デジタルオブザーバによるギヤバックラッシュを有する電動機の軸ねじり振動抑制制御

正員 大内 茂 人 (富士電機)

正員 矢野 浩 司 (富士電機)

Control of Oscillating Multi-mass System with Gear Backlash by Digital Observer

Shigeto Ouchi, Member, Koji Yano, Member (Fuji Electric Co. Ltd)

On a variable speed control of motors used in industrial plants and industrial robots, a shaft torsional oscillation is often generated when a motor and a load are elastically coupled with a shaft. Such an oscillation may result in damage to the machine.

This paper is intended to theoretically explain the fact that a shaft torsional oscillation can be suppressed by using the digital observer regardless of the presense of the gear.

In this paper, we conducted tests on two shafts with resonant frequencies at 10.5 Hz and 16 Hz using a full-digital control equipment for controlling DC motors with the digital observer in order to confirm the oscillation control effects.

キーワード：軸ねじり振動，ギヤバックラッシュ，オブザーバ，記述関数，電動機制御，非線形制御

1. ま え が き

産業プラントや産業用ロボットなどにおける電動機の可変速制御において、電動機と負荷が軸により弾性的に結合されている場合、しばしば軸のねじり振動が発生することがある。このような振動が発生すると、電動機速度を目標値に保てないばかりでなく、機械の破壊へとつながってしまう恐れがある。このような場合、従来は電動機と負荷をつなぐ軸を強固なものにしたり、フィルタにより軸の共振点付近のゲインを下げたり、あるいは制御系のカットオフ周波数を軸の共振周波数に比べて十分低くとって対応していた。

また、現代制御理論を用いて軸ねじり振動を抑制する方法として、不可検出な状態変数をオブザーバで推定し、状態フィードバックを施す方法^{(1)~(4)}、あるいはモデル追従制御を用いた方法⁽⁵⁾⁽⁶⁾がある。いずれも有効な方法ではあるが、オブザーバを用いた方法には軸トルク、負荷速度など、複数の状態フィードバックが必要^{(1)~(3)}、あるいは軸トルクの微分の状態フィ-

ードバックが必要⁽⁴⁾などの問題がある。また、通常の電動機制御の場合には、電動機と負荷の間にギヤが介在し、バックラッシュを有する非線形系となっていることが多いが、いずれの方法にも、バックラッシュを有する軸ねじり振動系に対する効果は述べられていない。

本論文では、軸トルクをオブザーバで推定し、状態フィードバックを施すことによりギヤバックラッシュの有無にかかわらず、軸ねじり振動が抑制できることを実験により示し⁽¹⁰⁾、ギヤバックラッシュのない系、ギヤバックラッシュを有する系のそれぞれについて、安定性解析を行った。特に、ギヤバックラッシュを有する系については、バックラッシュ部分を記述関数法で表現し、系の特性方程式を線形部と非線形部に分離して、安定性判別を行う⁽⁸⁾⁽¹¹⁾という判別方法を明らかにし、従来、試行錯誤により対応することが多かった制御系の設計に対して、一つの指針を示すことを可能とした。

2. デジタルオブザーバによる軸ねじり振動抑制制御系の設計

制御対象は図1に示すように、他励直流機に負荷が軸で弾性的に結合されて軸ねじり振動系を構成している場合を考える⁽⁹⁾。このような系に対し、従来はPI調節器を用いて速度制御系を構成していたが、軸ねじり振動のため制御性能に限界が生じてしまうという欠点があった。そこで、以下に軸トルク τ_c を一次遅れ要素を介し、電流制御系へ正帰還するような制御系を考える。軸トルク τ_c は、直接測定することは困難なのでオブザーバで推定し、一次遅れ要素としては、オ

図1 プラントモデル
Fig. 1. Plant model.

ブザーバの推定遅れを積極的に利用するものとする。軸トルク τ_c を推定するために、次式のような状態方程式と出力方程式を考える。

$$\begin{bmatrix} \dot{n}_M \\ \dot{\tau}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{T_M} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_M \\ \tau_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{T_M} \\ 0 \end{bmatrix} \tau_M \quad \dots (1)$$

$$n_M = [1 \ 0] \begin{bmatrix} n_M \\ \tau_c \end{bmatrix}^T \quad \dots (2)$$

Gopinath のオブザーバ設計法により、(3)、(4)式で表される最小次元オブザーバを設計することができる。

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{n}}_M \\ \dot{\hat{\tau}}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ L \end{bmatrix} n_M + \begin{bmatrix} 0 \\ -L \end{bmatrix} W \quad \dots (3)$$

$$\dot{W} = \frac{L}{T_M} W - \frac{L}{T_M} n_M + \frac{1}{T_M} \tau_M \quad \dots (4)$$

(3)、(4)式より構成線図は図2のようなになる⁽⁹⁾。

3. 実験結果

<3・1> 実験システム 本論文で提案した軸ねじ

図2 オブザーバによる軸ねじり振動抑制制御
Fig. 2. Control of an oscillation multi-mass system by the observer.

図3 全デジタル制御システムの構成線図
Fig. 3. Block diagram of the full digital control system.

り振動抑制制御システムの有効性を実証するための全制御システムを、構成線図で表現したものを図3に示す。この実験において使用した制御装置は、既に製品化されて稼働中であるところの16ビットマイコン搭載の全デジタルサイリスタレオナード制御装置であり、速度調節器およびオブザーバは5msサンプリング、電流調節器は3.3msサンプリングとなっている。図4にそのシステム構成の概略図を示す。図における各記号を以下のように定める。

CT:電流検出器, TH:サイリスタ,
PG:速度検出器, ASR:速度調節器,

図4 実験システム

Fig. 4. Schematic diagram of the experimental system.

図5 実験装置

Fig. 5. Experimental system.

表1 実験機パラメータ

Table 1. Parameters of the experimented motor.

実験機パラメータ			
電動機	容量	22 kW	150%
	速度	1,150/3,000 rpm	
	時定数 T_M	450 ms	
負荷機	容量	20 kW	150%
	速度	1,150/3,000 rpm	
	時定数 T_L	400 ms	

ACR:電流調節器, PA:点弧パルス発生器

図5は実験装置であり、写真右端が電動機、左端が負荷機で、両者をつないだ細い棒が軸である。従来制御での運転は、軸が破損する恐れがあるので、危険防止対策として軸にはカバーが取付けてある。表1に実験装置各パラメータを示す。

〈3・2〉 実験データ (ギヤなしの場合) 図6(a)は共振周波数10.5 Hzの軸を用いた場合の実験結果である。補償なしのときに比べ、補償ありのときは軸ねじり振動がよく抑制されて速度調節器出力、オブザーバ出力ともに安定していることがわかる。図6(b)は補償なしの状態、運転中に補償を生かした場合であるが、0.3秒後にはほとんど振動が抑制されている。

次に、図7は共振周波数16 Hzの軸を用いた場合の実験結果であるが、10.5 Hzと同様に補償なしのときと比べ、補償ありの場合の効果は明白である。

補償有 補償無
(a)

(b)

図6 実験結果 (ギヤバックラッシュなし, 10.5 Hz)

Fig. 6. Experimental results (without gear, 10.5 Hz).

補償有 補償無

(a)

補償有 補償無

(a)

補償有 補償無

(b)

図 7 実験結果 (ギヤバックラッシュなし, 16 Hz)

Fig. 7. Experimental results (without gear, 16 Hz).

補償有 補償無

(b)

図 8 実験結果 (ギヤバックラッシュあり, 10.5 Hz)

Fig. 8. Experimental results (with gear, 10.5 Hz).

補償有 補償無

(a)

補償有 補償無

(b)

図 9 実験結果 (ギヤバックラッシュあり, 16 Hz)

Fig. 9. Experimental results (with gear, 16 Hz).

〈3・3〉 実験データ (ギヤありの場合) 図8は共振周波数 10.5 Hz, 図9は共振周波数 16 Hz の軸を用いた場合の実験結果である。振動抑制効果は, ギヤなしの場合と同様に明白であるが, 特に図9(b)に注目すると, 補償を生かす直前の速度偏差は, 負の側にのみ現れて発散寸前であるが, 補償を生かすことにより急速に安定していることがわかる。

なお, ギヤの有無にかかわらず 10.5, 16 Hz の両軸についてオブザーバのパラメータ, 速度調節器のパラメータは一定値に固定している。

4. 安定性解析

〈4・1〉 ギヤバックラッシュのない系の安定性解析

図2において, ギヤが存在しない場合の軸ねじり振動系の状態方程式および出力方程式について考えると, (5), (6)式を導くことができる。

$$\begin{bmatrix} \dot{n}_M \\ \dot{\tau}_C \\ \dot{n}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{T_M} & 0 \\ \frac{1}{T_C} & 0 & -\frac{1}{T_C} \\ 0 & \frac{1}{T_L} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_M \\ \tau_C \\ n_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{T_M} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tau_M \quad (5)$$

$$n_M = [1 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} n_M & \tau_C & n_L \end{bmatrix}^T \quad (6)$$

(5), (6)式に対して, (3), (4)式で表されるオブザーバを併合したシステムは,

$$\tau_M = -[0 \ K_F] \begin{bmatrix} \hat{n}_M \\ \hat{\tau}_C \end{bmatrix} \quad (7)$$

とおいて, (5)式へ代入すると(8)式のように表すことができる。

$$\begin{bmatrix} \dot{n}_M \\ \dot{\tau}_C \\ \dot{n}_L \\ \dot{W} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{K_F L}{T_M} & -\frac{1}{T_M} & 0 & \frac{K_F L}{T_M} \\ \frac{1}{T_C} & 0 & -\frac{1}{T_C} & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_L} & 0 & 0 \\ -\frac{L(1+K_F)}{T_M} & 0 & 0 & \frac{L(1+K_F)}{T_M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_M \\ \tau_C \\ n_L \\ W \end{bmatrix} \quad (8)$$

また, (8)式の特性方程式は(9)式で表すことができる。

$$P = s(a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0) = 0 \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} a_3 &= 1 \\ a_2 &= \frac{1}{T_F} \\ a_1 &= \frac{T_M + T_L}{T_M T_C T_L} = \omega_0^2 \\ a_0 &= \frac{1}{T_F T_C T_L} \left\{ 1 + \frac{T_L(1+K_F)}{T_M} \right\} \\ &= \left(\frac{T_M + T_L}{T_M T_L} + \frac{K_F}{T_M} \right) \frac{1}{T_F T_C} \\ T_F &= -\frac{T_M}{L} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

(9)式の根が複素左半面にくるように, オブザーバゲイン L および状態フィードバックゲイン K_F を決定することにより, (8)式で表される制御系を安定とすることができる。

オブザーバを併合した制御系は, 状態方程式(8)で表すことができるので, これが安定となるためには(9)式の根が複素平面上で左半面にあればよい。図10は共振周波数 10.5, 16 Hz の二つの軸について図3における状態フィードバックゲイン K_F を 0 ~ -2.5 まで変化させた場合の(9)式の根軌跡である。 K_F が -2.2 までは根は左半面にあり, 安定であることがわかる。しかし実際は後述の(21)式より, K_F は -1 ~ 0 までの値しか取り得ないので, $K_F = 0$ のとき以外は常に安定となる。 $K_F = 0$ のとき, すなわち補償なしのときは根は虚軸上にあり不安定となる。実験では $K_F = -0.5$ としたが, このとき図10から 10.5 Hz の軸の場合, 共振周波数 10 Hz, 減衰時の時定数 0.2 秒, 16 Hz の軸の場合, 共振周波数 16 Hz, 減衰時の時定数 0.1 秒となり, 安定であることがわかる。

図 10 根軌跡
Fig. 10. Root locus.

図 11 は図 3 における速度調節器出力 τ_{M0} と電動機速度 n_M の関係を

$$G(s) = n_M / \tau_{M0} \dots\dots\dots (11)$$

としたとき、10.5 Hz と 16 Hz の二つの軸についてボード線図上でゲイン曲線を表したものである。図 11(a) で存在していた共振点が図 11(b) ではなくなり、オブザーバによる補償で振動が抑制された系となっていることがわかる。

〈4・2〉 ギヤバックラッシュを有する系の安定性解析 図 2 に示した制御系は、等価的に図 12 で表すことができる。ただし、簡単のため電流制御系の遅れは小さいものとして無視している。ギヤバックラッシュ

を G_N で表すと、負荷トルク $\tau_c = 0$ としたときの τ_{M0} と n_M の関係は (12) 式で表すことができる。

$$n_M = \frac{(1 + ST_F) \left(S^2 + \frac{G_N}{T_L} \right)}{S^3 + \frac{1}{T_F} S^2 + \omega_n^2 G_N S + \left(\omega_n^2 + \frac{K_F}{T_M} \right) \frac{G_N}{T_F}} \times \frac{1}{ST_M T_F} \tau_{M0} \dots\dots\dots (12)$$

$$\left(\omega_n^2 = \frac{T_M + T_L}{T_M T_L} \right)$$

図 12 におけるバックラッシュを、記述関数で表現すると、図 13 に示すような不感帯に対する入力と出力の関係より、 G_N を $G_N(a)$ とおき、(13) 式で表すことができる。

$$G_N(a) = \frac{1}{T_c} \left[1 - \frac{2}{\pi} \left\{ \sin^{-1} \frac{D}{a} + \frac{D}{a} \sqrt{1 - \left(\frac{D}{a} \right)^2} \right\} \right] \dots\dots\dots (13)$$

(a)

(b)

図 11 ボード線図
Fig. 11. Bode plot.

図 13 不感帯に対する入出力
Fig. 13. Input and output to dead zone.

図 12 図 2 の等価構成線図
Fig. 12. Equivalent block diagram of Fig. 2.

図 14 記述関数による解析
Fig. 14. Analysis by describing function.

(12)式の特性格方程式において、線形部と非線形部を分離すると次式を得る。

$$G(s) = -\frac{1}{G_N(a)} \quad (14)$$

$$\left[G(s) = \frac{\omega_n^2 S + \left(\omega_n^2 + \frac{K_F}{T_M} \right) \frac{1}{T_F}}{S^2 \left(S + \frac{1}{T_F} \right)} \right]$$

(14)式において $S = j\omega$ とおき、 $G(j\omega)$ と $-1/G_N(a)$ について複素平面上に軌跡を描くとき、 $G(j\omega)$ において ω を 0 から ∞ まで変化させたときのナイキスト軌跡に対し、 $-1/G_N(a)$ の軌跡がすべての a に対して常に左側にあるときは安定、右側にあるときは不安定であることが知られている。

図 14 は 10.5 Hz と 16 Hz の二つの軸について、複素平面上に描かれた軌跡を元に、安定判別を行ったものである。(a)図は補償なしの場合、(b)図は補償ありの場合を示しているが、(a)図では $G(j\omega)$ と $-1/G_N(a)$ の軌跡は実軸上で重なっているが、(b)図では $-1/G_N(a)$ の軌跡が $G(j\omega)$ の軌跡に対し常に左側にある。これらのことから、補償なしのときは不安定であるが、補償ありのときは安定であることがわかる。

5. 状態フィードバックゲイン K_F の取り得る範囲について

図 2 中の状態フィードバックゲイン K_F の取り得る

図 15 モデル追従制御系の基本構成図
Fig. 15. Basic constitution of model following control system.

範囲について、モデル追従制御の観点から導出することを考える。モデル追従制御の基本構成図は、図 15 のように表される⁽¹²⁾。

$P(s)$ は制御対象、 $P_M(s)$ は規範モデル、 $H(s)$ は補償要素であり、 τ_{M0} は入力、 n_M は出力、 τ_M は電動機トルク、 d は外乱を示す。電動機トルク τ_M は、入力 τ_{M0} と出力 n_M より (15) 式で表すことができる。

$$\tau_M = \tau_{M0} - H(s) \{ n_M - P_M(s) \tau_{M0} \} \quad (15)$$

ここで、 $P_M(s)$ として次式のような電動機モデルを考える。

$$P_M(s) = \frac{1}{ST_M} \quad (16)$$

補償要素 $H(s)$ は、 $P_M(s)$ の逆システムを取り、 $H(s)$ のゲインを K とすると、(17) 式ようになる。

$$H(s) = ST_M K \quad (17)$$

(16)、(17) 式を (15) 式に適用すると、(18) 式で表される。

$$\tau_M = (1 + K) \tau_{M0} - ST_M K n_M \quad (18)$$

$ST_M n_M$ は、図 2 より (19) 式のようにになる。

$$ST_M n_M = \tau_M - \tau_c \quad (19)$$

τ_c をオブザーバで推定するとして $\hat{\tau}_c$ とおき、(18) 式へ代入すると、(20) 式のような関係式が導かれる。

$$\tau_M = \tau_{M0} + \frac{K}{1 + K} \hat{\tau}_c \quad (20)$$

$$K_F = -\frac{K}{1 + K} \quad (21)$$

とおくと、(21) 式より、補償要求 $H(s)$ のゲイン K と K_F の関係を求めることができた。これより K を 0 から ∞ まで変化させたとき、 K_F は 0 から -1 まで変化することがわかる。

6. あとがき

ディジタルオブザーバにより、軸トルクを推定することにより、ギヤが介在した軸ねじり振動系に対しても 10.5 Hz と 16 Hz の軸ねじり振動を抑制することを実機により確認した。また、記述関数法を用いてギヤを

表現することにより、系の特性方程式を線形部と非線形部に分離して、安定判別を行う方式を明らかにした。

これにより、従来、試行錯誤により対応することが多かったギヤバックラッシュを有する制御系の設計に対して、一定の設計指針を与えることができるようになった。

また、本方式は、製鉄工業における冷間圧延プラントにおいても、顕著な効果を確認できた。これらについては、いずれ稿を改めて報告したい。

最後に、本研究を行ううえで貴重な御示唆をたまわった、千葉大学 美多 勉助教教授に謝意を表す。

(平成元年 1 月 25 日 受付, 同元年 7 月 25 日 再受付)

文 献

- (1) G.Wehrich: "Drehzahlregelung von Gleichstromantrieben unter Verwendung eines Zustand- und Störgrößen-Beobachters", Regelungstechnik, Heft 11, p. 349 (1978)
- (2) 斎藤・石田・吉沢・畔上・河竹: 「圧延機の LQI 速度制御系とパラメータ同定器」, 電学論 B, **105**, 257 (昭 60-3)
- (3) 大石・名井・大西・宮地: 「二慣性共振系を持つ他励直流機の一速度制御法」, 同上 B, **106**, 111 (昭 61-2)
- (4) 森本・杉本: 「軸トルクオブザーバを用いた軸振動抑制制御」, 昭 61 電気学会全大, p. 827
- (5) 森本・小山: 「電動機速度制御系への適応的モデル追従制御の応用」, 電気学会半導体電力変換研究, SPC-86-2, 11 (昭 61)
- (6) 黒沢・山本: 「多質点系に対する電動機の振動抑制制御」, 平元電気学会全大, p. 13
- (7) 美多: デジタル制御理論 (昭 59) 昭晃堂
- (8) 平井・池田: 非線形制御システムの解析 (昭 61) オーム社

- (9) 日本鉄鋼協会編: 板圧延の理論と実際 (昭 59) 日本鉄鋼協会
- (10) 大内・豊田・白倉・矢野: 「デジタルオブザーバによるギヤバックラッシュを含んだ電動機の軸ねじり振動抑制制御」, 電気学会産業計測制御研究, IIC-88-10, 23 (昭 63)
- (11) 荒木: 「非線形システムの制御理論—記述関数法について—」, システムと制御, **30**, 603 (昭 61-10)
- (12) I. D. Landau・富塚: 適応制御システムの理論と実際 (昭 56) オーム社

大内 茂人 (正員)

昭和 25 年 9 月 17 日生。51 年 3 月鹿児島大学大学院工学研究科修士課程修了。同年 4 月大塚製薬(株)入社。55 年 1 月富士電機(株)へ転社。

同社、電機システム統括部システム設計部にて電動応用システムの企画・研究・設計に従事。平成 2 年 4 月千葉大学大学院自然科学研究科博士課程入学(富士電機在職中)。計測自動制御学会会員。

矢野 浩司 (正員)

昭和 35 年 5 月 17 日生。58 年 3 月神戸大学工学部電子工学科卒業。同年 4 月富士電機(株)入社。同社東京工場パワエレ機器部にて産業用可

変速装置の開発に従事。