周期電源駆動誘導電動機の拡張等価回路

正員 大西 徳生 (徳島大)

Modified Equivalent Circuit of Induction Motor Driven by Periodic Wave Power Source

Tokuo Ohnishi, Member (The University of Tokushima)

In this paper, we propose a novel modified equivalent circuit of an induction motor which can be directly applied to a distorted periodic power source such as an inverter output.

This modified equivalent circuit can be obtained only by adding a set of parallel resonance circuit of an inductor L and a capacitor C for the fundamental frequency to the conventional equivalent circuit. The voltage across this resonance circuit corresponds to the internal induced voltage of an induction motor. So it is useful to understand physically the operation of an induction motor from the equivalent circuit. The operating waveform of an induction motor can be directly obtained from the time domain analysis of the state variable equations of this equivalent circuit.

In this paper, at first, this modified equivalent circuit for two types of circuit models is proposed, and the analyzing method by the state variable equations of the circuit is described. After that, the digital simulation results for some output waveforms of the voltage fed and current fed type inverters are shown and verified from the presented literature. The analog simulator of this equivalent circuit and simulation results are also shown.

The modified equivalent circuit will be very useful to investigate and analyze the driving characteristics of an induction motor for any periodic wave power sources from the utility line voltage to any types of inverter outputs.

キーワード：インバータ、誘導電動機、拡張等価回路、シミュレーション解析

1. ま え が き

近年、インバータ電源で誘導電動機を駆動する制御方式が一般化され、より優れた制御手法の開発のため正弦波 PWM 制御をはじめ種々の波形制御手法が検討されている。

そこで、この波形制御による誘導電動機駆動特性の検証のための特性解析が不可欠となるが、従来より、その解析法として代表的なものに、(i)二軸(d - q)変換し、状態推移法により時間領域で波形解析を行うものと^{(1)~(3)}、(ii)従来の正弦波電源駆動時の等価回路を高調波成分に対して、周波数領域で特性解析を行うとする等価回路モデルによる手法がある⁽⁴⁾⁽⁵⁾。

前者はインバータ電源駆動時の瞬時電圧、電流波形

および瞬時トルク波形などの瞬時量を求める最も普遍的な解析手法として広く用いられている。しかし、本手法を PWM 制御などで適用する場合、計算量が膨大となるため、簡便で実用的な解析手法が望まれている。

一方、後者の等価回路による手法は、従来から用いられていたものを基本としているため、なじみが深く物理的意味の把握が容易であり、鉄損抵抗のみならず表皮効果なども比較的容易に考慮でき、比較的高い精度で定常特性が求められることが報告されている⁽⁴⁾⁽⁶⁾。しかし、等価回路により瞬時量を算出するためには、ひずみ波電源を周波数領域で、基本波成分と高調波成分に分離解析した後、再び時間領域に戻す必要があり、はん雑で、また波形精度は高調波の次数に

依存する。

そこで、ひずみ波電源の基本波成分から求められる誘導電動機の逆起電力源を含めた等価回路を基に時間領域での解析を行う手法⁽⁶⁾も報告されている。しかし、ひずみ波電源の調波分析が必要という点では同様の問題がある。また、これらは時々刻々変化する非同同期形 PWM 制御波形などへの適用は難しいと思われる。

本論文での拡張等価回路モデルは、上述の基本波および高調波等価回路を一括させたもので、周波数分析を必要とせず、任意のひずみ波周期電源で駆動される誘導電動機の瞬時電流、瞬時トルクなど瞬時動作波形を直接的に時間領域で極めて容易に解析することができる⁽⁷⁾⁽⁸⁾。

本手法は、従来からの基本波等価回路を包含した形でインバータ電源、位相制御電源などの任意のひずみ波周期電源にも直接的に対応できる点に大きな特徴がある。また、制御電源に対する基本的な定常特性についてもこれら瞬時量より簡単に求めることができる。

本論文では、従来の等価回路からこの拡張等価回路モデルを導出、提案し、それによる解析結果の妥当性を電圧形方形波インバータ駆動時の瞬時動作波形をデジタルシミュレーションによる解析結果より確かめると共に、PWM 制御された電圧形、電流形両インバータ電源に対する幾つかの解析結果を示す。また、本等価回路モデルで表現される動作方程式に基づくアナログシミュレーション回路についても検討を加えたので、これらについても少し述べることにする⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾。

2. 拡張等価回路モデル

三相誘導電動機の一相あたりの T 形等価回路は通常図 1 で表され、商用電源による運転特性算定に広く用いられている。ここで、 r_1, r_2 は一次、二次巻線抵抗、 l_1, l_2 は一次、二次漏れインダクタンスであり r_0, l_0 は励磁回路の鉄損抵抗およびインダクタンスである。また、 r_{2m} は滑り s により大きく変化する機械的出力算出抵抗である。そして、高調波を含むインバータ電源で駆動される場合も簡単のために等価回路定数の周波数依存性を無視し、また励磁回路も無視すると、図 2 (a) に示す高調波等価回路が得られる。そこで、これより算出される結果と図 1 の基本波に対する結果と重ね合わせるにより高調波を含むひずみ波電源に対する特性がかなり精度良く算定できる⁽³⁾。しかし、この解析にあたり調波分析が必要とされるため、あらかじめ波形が決まっており、各調波成分が算出できるものにしか適用できない。

図 1 誘導電動機の基本波等価回路
Fig. 1. Equivalent circuit of induction motor for fundamental component.

(a) 一般 h 次高調波等価回路

(b) 機械的出力算出抵抗無視高調波等価回路

図 2 誘導電動機の高調波等価回路
Fig. 2. Equivalent circuit of induction motor for harmonic component.

〈2・1〉 高調波等価回路 さて周知のように、電源高調波成分による滑り s_h は次式で与えられる⁽¹¹⁾。

$$s_h = 1 \mp (f_1/f_h) \dots \dots \dots (1)$$

ここで f_1, f_h は基本波および高調波の周波数であり、また正および負の符号は高調波による回転磁界の基本波に対する相回転の方向を表している。

正弦波 PWM 制御のように最低次の高調波次数が極めて高い場合は、 $(f_1/f_h) \ll 1$ により s_h は 1 と近似できる。しかし、方形波電源のように低次に大きな多くの高調波が含まれている場合、第五調波で 1.2 (逆回転)、第七調波で 0.86 (同回転) の値をとり、高調波滑り s_h は 1 に近似することはできない。

一方、図 1 に示す等価回路で基本波に対する機械的出力の算出抵抗値 r_{2m} および高調波に対する抵抗値 r_{2mh} は、次式で示される。

$$r_{2m} = \{(1-s)/s\} r_2 \dots \dots \dots (2)$$

$$r_{2mh} = \{(1-s_h)/s_h\} r_2 \dots \dots \dots (3)$$

ここで、方形波電源の各高調波成分によるこれらの関係を示したのが表 1 である。同表より、滑り s が 0.05 で運転されているとき、基本波では $r_{2m} = 19r_2$ であるが、最も低次の第五調波で $r_{2m5} = -0.167r_2$ と

表 1 方形波電源に対する高調波滑り s_h と機械的出力算出抵抗 r_{2mh}

Table 1. Equivalent resistor r_{2mh} and slip s_h at h -th harmonic of rectangular wave power source.

h	S_h	r_{2mh}/r_2	r_{2mh}/r_{2m}		
ORD	$1 \pm f_1/f_h$	$ 1 - s_h /s_h$	$S = 0.1$	0.05	0.01
5	1.200	0.167	0.0185	0.0088	0.0016
7	0.857	0.167	0.0185	0.0088	0.0016
11	1.091	0.083	0.0092	0.0044	0.0008
13	0.923	0.083	0.0092	0.0044	0.0008
17	1.059	0.056	0.0062	0.0029	0.0006
19	0.947	0.056	0.0062	0.0029	0.0006

なり、基本波の 0.88% 程度、第七調波においても同じ値をとり極めて小さいことがわかる。以上により、高調波に対しては基本波との比較上 $r_{2mh} \approx 0$ と扱っても実用上、また精度上問題はないものと思われる。

従って、図 1 の基本波成分に対する等価回路に対して、高調波成分による等価回路は図 2 (b) で表すことができる。なお、結果的にこの高調波等価回路は図 1 の基本波等価回路で高調波滑り s_h を 1 と置いたものと同じとなっている。

〈2・2〉 拡張等価回路 上述の基本波に対する等価回路から算出される機械的出力算出抵抗 r_{2m} における電圧降下を図 3 に示すように、正弦波電圧源 e_2 として与えられれば、図 1 および図 2 (b) の基本波および高調波成分に対する等価回路をまとめて扱うことができる。藤井らの解析手法もこの原理に基づいており、等価回路による時間領域での解析に有効であることが報告されている⁽⁹⁾。

しかし、この正弦波電圧源 e_2 を得るためには、加えられるひずみ波電源波形が既知で、あらかじめその調波分析と図 1 の等価回路から正弦波電圧源 e_2 を算出しておくことが必要となり、時々刻々と変化する非同期形 PWM 波形などへの適用は難しいと思われる。

本論文においては、これら両等価回路を一括して扱うため、加えられるひずみ波電源の基本波と並列共振する LC 共振タンク回路を r_{2m} と並列に付加した図 4 に示す等価回路を提案する⁽¹⁰⁾。(a)、(b) 図はそれぞれ従来からの L 形および T 形等価回路に適用したものである。さて、並列共振回路は基本波に対しては開放となるので図 1 の等価回路動作が、また高調波に対しては共振回路のコンデンサ C により十分な近似で短絡回路となるように共振回路定数を選定すれば、図 2 (b) の等価回路動作が実現される。図 4 (b) についても (a) 図と同様であり、いずれも従来からの

図 3 誘導起電力を含む誘導電動機の等価回路

Fig. 3. Equivalent circuit of induction motor with induced voltage source.

(a) 拡張 L 形等価回路

(b) 拡張 T 形等価回路

図 4 誘導電動機の拡張等価回路

Fig. 4. Modified equivalent circuit of induction motor.

単一周波数電源に対する等価回路を包含していることから、本論文ではこれらを誘導電動機の拡張等価回路と呼ぶこととする。

ここで、LC 並列共振回路の定数としては、電源の基本波角周波数 ω での各リアクタンス値 $x_c = 1/\omega C$ 、 $x_L = \omega L$ が、共振条件として $x_c = x_L$ を満たすと共に、 C の値は $x_c \ll r_{2m}$ を満足するように選ぶ必要がある。なお、共振状態での動作が前提であるため、電源周波数変動に合わせて L 、 C 値をともに変更させることが必要となる。その他の等価回路定数については、算定法が確立されている従来の値をそのまま用いることができる。また、鉄損抵抗なども励磁回路の直列抵抗として容易に組入れることができる。

更に、図 4 (a) において、励磁回路の端子電圧は一般の誘導起電力を、また並列共振回路のコンデンサ電圧が内部での速度起電力を表すと考えられる。

この拡張等価回路モデルは、ひずみ波電源の基本波周期のみ決まっていれば、従来のように基本波と高調波成分に分離することなく、非同期の任意波形電源に対しても時間領域で直接的に解析することができる。

(a) 拡張非対称形等価回路

(b) 拡張簡易非対称形等価回路

図 5 誘導電動機の拡張非対称形等価回路
Fig. 5. Modified asymmetrical equivalent circuit of induction motor.

〈2・3〉 拡張非対称形等価回路 上述の拡張手法は、二次巻線鎖交磁束に着目した非対称 T - I 形等価回路⁽¹²⁾に対しても同様に適用することができる。図 5 (a)にその拡張非対称形等価回路を示す。なお、二次抵抗による電圧降下を無視し、励磁インダクタンス l_0' を LC 並列共振回路の L と併用させることにより、(b)図に示す拡張非対称形近似等価回路を得ることができる。

3. 動作方程式

上述の拡張等価回路モデルを基に電源が電圧源か電流源かに応じて状態方程式を求めれば、誘導電動機の電圧、電流、出力、トルクなどの各瞬時動作波形を直接的に時間領域で解析することができる。

〈3・1〉 電圧源駆動時の状態方程式 さて、図 4 に示す拡張等価回路のうち、簡便で実用性の高い(b)図の拡張 L 形等価回路の状態方程式は、以下のように記述される。

$$\begin{bmatrix} \frac{de_2}{dt} \\ \frac{di_2}{dt} \\ \frac{di_0}{dt} \\ \frac{di_{2L}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{r_{2m}C} & \frac{1}{C} & 0 & -\frac{1}{C} \\ -\frac{1}{l_1+l_2} & -\frac{r_1+r_2}{l_1+l_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{r_0}{l_0} & 0 \\ \frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} e_2 \\ i_0 \\ i_{2L} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{l_1+l_2} \\ \frac{1}{l_0} \\ 0 \end{bmatrix} e_1 \quad (4)$$

〈3・2〉 電流源駆動時の状態方程式 電流形インバータなどによる電流源駆動時状態方程式は、電流源の転流時点における過渡現象を無視すると、漏れインダクタンス l_1, l_2 による微分方程式の項がなくなり、次式のように更に簡単な動作方程式となる。

$$\begin{bmatrix} \frac{de_2}{dt} \\ \frac{di_0}{dt} \\ \frac{di_{2L}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{r_{2m}C} & -\frac{1}{C} & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{l_0} & -\frac{r_0+r_1+r_2}{l_0} & 0 \\ \frac{1}{L} & 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} e_2 \\ i_0 \\ i_{2L} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C} \\ \frac{r_1+r_2}{l_0} \\ 0 \end{bmatrix} I_d \quad (5)$$

なお一次電圧 e_1 は、次式のように

$$e_1 = e_2 + (r_1 + r_2)i_2 \doteq e_2 \quad (6)$$

一次、二次抵抗による電圧降下を無視すると、二次電圧 e_2 による正弦波電圧が端子電圧として現れる。

また、各状態量より求められる諸特性の算出式は電圧形の場合と同様である。

一方、拡張 T 形等価回路に対する状態方程式は、電圧源、電流源それぞれ次数が 1 だけ増えるが、上記と同様の形で求められる⁽¹⁰⁾。

また、図 5 に示す拡張非対称形等価回路に対しても類似の状態方程式が得られ、(b)図の簡略化した等価回路においてはさらに次数が 1 減り、電圧源の場合は三次、電流源の場合は二次の極めて簡単な状態方程式となる。

〈3・3〉 諸特性の算出式 上式より、一相あたりの電圧 e_2 、一次電流 i_1 、二次電流 i_2 および励磁電流 i_0 の各瞬時波形が求められる。これより、三相全体としての入力 $p_1 = p_a$ 機械的出力 p_m 、固定子銅損 p_{c1} 、回転子銅損 p_{c2} および同期ワット p_s あるいは、発生トルク T の各瞬時量は次式により求められる。

(1) 三相入力

$$p_d = e_{1u}i_{1u} + e_{1v}i_{1v} + e_{1w}i_{1w} \dots\dots\dots (7)$$

(2) 励磁損

$$p_0 = e_{1u}i_{0u} + e_{1v}i_{0v} + e_{1w}i_{0w} \dots\dots\dots (8)$$

(3) 固定子銅損 (一次銅損)

$$p_{c1} = r_1(i_{1u}^2 + i_{1v}^2 + i_{1w}^2) \dots\dots\dots (9)$$

(4) 回転子銅損 (二次銅損)

$$p_{c2} = r_2(i_{2u}^2 + i_{2v}^2 + i_{2w}^2) \dots\dots\dots (10)$$

(5) 一次漏れリアクタンス瞬時電力⁽¹³⁾

$$\begin{aligned} p_{x1} &= i_{1u}l_1 di_{1u}/dt + i_{1v}l_1 di_{1v}/dt \\ &\quad + i_{1w}l_1 di_{1w}/dt \\ &= (1/2)l_1 d(i_{1u}^2 + i_{1v}^2 + i_{1w}^2)/dt \\ &\dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

(6) 二次漏れリアクタンス瞬時電力

$$\begin{aligned} p_{x2} &= (1/2)l_2 d(i_{2u}^2 + i_{2v}^2 + i_{2w}^2)/dt \\ &\dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

(7) 機械的出力

$$p_m = e_{2u}i_{2u} + e_{2v}i_{2v} + e_{2w}i_{2w} \dots\dots\dots (13)$$

(8) 同期ワット

$$\begin{aligned} p_s &= p_d - p_0 - p_{c1} - p_{x1} - p_{x2} \dots\dots\dots (14) \\ &= p_m + p_{c2} \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

(9) 発生トルク

$$\begin{aligned} T &= p_m/\omega \dots\dots\dots (16) \\ &= p_s/\omega_s = p_s/(4\pi f/p) \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

さて誘導電動機の瞬時トルク T は、機械的出力 p_m から(16)式により、あるいは同期ワット p_s から(17)式により算出される。なお、同期ワットは(14)式による入力側からの算出法と、(15)式による出力側からの算出法がある。

これら三相瞬時量を求めるためには、少なくとも二相分に対する各状態量の瞬時波形が必要とされる。しかし、回転機全体として平均電力量のみを知ることが必要であれば、一相分に対する平均値量を単に3倍することで容易に求められる。

<3・4> 二軸理論による状態方程式との比較⁽³⁾⁽¹³⁾

二軸理論による状態方程式は周知のように、拡張 L 形等価回路と同じ次数であるが³、記述マトリックスの構造が複雑であり、鉄損なども考慮されていないなどの問題点がある。また実回路における各部電圧、電流の瞬時量を得るには二相/三相変換が必要とされる。なお、瞬時トルクについては d - q 成分電流より直接的に算出できる。

一方、拡張等価回路モデルに基づく各状態量の算定式は直接的であり、各部の電圧、電流が実回路状態量と直接対応しており、物理的意味の把握が容易で

ある。

<3・5> 機械系を含む動的等価回路定数 図4に示した拡張形等価回路定数と機械系を含む動的等価回路定数の関係を調べてみることにする⁽¹⁴⁾。

いま、機械系における電動機の発生トルク T と機械的出力 p_m は、電動機の回転角速度を ω とおくと、次式で示される。

$$T = J(d\omega/dt) + f_r\omega + T_L \dots\dots\dots (18)$$

$$p_m = (1/2)J(d\omega^2/dt) + f_r\omega^2 + T_L\omega \dots\dots (19)$$

ここで、 J ：機械系の慣性モーメント、 f_r ：粘性摩擦係数、 T_L ：一定の負荷トルク

一方、拡張等価回路の機械的出力部での電力授受は

$$p_m = p_{m0} + p_{xL} + p_{xc} = p_{m0} + p_{xc} \dots\dots\dots (20)$$

ここで、 p_{m0} ：機械的出力の直流量、 p_{xL} 、 p_{xc} ：LC共振回路の L および C における電力授受を表している。そして、共振状態でそれらの直流量は互いに打消される。しかし、電源からの高調波電流は L には流れず C を通して流れるので、これによる脈動電力 p_{xc} が機械的出力の脈動項となる。これは次式で示される。

$$\begin{aligned} p_{m0} &= e_{2u}^2/r_{2m} + e_{2v}^2/r_{2m} + e_{2w}^2/r_{2m} \\ &= e_{2a}^2/r_{2m} \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_{xc} &= e_{2u}Cde_{2u}/dt + e_{2v}Cde_{2v}/dt \\ &\quad + e_{2w}Cde_{2w}/dt \\ &= (1/2)C(de_{2a}^2/dt) \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore p_m &= e_{2a}^2/r_{2m} + (1/2)C(de_{2a}^2/dt) \\ &= e_{2a}(i_{mT} + e_{2a}/r_{mf}) \\ &\quad + (1/2)C(de_{2a}^2/dt) \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

ここで、 e_{2a}^2 は LC タンク回路の正弦波電圧の2乗であり、各相電圧の実効値 E_2 で示される。

$$e_{2a}^2 = e_{2u}^2 + e_{2v}^2 + e_{2w}^2 = 3E_2^2 \dots\dots\dots (24)$$

また、 E_2 は先に述べたように誘導電動機の手起電力を表し、電動機角速度を ω (rad/s)、磁束を Φ (Wb) とおくと次式で表現できる。

$$E_2 = k_v\Phi\omega \dots\dots\dots (25)$$

従って、(24)、(25)式より

$$e_{2a} = \sqrt{3}E_2 = \sqrt{3}k_v\Phi\omega = k_v'\Phi\omega \dots\dots\dots (26)$$

なお、(23)式における i_{mT} 、 r_{mf} は(20)式との比較のため導入したもので、(26)式の関係を代入すると、

$$\begin{aligned} p_m &= (k_v'\Phi i_{mT})\omega + \{(k_v'\Phi)^2/r_{mf}\}\omega^2 \\ &\quad + (1/2)(k_v'\Phi)^2C(d\omega^2/dt) \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

ここで、(19)式と(27)式を比較すると

$$T_L = k_v'\Phi i_{mT} \dots\dots\dots (28)$$

$$f_r = (k_v'\Phi)^2/r_{mf} \dots\dots\dots (29)$$

$$J = (k_v' \Phi)^2 C \quad \dots\dots\dots (30)$$

これより、一定負荷トルク T_L が電流源 i_{mT} に、粘性摩擦係数 f_r が抵抗 r_{mf} の逆数に、そして機械系の慣性モーメント J がコンデンサ C に対応していることがわかる。なお、 $k_v' \Phi$ は(26)式で与えられる。

ここで、簡単のため L 形拡張等価回路に基づく三相一括した機械系を含む動的等価回路を図6に示す。

図中、 i_{2a} は機械的出力 p_m を発生するトルク成分電流 i_{2T} を含み、 i_{2T} は(23)式より次式で表される。

$$i_{2T} = i_{mT} + e_{2a}/r_{mf} + C(de_{2a}/dt) \quad \dots\dots\dots (31)$$

また、(14)式より三相平衡条件が保たれているとき、

$$p_m = \sqrt{6}E_2\{i_{2u} \cos(\theta - \pi/3) + i_{2w} \cos \theta\} \\ = e_{2a}i_{2T} = \sqrt{3}E_2i_{2T} \quad \dots\dots\dots (32)$$

$$\therefore i_{2T} = \sqrt{2}\{i_{2u} \cos(\theta - \pi/3) + i_{2w} \cos \theta\} \quad \dots\dots\dots (33)$$

ここで、 $e_{2u} = \sqrt{2}E_2 \sin \theta$ ($\theta = \omega t$) である。これは、三相瞬時有効電力につながる有効成分電流 i_{2p}

$$i_{2p} = i_{2T} \quad \dots\dots\dots (34)$$

と一致するが、電源側からはこのほかに三相瞬时无効電力につながる次式で示される無効電流 i_{2q} も流れ、

$$i_{2q} = \sqrt{2}\{i_{2u} \sin(\theta - \pi/3) + i_{2w} \sin \theta\} \quad \dots\dots\dots (35)$$

両者による電流 i_{2a} は三相電流と一致し、

$$i_{2a}^2 = i_{2p}^2 + i_{2q}^2 \quad \dots\dots\dots (36)$$

$$= i_{2u}^2 + i_{2v}^2 + i_{2w}^2 \quad \dots\dots\dots (37)$$

この電流が一次、二次巻線の抵抗 $r_s = r_1 + r_2$ 、漏れインダクタンス $l_s = l_1 + l_2$ に流れることとなる。従って、図中の一次電圧 e_{1a} は次式で与えられる。

$$e_{1a} = e_{2a} + r_s i_{2a} + l_s (di_{2a}/dt) \quad \dots\dots\dots (38)$$

また同様に、三相励磁電流 i_{0a} および三相一次電流 i_{1a} を用いることにより図6の機械系を含む動的等価回路の各状態量が示される。

同図より、トルク成分電流 i_{2T} の脈動成分や、負荷トルク電流 i_{mT} の変動がコンデンサ C に流れ、その端子電圧である速度起電力 e_{2a} に変動を与えることにより回転速度に影響を及ぼすなどの関係が理解さ

図6 機械系を含む誘導電動機の動的等価回路

Fig.6. Dynamic equivalent circuit of induction motor with mechanical machine parameter

れる。

〈3・6〉 機械系を含む誘導電動機の近似伝達関数

前述のように、拡張等価回路のコンデンサ C は、慣性モーメント J に比例し大きな時定数をもっているため、電氣的時定数につながる漏れインダクタンス l_1, l_2 を無視すると、共振条件が満たされる近辺の周波数において、電源電圧 e_1 に対する速度起電力 e_2 の伝達関数は次式で示される。

$$\frac{E_2(S)}{E_1(S)} = \frac{\{K_m(\omega_0/Q)\}S}{S^2 + (\omega_0/Q)S + \omega_0^2} \quad \dots\dots\dots (39)$$

ここで、

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC} \quad \dots\dots\dots (40)$$

$$Q = \omega_0 C \{(r_1 + r_2)r_{2m}/(r_1 + r_2 + r_{2m})\} \\ \approx \omega_0 C(r_1 + r_2) \quad \dots\dots\dots (41)$$

$$K_m = r_{2m}/(r_1 + r_2 + r_{2m}) \approx 1 \quad \dots\dots\dots (42)$$

上式は、滑り s が小さいと仮定し求めたものである。このようにバンドパスフィルタの伝達特性により定常運転状態においては共振状態が維持され、先鋭度 Q が高いとき、基本的には電源電圧 e_1 の基本波成分とほとんど一致した正弦波電圧が速度起電力 e_2 として LC タンク回路に現れることを意味している。

4. シミュレーション解析

以下の解析では、簡便で実用性が高いと思われる図4(b)に示す L 形拡張等価回路について検討する。

さて、電圧源および電流源に対する各状態方程式は(4)、(5)で与えられ、ディジタルシミュレーションによる数値解析より、各状態量の瞬時解が求められる。

これら状態方程式は次式

$$\dot{X} = AX + bu \quad \dots\dots\dots (43)$$

で表現され、電圧形および電流形インバータなどの外部入力 $u(t)$ に対し、各状態量の時間応答 $X(t)$ ($t = (k+1)\Delta T_k$) は次式で求められる。

$$X(k+1) = P(\Delta T_k)X(k) + q(\Delta T_k)u(k) \quad \dots\dots\dots (44)$$

ここで、外部入力 $u(t)$ には、電圧形インバータのとき相電圧 e_1 が、また電流形インバータのとき線電流 i_1 が加えられる。状態推移行列 $P(\Delta T_k)$ 、 $q(\Delta T_k)$ は、システムマトリックスに応じて、一定の時間幅 ΔT_k について求められる。

これより、一定のパルス幅単位の応答波形が求められる。なお、正弦波 PWM 入力などの場合、パルス幅が狭いものから広いものまで大幅に変動するので、これに応じて時間幅 ΔT_k を選ぶ必要がある。また、

瞬時比較 PWM などにおいては、時間幅 ΔT_k を最小に選ばなければならない。計算時間は最小時間幅 ΔT_k に依存するが、 L 形拡張等価回路は(4)式に示されるようにマトリックス A に 0 要素が多く計算を容易に早く実行させることができる。

5. シミュレーション解析結果

ここで、解析に用いた誘導電動機の回路定数は、従来手法による解析結果との比較検証のため、表 2 に示す文献(6)の電動機定数を引用した。なお、拡張等価回路における並列共振回路の定数 L, C の決定については、電源の角周波数 ω および滑り s のとき、

表 2 試験誘導電動機の定格と定数
Table 2. Rating and parameters of tested induction motor.

定 格	$P=2.2\text{ kW}$, $V=220\text{ V}$, $I=8.2\text{ A}$ $f=60\text{ Hz}$, $p=4$ 極
定 数	$r_1=0.859\ \Omega$, $r_2=0.775\ \Omega$, $r_0=6\ \Omega$ $x_1=1.51\ \Omega$, $x_2=1.51\ \Omega$, $x_0=39.2\ \Omega$

(注) 比較のため文献(6)によった。

(a) 拡張形等価回路による動作波形のシミュレーション解析結果

[方形波インバータ: $E_d=141\text{ V}$, $S=0.1$, $f=30\text{ Hz}$]

(b) 文献(6)による電流波形の解析および実験結果

図 7 誘導電動機の拡張等価回路解析と従来手法による解析結果の比較
Fig. 7. Comparison of analyzed results of induction motor between the proposed method and the conventional method.

$$x_L = x_C = r_{2m}/20 \dots\dots\dots (45)$$

の関係となるように選んだ。ここで、 $x_L = \omega L$, $x_C = 1/\omega C$, $r_{2m} = \{(1-s)/s\} r_2$ である。このとき方形波電源の第五調波成分に対して、 $x_C = r_{2m}/100$ となり $x_C \ll r_{2m}$ なる条件が十分満たされる。

本解析法においては、各状態量に適当な初期値を与えることにより、ひずみ波電源の 2~3 周期のシミュレーション解析でほぼ定常解を得ることができる。

<5.1> 解析結果の検証 図 7 は文献(6)に示されている解析および実験結果と同一の条件 ($E_d=141\text{ V}$, $f=30\text{ Hz}$, $s=0.1$) における方形波インバータ電源に対する解析結果の比較である。

(a) 図の解析結果による一次電流波形は、(b) 図の文献結果と極めてよく一致していることがわかる。また、このほか瞬時トルク波形などについても同様によく一致していることが確認されている⁽⁶⁾。

これにより、提案の拡張形等価回路による解析手法は精度上からも実用的に十分であると言える。

<5.2> 解析結果 電圧形インバータ出力に対する幾つかの動作波形解析例を図 8~図 10 に示す。動

図 8 電圧方形波インバータ駆動誘導電動機の瞬時動作波形

Fig. 8. Operating waveform of induction motor driven by voltage fed type inverter.

図 9 方形波 PWM インバータ駆動誘導電動機の瞬時動作波形

Fig. 9. Operating waveform of induction motor driven by rectangular PWM inverter.

作条件は、いずれも同じ ($E_d=200\text{ V}$, $f=60\text{ Hz}$, $s=0.05$) である。図中、 e_u は一相の印加電圧、 e_{2u} は共振回路電圧で速度起導起電力を表し、 i_u , i_{ou} はそれぞれ一次電流および励磁電流である。また入力電力 p_d 、出力 p_m そして同期ワット p_s の各瞬時波形は、これら状態量から求められたもので、妥当な解析結果となっている。

このように、本拡張等価回路に基づく解析手法は、正弦波 PWM 波形をはじめ任意の周期電源波形に対して、時間領域で直接的に解析でき、トルク脈動の低減などその制御効果を簡単に知ることができる。

一方、図 11 は電流形方形波インバータ出力に対する (5) 式による解析結果であり、周知の動作波形が得られている。なお、電流形 PWM についても、単に入力波形を変えるだけで極めて容易に解析できる。

また、この解析手法は電源の形態を問わず周期電源であれば非同期波形に対して何ら変わることなく適用することができるので、閉ループ系として PWM 制御するインバータの開発にも極めて有効と言える⁽¹⁵⁾。

図 10 正弦波 PWM インバータ駆動誘導電動機の瞬時動作波形

Fig. 10. Operating waveform of induction motor driven by sinusoidal PWM inverter.

図 11 電流形方形波インバータ駆動誘導電動機の瞬時動作波形

Fig. 11. Operating waveform of induction motor driven by current fed type inverter.

6. アナログシミュレーション⁽⁹⁾

誘導電動機のアナログシミュレーション回路は、PWM インバータ出力など、任意の複雑なひずみ波電源で駆動される誘導電動機の瞬時電圧、電流波形のみならず、測定が困難な瞬時トルク波形などもリアルタイムで得ることができるので、PWM 制御の効果などを検討するうえで極めて有用である。

拡張 L 形等価回路モデルの状態方程式 (4) は、二軸理論による状態方程式に比べ簡単であり、アナログシミュレーションに極めて適している。図 12 に電圧源駆動時の誘導電動機一相あたりのアナログシミュレーション回路を示す。等価回路に基づいているので、各等価回路定数とポテンシオメータの値を 1 対 1 対

図 12 電圧源駆動誘導電動機の一相あたりのアナログシミュレーション回路

Fig. 12. Analog simulation circuit per phase of induction motor driven by voltage source.

図 13 電圧形正弦波 PWM インバータ駆動誘導電動機のアナログシミュレーション結果

Fig. 13. Simulation result of induction motor driven by sinusoidal PWM inverter.

応させることができ、設定が極めて容易であり、物理的關係も明白である点が特長となっている。

なお、三相入力、同期ワットなど、三相瞬時電力を求めるためには、二相分の解析結果が必要とされ、同じシミュレーション回路がもう一組必要となり、回路構成は幾分複雑化する。そこで、実用的なアナログシミュレータとしては、ポテンショメータの設定、動作モードなどがプログラム管理され、ソフト設定できるようなシステム構成が望ましいと思われる。

本システムの詳細については文献に譲ることとし⁽⁹⁾図 13 に電圧形 PWM インバータ出力に対するシミュレーション解析結果を示す。

7. む す び

以上、本論文で提案する誘導電動機の拡張形等価回路は、極めて簡単な等価回路モデルであるが、従来からの等価回路を包含しながらインバータ電源などのひずみ波周期電源による誘導電動機のトルク脈動などの瞬時動作波形が直接的に解析できる。これまで、誘導電動機の駆動特性解析が商用電源からインバータ電源に変わると二軸理論などが導入されていたのに対し、従来からの等価回路の延長線上での議論ができる点や、誘導起電力などの物理的概念の把握が容易であるなども大きな特徴であると思われる。

本拡張形等価回路の適用にあたっては、加えられる電源の基本波周波数のみあらかじめ知り、LC 並列共振回路定数を決定する必要があるが、これまでの等価回路からの算定法のように周波数分析する必要はなく周波数のみ一定であれば、非同期形 PWM のように時々刻々と変化する波形であっても適用できるので⁽¹⁵⁾複雑な波形に対する駆動特性解析に極めて有用で実用的な特性算定手法になると思われる。

また、拡張等価回路に基づくアナログシミュレーション回路は物理的關係が明白で、PWM 制御効果などをリアルタイムで知ることができ有用である。

本論文で提案した拡張等価回路は、基本的には電源周波数が一定として扱ってきたが、今後、機械系を含む過渡特性の解析など⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾その適用範囲を含め、より詳細な検討を加えてみたい。また、より正確な特性算定のうえで高調波による表皮効果、漂遊負荷損、鉄損などの影響も考慮した等価回路モデルと回路定数の決定法なども、今後の検討すべき重要な課題である⁽⁴⁾⁽⁵⁾⁽¹⁶⁾。

本論文で提案した拡張等価回路がインバータ電源な

ど、任意の周期波形電源で駆動される誘導電動機の特性解析の一助となれば幸いである。

終りに、本研究の遂行において御指導、御べんたつをいただいた元徳島大学工学部教授 故沖津泰先生に衷心より謝意を表します。(平成元年 4 月 3 日受付)

文 献

- (1) 原島・内田：「状態推移法によるインバータ誘導電動機系の解析」, 電学論, 89, (昭 44-12)
- (2) T. A. Lipo & E. P. Cornell: "State variable steady-state analysis of a controlled current induction motor drive", *IEEE Trans. Industr. Applic.*, IA-11, No. 6 (1975)
- (3) シーリィ (宮入・片岡訳監)：電気・機械エネルギー変換 (昭 63) 好学社
- (4) 「インバータ駆動誘導電動機の特性算定法に関する検討」, 電気学会技報 (II 部), No. 241 (昭 62)
- (5) 「ドライブシステムにおける整合化技術」, 同上 (II 部), No. 235 (昭 61)
- (6) 藤井・山田：「一般周期的電圧・電流波形の電源で駆動される誘導電動機の瞬時値特性解析法」, 電学論 B, 99 (昭 54-8)
- (7) 大西・沖津：「歪波周期電源駆動誘導電動機の瞬時動作波形の簡易解析法」, 昭 61 電気関係学会四国支部連大, No. 9-12
- (8) 大西・沖津：「歪波周期電源駆動誘導電動機の拡張等価回路による簡易解析法」, 昭 62 電気学会全大, No. 806
- (9) 大西・沖津：「歪波周期電源駆動誘導電動機の拡張等価回路モデルによる汎用アナログシミュレータ」, 昭 62 電気関係学会四国支部連大, No. 9-26
- (10) 大西・沖津：「歪波周期電源駆動誘導電動機の拡張等価回路による解析法」, 電気学会半導体電力変換研究, SPC-88-18, p. 31 (昭 63)
- (11) B. K. Bose (秦泉寺・内藤訳)：パワーエレクトロニクス & AC ドライブ (昭 62) 電気書院
- (12) 山村・中川：「誘導機による交流サーボモータの等価回路と磁界加速制御」, 電学論 B, 102 (昭 57-7)
- (13) 難波江, 他：電気機器学 (昭 60) 電気学会
- (14) 広瀬・猪狩：電動力応用 (昭 33) コロナ社
- (15) 大西・沖津：「誘導電動機瞬時トルク制御 PWM インバータ」, 昭 63 電気学会産業応用部門全大, No. 74
- (16) 藤巻・宮下：「ひずみ波駆動時におけるかご形誘導電動機の特性算定法」, 電学論 B, 104 (昭 59-7)
- (17) 坪井・山本・日々野：「疑似正弦波による正弦波 PWM インバータ駆動誘導電動機の運転特性算定」, 同上 B, 107 (昭 62-10)

大 西 徳 生 (正員)

昭和 22 年 9 月 30 日生。47 年 3 月徳島大学大学院修士課程電気工学専攻修了。同年 4 月徳島大学工業短期大学部助手, 53 年 1 月同講師, 58 年 4 月同助教授, 平成 2 年 1 月徳島大学工学部助教授, 現在に至る。工学博士。主として、パワーエレクトロニクスと電動機制御および太陽光発電電力変換制御システムに関する研究に従事。IEEE, 計測自動制御学会, パワーエレクトロニクス研究会会員。