} / i_a^{bs} \text{ (}\Omega\text{)} \quad \dots\dots\dots (38)$$

である。

相互インダクタンスを用いて電圧方程式を立てて解析を行う場合には、界磁電流の基準値を電機子電流の基準値と無関係に、任意に選定することができる。それは、選定された界磁電流の基準値に応じて、単位法における相互インダクタンスの値が定まるからである。しかし、励磁インダクタンスと漏れインダクタンスを用いて構成された dq 軸等価回路によって解析を行う場合には、以下に述べるように、界磁電流その他の界磁側諸量の合理的な基準値は、電機子側の諸量の

基準値を基礎として理論的に定まるものである。

伝統的な二軸理論においては、(2)式および(3)式において $c_i = c_v = 2/3$ としたことの結果として、電機子に対称三相電流が流れて回転子が非同期速度で回転している場合には、 dq 軸電機子巻線の一相の電流および電圧の実効値は、三相電機子巻線の一相の電流および電圧の実効値に等しくなる。このことから、 dq 軸電機子巻線の電流および電圧の基準値は三相電機子側の電流および電圧の基準値に等しく選定されることになる。すなわち、

$$i_{ds}^{bs} = i_{qs}^{bs} = i_a^{bs} \text{ (A)} \quad \dots\dots\dots (39)$$

$$v_{ds}^{bs} = v_{qs}^{bs} = v_a^{bs} \text{ (V)} \quad \dots\dots\dots (40)$$

一方、第3章で求めた変換後の界磁側諸量は、すべて dq 軸電機子巻線の側に換算された量であるから、それらの量に対する基準値は、 dq 軸電機子巻線に関する基準値と同じ値でなければならない。従って

$$i_f^{bs} = i_{ds}^{bs} = i_a^{bs} \quad \dots\dots\dots (41)$$

$$v_f^{bs} = v_{ds}^{bs} = v_a^{bs} \quad \dots\dots\dots (42)$$

$$r_f^{bs} = v_{ds}^{bs} / i_{ds}^{bs} = z_a^{bs} \quad \dots\dots\dots (43)$$

また、単位法における界磁側諸量の値は変換の前において不変でなければならないから、次式が成り立たなければならない。

$$i_{ff}^{pu} = i_f^{pu}, \quad u_{ff}^{pu} = v_f^{pu}, \quad r_{ff}^{pu} = r_f^{pu} \quad \dots\dots\dots (44)$$

上式と(27)式から

$$\begin{aligned} i_{ff}^{bs} &= i_{ff} / i_f^{pu} \\ &= \frac{1}{i_f^{pu}} \left(\frac{3}{2} \frac{K_{ds} w_3}{K_{dr} w_f} i_f \right) = \frac{3}{2} \frac{K_{ds} w_3}{K_{dr} w_f} i_f^{bs} \end{aligned}$$

上式に(41)式を代入すれば

$$i_{ff}^{bs} = \frac{3}{2} \frac{K_{ds} w_3}{K_{dr} w_f} i_a^{bs} \text{ (A)} \quad \dots\dots\dots (45)$$

同様に、(44)、(28)、(42)式を用いて、

$$v_{ff}^{bs} = \frac{v_{ff}^{pu}}{v_f^{pu}} = \frac{w_f}{w_3} v_a^{bs} \text{ (V)} \quad \dots\dots\dots (46)$$

また、(44)、(24)、(43)式を用いて、

$$r_{ff}^{bs} = \frac{r_{ff}^{pu}}{r_f^{pu}} = \frac{2}{3} \frac{K_{dr} w_f^2}{K_{ds} w_3^2} z_a^{bs} \text{ (}\Omega\text{)} \quad \dots\dots\dots (47)$$

以上の(45)式ないし(47)式が、伝統的な dq 変換の場合の界磁巻線諸量の基準値の理論式である。ただし、紙面の制約から界磁漏れインダクタンスについては次に結果だけを示す。

$$l_{ff}^{bs} = \frac{2}{3} \frac{K_{dr} w_f^2}{K_{ds} w_3^2} \frac{z_a^{bs}}{\omega} \text{ (H)} \quad \dots\dots\dots (48)$$

ここに、 ω は電機子電流の角周波数であり、上式は単位法における時間の基準値を $t^{bs} = 1/\omega$ (s) とした場合の式である。

制動巻線の諸量に対する基準値は、(32)、(33)式を用いて、界磁巻線の場合と全く同様にして求めることができる。その結果は、(45)式ないし(48)式において、添字 f を添字 h または k で置換えた式になる。ただし、横軸の量に対しては添字 d を添字 q で置き換える。

最後に、第1章で述べた、Kilgore 流の界磁電流の基準値選定方法の基本的な考え方を検証しよう。(45)式を変形すると次のようになる。

$$K_{dr} \omega_{ff} i_{ff}^{bs} = (3/2) K_{ds} \omega_3 i_a^{bs} \quad \dots\dots\dots (49)$$

上式は明らかに、突極構造に関する補正係数 K_{dr} および K_{ds} を考慮した、界磁起磁力と三相電機子電流による合成起磁力との平衡関係を表す式である。

5. 界磁巻線の諸量の基準値の式の検討

従来与えられてきた基準値との比較を容易にするために、まず本論文において与えた基準値の理論式の変形を行う。

2 p 極の三相同期機の界磁巻線に直流電流 i_{ff0} (A) が流れ、回転子が同期角速度 ω/p (rad/s) で回転して磁気飽和がない場合に、電機子の a 相巻線に実効値 V_{a0} (V) の無負荷電圧が発生しているものとする。このときのギャップ磁束は d 軸方向の磁束であり、これを ϕ_{ma0} (Wb) とする。電機子の a 相巻線と鎖交する主磁束 ϕ_{ma0} は、 θ_1 を定数として

$$\phi_{ma0} = \phi_{ma0} \cos(\omega t + \theta_1) \text{ (Wb)} \quad \dots\dots\dots (50)$$

と書くことができ、電機子一相の有効巻数を w_3 とすれば、 a 相巻線の無負荷電圧瞬時値 v_{a0} は、

$$v_{a0} = d(\omega_3 \phi_{ma0})/dt \\ = -\omega w_3 \phi_{ma0} \sin(\omega t + \theta_1) \text{ (V)} \quad \dots\dots (51)$$

となる。従って、次式が成り立つ。

$$\sqrt{2} V_{a0} = \omega w_3 \phi_{ma0} \text{ (V)} \quad \dots\dots\dots (52)$$

ϕ_{ma0} については、(11)式の右辺の()内と同じ考え方を用いると、

$$\phi_{ma0} = (4/\pi) K_{dr} \omega_{ff} i_{ff0} \Lambda_{md} \text{ (Wb)} \quad \dots\dots\dots (53)$$

と書くことができる。ここに Λ_{md} は主磁気回路のパーミアンスに比例し、極対数 p に反比例する定数である。(52)式と(53)式から次式が得られる。

$$(4/\pi) \Lambda_{md} = \sqrt{2} V_{a0} / (\omega w_3 K_{dr} \omega_{ff} i_{ff0}) \quad \dots\dots (54)$$

回転子を静止させて電機子 a 相巻線の磁気軸を d 軸に一致させ、界磁電流を流さず、電機子 a 相巻線にだけ電流 i_a (A) を流したときに a 相巻線と鎖交する磁束を ϕ_{mas} とし、(11)式の左辺と同じ考え方を用いれば、単相励磁の場合の直軸電機子反作用リアクタンス X_{md1} は

$$X_{md1} = \omega \frac{w_3 \phi_{mas}}{i_a} = \frac{\omega}{i_a} w_3 \left(\frac{4}{\pi} K_{ds} \omega_3 i_a \Lambda_{md} \right) \\ = (4/\pi) \omega K_{ds} \omega_3^2 \Lambda_{md} \text{ (}\Omega\text{)} \quad \dots\dots\dots (55)$$

となる。ただし、磁気飽和はないものとする。三相機の三相励磁の場合の一相あたりの直軸電機子反作用リアクタンス X_{md} は、単相励磁の場合の3/2倍である。従って、(54)式および(55)式から

$$X_{md} = \frac{3}{2} X_{md1} = \frac{3}{2} \frac{K_{ds} \omega_3}{K_{dr} \omega_{ff}} \frac{\sqrt{2} V_{a0}}{i_{ff0}} \text{ (}\Omega\text{)} \\ \dots\dots\dots (56)$$

となる。ただし、 X_{md} は不飽和値である。

(45)式は、上式により次のように変形される。

$$i_{ff}^{bs} = \frac{X_{md}}{\sqrt{2} V_{a0}} i_{ff0} i_a^{bs} = \frac{X_{md}^{pu}}{\sqrt{2} V_{a0}^{pu}} i_{ff0} \text{ (A)} \\ \dots\dots\dots (57)$$

また、(46)式と(45)式から次式が得られる。

$$v_{ff}^{bs} = \frac{3}{2} \frac{K_{ds}}{K_{dr}} \frac{v_a^{bs} i_a^{bs}}{i_{ff}^{bs}} \text{ (V)} \quad \dots\dots\dots (58)$$

さて、Concordia⁽⁹⁾ が与えた界磁電流の基準値の式は次のとおりである。

$$i_{ff}^{bs} = X_{afd}^{pu} i_{ff0n} \text{ (A)} \quad \dots\dots\dots (59)$$

ここに、 X_{afd}^{pu} は、電機子 a 相巻線の磁気軸が d 軸と一致した場合の a 相巻線と界磁巻線との間の相互インダクタンスの単位法値の3/2倍であり、 i_{ff0n} (A) は、飽和を無視した場合に、電機子一相の巻線に定格相電圧 V_{an} (V) に等しい無負荷電圧を発生させるために必要な界磁電流である。なお、(59)式における記号の使い方は、本論文における記号の使い方に改められている。以下で引用する式についても同様である。

(57)式において、 i_{ff0} および V_{a0}^{pu} を i_{ff0n} および V_{an}^{pu} で同時に置換えることができる。また $v_a^{bs} = \sqrt{2} V_{an}$ (V) とすれば、 $\sqrt{2} V_{an}^{pu} = 1$ である。更に X_{md} は、 d 軸に磁気軸を一致させた電機子一相の巻線だけを励磁した場合の励磁リアクタンスの3/2倍であるので(本論文の基準値選定方法の場合には)、単位法においては X_{afd} に等しい。従って(59)式は、(57)、(45)式と等価である。

また、(45)式ないし(47)式から

$$v_{ff}^{bs} = r_{ff}^{bs} i_{ff}^{bs} \text{ (V)} \quad \dots\dots\dots (60)$$

が成り立つ。上式に(57)式を代入すると

$$v_{ff}^{bs} = \frac{X_{md}^{pu}}{\sqrt{2} V_{a0}^{pu} r_{ff}^{pu}} v_{ff0} \text{ (V)}$$

(61) が得られる。ここに、 $v_{ff0} = r_{ff} i_{ff0}$ である。上式において V_{a0}^{pu} および v_{ff0} を同時に V_{an}^{pu} および v_{ff0n} で置換え、(59)式の検討の場合と同様に $\sqrt{2} V_{an}^{pu} = 1$ とすると次式が得られる。

$$v_{ff}^{bs} = \frac{X_{md}^{pu}}{r_{ff}^{pu}} v_{ff0n} = \frac{X_{ad}^{pu}}{r_{ff}^{pu}} v_{ff0n} \quad (\text{V})$$

..... (62)

ここに、 v_{ff0n} (V) は、飽和を無視した場合に、定格電機子電圧に等しい無負荷電圧を発生させるのに必要な界磁電圧である。上式の右辺は Concordia⁽⁹⁾が与えた界磁電圧の基準値の式と一致する。ただし、彼は r_{ff}^{bs} の式を与えていないので、(62)式を直ちに v_{ff}^{bs} の決定のために用いることはできない。

Adkins ら⁽¹⁰⁾は、飽和を無視した場合の無負荷時の d 軸の電機子電圧の式と、三相短絡時の d 軸の電機子電流に関する電圧方程式とを出発点として、 i_{ff}^{bs} に対しては(57)式の右辺の式を与えた。しかし、彼らが与えた v_{ff}^{bs} の式は

$$v_{ff}^{bs} = \frac{3}{2} \frac{v_a^{bs} i_a^{bs}}{i_{ff}^{bs}} \quad (\text{V}) \quad \text{..... (63)}$$

であって、本論文で与えた(58)式に比べて、右辺の係数 K_{ds}/K_{dr} が欠けている。彼らは

$$v_{ff}^{bs} i_{ff}^{bs} = v_{ds}^{bs} i_{ds}^{bs} \quad (\text{W}) \quad \text{..... (64)}$$

が成り立つことを自明のこととし、彼らの採用した単位法においては $i_{ds}^{bs} = (3/2) i_a^{bs}$ であることから(63)式を導出した。(64)式は一見合理的であるように見えるが、 dq 軸等価回路を用いて解析する場合の突極同期機に対する基準値間の関係式としては合理的であるとは言えない。それは、(11)式に示したように、突極機に対しては空間基本波分磁束の発生に有効な界磁電流は i_{ff} ではなく、 $K_{dr} i_{ff}$ であると考えべきであり、更に電機子起磁力に対する補正係数をも界磁電流の側で考慮するためには、有効な界磁電流は $(K_{dr}/K_{ds}) i_{ff}$ であると考えなければならないという事実を考慮に入れていないからである。

Bonfert⁽⁸⁾は、電機子起磁力と界磁起磁力の補償という観点から出発して、現象の物理的考察を行い、 i_{ff}^{bs} の理論式を導出した。その結果は、

$$i_{ff}^{bs} = (3/2) \dot{i} i_a^{bs} \quad (\text{A}) \quad \text{..... (65)}$$

$$\dot{i} = (4/\pi) (w_a \xi_a / w_e) \beta c_d \quad \text{..... (66)}$$

であるが、本論文の記号を用いれば、 $w_a \xi_a = w_s$ 、 $w_e = w_{ff}$ 、 $c_d = K_{ds}$ 、 $\beta^{-1} = (4/\pi) K_{dr} k_{w1}$ であるので、

$$\dot{i} = K_{ds} w_s / (K_{dr} w_{ff}) \quad \text{..... (67)}$$

となり、(65)式は本論文で導出した(45)式と完全に一致する。彼は(65)式を導出したあと、理論的根拠を示すことなしに、次式に相当する式を与えている。

$$r_{ff}^{bs} = (2/3) z_a^{bs} / \dot{i}^2 \quad (\Omega) \quad \text{..... (68)}$$

$$v_{ff}^{bs} = v_a^{bs} / \dot{i} \quad (\text{V}) \quad \text{..... (69)}$$

これらの式は、Rankin⁽⁶⁾の理論による変換式と等価なものであるが、 $\dot{i}$ を有効巻数比とした換算式に

表 1 諸文献および本論文における基準値の比較
Table 1. Comparison between base values in literatures and those given in this paper.

文献	Concordia ⁽⁹⁾	Adkins, Harley ⁽¹⁰⁾	Bonfert ⁽⁸⁾	本論文
i_{ff}^{bs}	$\frac{X_{ad}^{pu}}{r_{ff}^{pu}} i_{ff0n}$ (59)	$\frac{X_{md}^{pu}}{\sqrt{2} V_{a0}^{pu} i_{ff0n}}$ (57)	$\frac{3}{2} \dot{i} i_a^{bs}$ (65)	$\frac{3}{2} \frac{K_{ds} w_s}{K_{dr} w_{ff}} i_a^{bs}$ (45)
v_{ff}^{bs}	$\frac{X_{ad}^{pu}}{r_{ff}^{pu} v_{ff0n}}$ (62)	$\frac{3}{2} \frac{v_a^{bs} i_a^{bs}}{i_{ff}^{bs}}$ (63)	$\frac{1}{\dot{i}} v_a^{bs}$ (69)	$\frac{w_{ff}}{w_s} v_a^{bs}$ (46)
r_{ff}^{bs}	—	—	$\frac{2}{3} \frac{1}{\dot{i}^2} z_a^{bs}$ (68)	$\frac{2}{3} \frac{K_{dr} w_{ff}^2}{K_{ds} w_s^2} z_a^{bs}$ (47)

- (注) 1. $\dot{i} = (4/\pi) (w_a \xi_a / w_e) \beta c_d = K_{ds} w_s / (K_{dr} w_{ff})$ 。
2. i_{ff}^{bs} の各式はすべて等価。
3. v_{ff}^{bs} の(63)式と(69)式は等価で、(46)式の K_{dr}/K_{ds} 倍。
4. r_{ff}^{bs} の(68)式は(47)式の K_{dr}/K_{ds} 倍。

なっている点で、合理的でない。なぜなら、(27)、(28)式からわかるように、電流に関する換算比は $\dot{i}^{-1}$ でよいが、電圧に関する理論上の換算比、すなわち有効巻数比は w_s/w_{ff} であるからである。また、(45)式を用いれば、(69)式が(63)式と一致することを容易に証明できる。このことは、Rankin が界磁電圧の基準値の式を導出する際に用いた条件が(64)式、すなわち Adkins らが用いた合理的でない条件と同等なものであることを意味する。

表 1 に以上の検討結果をまとめて示す。

6. 結 論

(1) 電機子側の dq 変換に伴って界磁側諸量が受ける変換を論じ、その変換式を与えた。この変換は、従来ほとんど論じられていないが、本来は二軸理論の基礎としても重要なものであり、 dq 軸等価回路の構成の基礎としても必要なものである。

(2) 単位法における界磁側諸量の基準値の式は従来の同期機の文献においては不完全な形でしか与えられていないが、上記の結果を用いると、諸量の基準値の理論式を容易に導出することができる。本論文においては、突極機に対する界磁起磁力の補正係数を、巻線係数に相当する成分と不平等ギャップに基づく成分とに分けて、理論的に正確な変換を行った。

(3) 本論文において与えた界磁電流に対する基準値の理論式が、従来の基準値の式と等価であることを証明し、また界磁電圧および界磁巻線抵抗に対する従来の基準値の式は、突極機に対しては合理的なものであるとは言えないことを指摘した。

(平成元年 2 月 24 日受付)

文 献

- (1) R. H. Park & B. L. Robertson: "The Reactance of Synchronous Machines", *Trans. Amer. Inst. Elect. Engrs.*, **47**, 514 (1928)
- (2) R. H. Park: "Two-Reaction Theory of Synchronous Machines-I", *ibid.*, **48**, 716 (1929)
- (3) R. E. Doherty & C. A. Nickle: "Synchronous Machines-I", *ibid.*, **45**, 912 (1926)
- (4) T. Laible: *Die Theorie der Synchronmaschine im nicht-stationären Betrieb*, p. 13 (1951) Springer (Berlin)
- (5) Th. Bödefeld & H. Sequenz: *Elektrische Maschinen*, p. 443 (1971) Springer (Wien)
- (6) A. W. Rankin: "Per-Unit Impedances of Synchronous Machines", *Trans. Amer. Inst. Engrs.*, **64**, 569, 839 (1945)
- (7) L. A. Kilgore: "Calculation of Synchronous Machine Constants", *ibid.*, **50**, 1201 (1931)
- (8) K. Bonfert: *Betriebsverhalten der Synchronmaschine*, p. 3 (1962) Springer (Berlin)
- (9) C. Concordia: *Synchronous Machines*, p. 22 (1951) John Wiley
- (10) B. Adkins & R. G. Harley: *The General Theory of Alternating Current Machines*, p. 271 (1975) Chapman and Hall
- (11) 猪狩・市川: 「三相二相変換における数値係数と変換の物理的意味に関する考察」, 電学論 D, **107**, 1523 (昭 62-12)
- (12) 廣瀬: 電機設計概論, p. 159 (昭 58) 電気学会
- (13) 猪狩: 電気機械理論, p. 30 (昭 52) コロナ社

猪 狩 武 尚 (正員)

昭和 6 年 7 月 28 日生。30 年 3 月
東京大学大学院数物系研究科修士課程修了。同年 6 月中央大学工学部実験助手, 講師, 助教授を経て現在,
同大学理工学部教授, 理工学部長。工学博士。主として, 電気機器の等価回路理論, 試験法および解析理論の研究に従事。照明学会会員。