フィードフォワード補償を備えた磁気軸受の制御

正 員 涌 井 伸 二 (キャノン)

Control of Magnetic Bearing having Feedforward Compensator

Shinji Wakui, Member (Canon Inc.)

In the past, the controller of magnetic bearing was designed only by noticing the stability and robust property. However if the response of displacement by reference signal is implemented, some new industrial applications can be expected. Therefore, in this paper we propose a control method of magnetic bearing, and we especially take account of an improvement of displacement response by using the usual stable controller and the feedforward compensator based on the design method of 2-degree-of-freedom. First, a model of the controlled object is clarified, and the conventional control scheme of magnetic bearing is shown. Second, a practical controller of the magnetic bearing is given with consideration for the effect of the parameter uncertainty and the neglected vibration mode, and some industrial application are proposed. Last, the effective experimental results are shown.

キーワード：磁気軸受，2自由度系，フィードフォワード補償

1. はじめに

近年，精密位置決めテーブルや工作機械用スピンドルなどに，コンタクト/メンテナンスフリーという特徴を生かした電磁石の吸引力を利用する磁気軸受が使用されている。これら磁気軸受を応用した装置に対して，安定性とロバスト性とは別に目標値応答を独立に付与できると，幾つかの産業応用が期待できると考える。例えば，工作機械用スピンドルには，加工品質を向上させる振動加工や，インプロセス加工の中核となる姿勢制御のための制御装置が提供可能である。しかし，著者の知る限り目標値応答を積極的に利用した設計はいまだこの磁気軸受にはなされていない。その理由は，磁気軸受がもともと不安定な制御対象のため安定化の補償器が必要であり，安定化とロバスト性を十分な余裕をもって満足させるには煩雑な調整作業が現在のところ必要なためである。この状況で更に目標値応答の実現も補償器に課することはできないのである。

さて，目標値応答を独立に付与できる制御系設計法としては2自由度系が知られている^{(1)~(3)}。上述したように，目標値応答の指定によって産業応用上優れた機能が磁気軸受において実現できるにもかかわらず，

この設計理論の実機への応用例はロボットアームへの適用⁽⁴⁾が最近になって発表された程度である。しかも，理論の枠組みを示した文献(1)~(3)には，実際の応用場面においては常に問題となる観点からの考察はなされていない。

そこで本論文では，従来の安定化補償要素と，2自由度系の手法を用いて設計したフィードフォワード補償器（以下，FF補償器と略記）によって構成される磁気軸受のサーボ系を提案したい。本論文の目的は，このような制御系の具体的な回路構造を示すと共に，制御系の実機への適用に際して常に念頭におかねばならないパラメータ同定誤差や，無視した振動モードの安定性への影響について考察し，この制御系の特徴を実機を使って検討することである。

2. 磁気軸受機構の伝達関数と制御装置の構成

本章では，次章以降の準備のために，2自由度制御系を設計する際の前提となる磁気軸受機構の伝達関数と従来の制御装置構成について述べる。まず，1入力1出力（SISO）系とみなせるスラスト方向の機構について解析する。次に，四つの運動姿勢をもつ半径方

図 1 磁気軸受機構

Fig. 1. Mechanism of the magnetic bearing.

向の機構について述べ、これに対して適切な仮定とモード変換を施すことにより、スラスト機構と同様に SISO 化されることを示す。最後に、従来から用いられてきたスラスト方向の制御装置を示し、補償器の役割を説明する。

〈2・1〉 磁気軸受機構の伝達関数 対象とする機構を図 1(a) に示す。また、(b) 図には回転方向を除いて拘束すべき五つの運動姿勢を示す。この図から明らかなように、スラスト方向の運動については、他の四種類の運動と独立になっている。そこで、まずスラスト方向の機構を解析する。

さて、被支持体に作用する力は重力 mg と、これと反対方向の電磁吸引力 F である。ここで、被支持体の Z 方向の運動方程式は、電磁石吸引力 F を

$$F = \frac{K_F(I + I_A)}{Z^2} \quad (1)$$

とにおいて

$$m \frac{d^2 Z}{dt^2} = mg - F(Z, I) \quad (2)$$

となり、平衡点においては $mg = F(Z_0, I_0)$ となるので、微小変位 z 、微小電流 i について (2) 式を展開すると (3) 式が得られる⁽⁵⁾。

$$\frac{1}{\beta} \frac{d^2 z}{dt^2} - z = -k_m i \quad (3)$$

ただし、 g : 重力加速度、 K_F : 変換係数、 I_A : 残留磁気補正、 Z_0 : 平衡点の位置、 I_0 : バイアス電流、 m : 被支持体質量、 $\beta = 2g/Z_0$ 、 $k_m = Z_0/2(I_0 + I_A)$

ここで、 $x = [z, \dot{z}]^T$ を状態変数とする状態方程式は

$$\dot{x} = Ax + bi, y = cx \quad (4)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \beta & 0 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ \beta k_m \end{bmatrix}, c = [1, 0]$$

となる。従って、伝達関数 $P(s) = -Z(s)/I(s)$ は次式で表される。ただし、 $Z(s) = \mathcal{L}\{z(t)\}$ 、 $I(s) = \mathcal{L}\{i(t)\}_0$

$$P(s) = c(sI - A)^{-1}b = \frac{\beta k_m}{s^2 - \beta} \quad (5)$$

次に、四つの運動姿勢を有する半径方向軸受機構の運動方程式を求め、これに適切な仮定とモード変換を施すことによってスラスト方向と同様に、SISO 系の制御対象に帰着できることを示す。

半径方向の運動方程式は、回転体の座標を図 1(a) のようにとると、(6) 式で表される⁽⁶⁾。

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x} &= \alpha x + f_{xh} + f_{xb} \\ m\ddot{y} &= \alpha y + f_{yh} + f_{yb} \\ J\ddot{\theta}_x &= -pJ_z\dot{\theta}_y - L_h f_{yh} + L_b f_{yb} \\ J\ddot{\theta}_y &= pJ_z\dot{\theta}_x + L_h f_{xh} - L_b f_{xb} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

また、変位センサの配置より

$$\left. \begin{aligned} x_h &= x + l_h \theta_y, y_h = y - l_h \theta_x \\ x_b &= x - l_b \theta_y, y_b = y + l_b \theta_x \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

ただし、 m : 回転体質量、 x, y : x, y 方向の変位、 $f_{xh}, f_{xb}, \dots$: 電磁石の吸引力、添字 xh : スラスト位置 h の x 方向を意味する、 θ_y, θ_x : x 軸、 y 軸周りの回転体の回転角度、 α : 電動機の偏心および電磁石のバイアス電流による不平衡力、 J : x, y 軸周りの慣性性能率、 J_z : z 軸周りの慣性性能率、 p : 回転角速度、 L_h, L_b : 重心から電磁石位置までの距離、添字 h, b : 電磁石が取り付けられているスラスト方向の位置を示す、 l_h, l_b : 重心から変位センサまでの距離 (添字の意味は上記と同様)

の関係式が成り立っている。 $x-y$ 間は共振角周波数が pJ_z/J のジャイロ効果として知られた相互干渉系になっている。しかし、一般の軸方向に長い回転体では $J_z \ll J$ となっており、しかも低速の回転であれば $x-y$ 間の干渉は無視できる。このとき、 x および y 座標

図 2 ラジアル磁気軸受機構とその制御装置の構成図
Fig. 2. Radial magnetic bearing and block diagram of its control system.

図 3 スラスト方向の制御構成図
Fig. 3. Schematic diagram of the thrust controller.

系はそれぞれ分離され、残る問題は電磁石および変位センサのスラスト方向の取付け位置に原因する各座標系ごとの干渉のみとなる。このような干渉系を SISO 化する手法^{(11)~(13)}は幾つか提案されているが、いずれも煩雑な計算を実施しなければならない。ごく自然に考えると、半径方向の制御対象は、これと同じ入出力構造を有する補償ループを設けて閉ループを構成することにより SISO 化される。この様子を図 2 に示しておく。同図では、半径方向の各変位信号を並進運動と回転運動成分のモードに分離する補償構造と成すことにより SISO 化している。従って、各モードに対して、今後展開する議論が適用できる。

〈2・2〉 制御装置の構成 図 3 はプラント $P(s)$ 、補償器 $C_c(s)$ からなるスラスト方向制御装置の構成である。同図において、積分器は定常特性を改善するために挿入され、その極・零点は複素平面の負実軸上の原点近傍に配置される。また、位相進み補償は不安定なプラントの極 $(+\sqrt{\beta})$ を左半平面内に引込み閉ループ系を安定化している。

3. 目標値応答の産業応用

2 自由度系はフィードバックと FF パスからなり、

図 4 磁気軸受の産業応用
Fig. 4. Industrial applications of magnetic bearing.

所望の目標値応答が設計できる。これを磁気軸受機構に利用すると、幾つかの産業応用が期待できる。これを概略図で示す。図 4 (a) は磁気支持された位置決めテーブルを、(b) 図は工作機械用スピンドルを示すそれぞれの産業応用の内容は以下のとおりである。

(1) 位置決めテーブル[図 4 (a)] 磁気支持テーブルは必要な移動量を得るために空げきが大きい。従って、高剛性の実現は容易ではない。反対の低剛性状態しか実現できず、このままでは位置の目標値応答が緩慢である。しかし、テーブルを高速・高精度に位置決めする要請があり、ここに目標値応答が指定可能な 2 自由度制御系の特徴を生かせる。

(2) 工作機械用スピンドル[図 4 (b)] 工作機械用スピンドルを使った加工法の一つに振動加工がある。この加工では、位置の目標値として正弦波を入力して磁気支持スピンドルを振動させ、加工エネルギーの低減を図る。文献(7)には、振幅 0.05~0.13 mm、周波数約 2 kHz の振動をスラスト方向に重畳したところ、切削エネルギーが 50% 低減できたと報告されている。この文献例のように、振幅と振動周波数が加工条件の設定パラメータとなるが、従来制御系の閉ループ周波数応答のままでは、共振特性や比較的低周波からのロールオフ特性のため目標値応答を自由に設定できない。しかし、2 自由度系では所望の周波数特性を実現することで上記問題点を回避できる。この様子は図 5 に示す。また、文献(10)と同様、工具切込みによる繊細な加工を行わせるなど、インプロセス加工への展開も可能となる。

図 5 正弦波に対する目標値応答
Fig. 5. Position response to the sine wave.

図 6 2 自由度系の基本構造
Fig. 6. Basic structure of two-degree-of-freedom control system.

4. 2 自由度系の設計仕様

2 自由度系の基本構造を図 6 としたとき、目標値応答とロバスト性に対応する設計パラメータは文献(1)～(3)に明らかにされている。以下、簡単にこれらの設計仕様をまとめる。

〈4・1〉 $K(s)$ の仕様 適切な $N_p(s)$, $D_p(s)$ を選び、 $K(s)$ そのものが所望の伝達関数 $G_{xr}(s)$ となるようにする。

〔A1〕 非干渉化：各出力が対応する目標値信号だけに応答するように $K(s)$ は対角行列とする。

〔A2〕 零定常偏差：ステップ状の目標値に対して定常偏差をなくするため $K(0)=I$ とする。

〔A3〕 相対次数： $K(s)$ の相対次数は制御対象 $P(s)$ の相対次数以上とする。

〔A4〕 周波数帯域： $\{I+P'(s)C_2(s)\}^{-1}$, $\Delta P(s)$, および $r(s)$ の周波数帯域を考慮して伝達関数 $K(s)$ の周波数帯域を選ぶ。ただし、 $P'(s)=\{I+\Delta P(s)\}P(s)$ は制御対象の変動を表す。

〔A5〕 チューニングパラメータ：チューニングパラメータとして帯域だけを変化させるものを選ぶ。

〈4・2〉 $C_2(s)$ の仕様

〔B1〕 感度特性とロバスト安定性：感度行列 $S(s)$ と相補感度行列 $T(s)$ を(8)式と定義する。

$$\left. \begin{aligned} S(s) &= \{I + P(s)C_2(s)\}^{-1} \\ T(s) &= I - S(s) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

それぞれを感度と安定性の尺度として用いて、制御系のロバスト性を評価しながら $C_2(s)$ の設計を行う。

〔B2〕 零定常偏差：位置決め誤差をなくすこと、およびステップ状外乱の影響を除去するためには、 $C_2(s)$ は積分器を含み $C_2(s)=s^{-1}C_2'(s)$ の形とする。

〔B3〕 相対次数： $C_2(s)$ はプロポとする。

〔B4〕 チューニングパラメータ：安定限界までフィードバックゲインを上げるために、チューニングパラメータを用いる。その際、 $\sigma\{S(j\omega)\}$ や $\sigma\{T(j\omega)\}$ 線図の形状を保存したままこの両者の交差周波数を変化させるものをパラメータに選ぶ。

5. 設計と仕様の確認

本章では、前章で述べた設計仕様を磁気軸受機構への 2 自由度制御系に展開する。本来ならば、プラント $P(s)$ が与えられたとき、まず補償器 $C_2(s)$ の設計を安定化とロバスト性の観点から行い、次に目標値応答を与える FF パスの設計が行われる。しかし、既にプラントは従来の補償器により安定化されており、実験を通して信頼性が保証されているので再設計による危険は回避したい。また、従来の補償器構成を採用し

ている限り、目標値応答を望みどおりに指定できないので、これを改善するために、FF補償器を新たに付加することを考察していく。そのため、 C_2 に関しては従来の安定化補償器がどのような形でこれらの仕様を満足しているのかを記述する。

〈5・1〉 $K(s)$ の仕様 P の右既約分解の一つを $P=N_P D_P^{-1}$ とする。このとき、 P の状態空間表現 (A, b, c) において、 $A_f=A+bf$ が安定となるように適当な実係数行列 $f=[f_1, f_2]$ を選ぶと、 D_P, N_P はそれぞれ次式で与えられる⁽⁸⁾。

$$\left. \begin{aligned} D_P(s) &= f(sI - A_f)^{-1}b + 1 \\ &= \frac{s^2 - \beta}{s^2 - \beta k_m f_2 s - (\beta + \beta k_m f_1)} \\ N_P(s) &= c(sI - A_f)^{-1}b \\ &= \frac{\beta k_m}{s^2 - \beta k_m f_2 s - (\beta + \beta k_m f_1)} \end{aligned} \right\} \dots\dots (9)$$

上式より、改めて $D_P(s), N_P(s)$ を次のように選ぶことができる。

$$D_P(s) = \frac{1}{\beta k_m}(s^2 - \beta), N_P(s) = 1 \dots\dots (10)$$

このとき、 $G_{zz}(s)=K(s)$ を満足する。〈4・1〉節でまとめた位置決め制御のための仕様は次のとおりである。

[A1] 非干渉化：磁気軸受機構のスライス方向はもともと SISO 系であり、ラジアル方向についても〈2・1〉節で述べた非干渉化を行えば SISO 系としての扱いができる。

[A2] 零定常偏差，[A3] 相対次数，[A4] 周波数帯域，[A5] チューニングパラメータ：ステップ状の目標値に対して定常偏差なく追従するために、次式とする。

図 7 S - T 線図
Fig. 7. Plots of $\sigma\{S(j\omega)\}$ and $\sigma\{T(j\omega)\}$.

$$K(s) = \frac{1}{(s/\omega_1)^2 + a_1(s/\omega_1) + 1} \dots\dots\dots (11)$$

〈5・2〉 $C_2(s)$ の仕様

[B1] 感度特性とロバスト安定性：従来から閉ループ系の性能は、その周波数応答を測定して帯域、共振値あるいは副振動の有無を確認すること、およびステップ応答試験、回転試験などから総合的に検討されていた。設計にあたって、感度関数 $S(s)$ と相補感度関数 $T(s)$ を指標として陽に用いることはなく、これらは設計後の結果として与えられていた。さて、従来の制御系の $S(s), T(s)$ を計算すると次式を得、これを図示すると図 7 となる。

$$\left. \begin{aligned} S(s) &= N_s(s)/D_s(s) \\ T(s) &= N_T(s)/D_T(s) \\ N_s(s) &= (t_2 T_2/\beta)s^4 + \{(t_2 + T_2)/\beta\}s^3 \\ &\quad + (1/\beta - t_2 T_2)s^2 - (t_2 + T_2)s - 1 \\ N_T(s) &= K_{100p}\{t_1 T_1 s^2 + (t_1 + T_1)s + 1\} \\ D_s(s) &= D_T(s) = (t_2 T_2/\beta)s^4 + \{(t_2 + T_2)/\beta\}s^3 \\ &\quad + (1/\beta + K_{100p} t_1 T_1 - t_2 T_2)s^2 \\ &\quad + \{K_{100p}(t_1 + T_1) - t_2 - T_2\}s \\ &\quad + (K_{100p} - 1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

本仕様に関連して、仕様[B4]にはチューニングパラメータを用いることが有効であると述べており、 $\sigma\{S(j\omega)\}$ や $\sigma\{T(j\omega)\}$ の線図形状を保存したまま両者の交差周波数を変化させるものをパラメータに選ぶことが適切であるとしている。文献(2)の設計例の場合、

$$\begin{aligned} P(s) &= s^{-2} \\ C_2(s) &= \frac{b_2 s^2 + b_1 \omega_2 s + \omega_2^2}{(s/\omega_2)^2 + b_3(s/\omega_2)} \\ S(s) &= \frac{(s/\omega_2)^2 \{(s/\omega_2)^2 *}{(s/\omega_2)^4 + b_3(s/\omega_2)^3} * \\ &\quad + \frac{b_3(s/\omega_2)}{+ b_2(s/\omega_2)^2 + b_1(s/\omega_2) + 1} T(s) \\ &= \frac{b_2(s/\omega_2)^2 + b_1(s/\omega_2) + 1}{(s/\omega_2)^4 + b_3(s/\omega_2)^3 + b_2(s/\omega_2)^2 + b_1(s/\omega_2) + 1} \end{aligned}$$

となるので、 b_1, b_2, b_3 が一定のとき $\sigma\{S(j\omega)\}$ と $\sigma\{T(j\omega)\}$ の交差周波数は、チューニングパラメータ ω_2 を使って調整できる。しかし、多くの制御系の場合、(12)式からも明らかなように、分子および分母多項式の s の各係数に均等な影響を及ぼすパラメータは存在しない。従って、安定化とロバスト性のバランスをとる場合、補償器の煩雑な調整作業を必要が必要となっている。この状態で更に目標値応答も仕様を満足

させることは不可能である。

〔B2〕 零定常偏差：定常偏差をなくするために、複素左半平面の実軸上にダイポールを形成する疑似積分器を挿入している。

〔B3〕 相対次数：従来の補償器 $C_2(s)$ は相対次数が分子・分母多項式ともに二次であり、プロパである。

〔B4〕 チューニングパラメータ：前記〔B1〕の中で既に言及している。

〈5・3〉 フィードフォワードの実現 FFパスの伝達要素が物理的に実現され得るのかを考える。明らかに、 $K(s)$ 、 $N_F(s)$ は実現できる。ところが、 $D_F(s)$ 単独での実現はできない。しかし、 $K(s)$ から $D_F(s)$ および $K(s)$ から $N_F(s)$ までの伝達関数を見ると、二次の分母多項式の各係数が相等しい高域フィルタと低域フィルタの並列構成である。従って、上記の考えに基づいて回路が実現され得る。

6. 数値シミュレーション

本章では、モデルマッチングの場合、パラメータ誤差があつて制御系を構成した場合、およびモデル化を省略した機械共振が存在する場合についてそれぞれ数値シミュレーションを行い、実際の実験にあたっての指針を得る。なお、数値シミュレーションに使用した数値は表1に示しておく。

(1) モデルマッチングの場合 磁気軸受機構のパラメータが誤差なく見積もられて制御系が構成されたモデルマッチングの場合における目標値から制御量まで伝達関数は、

$$G_{zf} = \frac{1}{(s/\omega_1)^2 + a_1(s/\omega_1) + 1} \dots\dots\dots (13)$$

となる。このときの周波数応答とステップ応答波形は

表 1 パラメータ

Table 1. Parameters used in the simulation.

名 称	記 号	公 称 値
ダイポールの分子時定数 (s)	τ_1	0.316
ダイポールの分母時定数 (s)	τ_2	7.260
位相補償の分子時定数 (ms)	T_1	4.400
位相補償の分母時定数 (ms)	T_2	0.400
不安定定数 ($1/s^2$)	β	6.533×10^4
一巡ゲイン	K_{loop}	40, 50
角周波数 (rad/s)	ω_1	$2\pi \times 500$
減 衰 率	a_1	1.5
ノッチ部の角周波数 (rad/s)	ω_0	$2\pi \times 60, 600$
ノッチ部のダンピング	ξ_0	0.05
係 数	r	1.3
係 数	δ	1.0

図 8 モデルマッチングのときの応答

Fig.8. Response in the case of model-matching

図8であり、ともに指定された応答となる。

(2) パラメータ誤差がある場合 (10)式で示した $D_F(s)$ の実現にあたっては、物理パラメータの公称値が使われる。この公称値に添字 n を付けたとき、伝達関数は次式で与えられる。

$$G_{zf} = \frac{1}{(s/\omega_1)^2 + a_1(s/\omega_1) + 1} \frac{k_m}{k_{mn}} \times \left\{ \frac{(s^2/\beta_n - 1)(1 + \tau_2 s)(1 + T_2 s)}{(s^2/\beta - 1)(1 + \tau_2 s)(1 + T_2 s)} * \frac{+(k_{mn} K_{loop}/k_m)(1 + \tau_1 s)(1 + T_1 s)}{+ K_{loop}(1 + \tau_1 s)(1 + T_1 s)} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

($K_{loop} = K_{skp} k_1 k_m$)

$k_{mn} \rightarrow k_m$, $\beta_n \rightarrow \beta$ のとき、(14)式は(13)式に収束する。従って、モデルマッチングの状態は、安定な閉ループの極を FF 補償により生ずる零点で完全にキャンセルすることによって実現されている。

さて、不安定定数 β が真値に対して $\pm 20\%$ 変動しているとする。このときの周波数応答とステップ応答は図9となる。この場合、(14)式から明らかなように、 β の見積もり誤差は分子多項式だけの変動となっているので、 C_2 によって P が安定化されていれば目標値の安定性は保証されている。従って、応答波形を見ながら FF 部のパラメータをチューニングして目標値応答を調整することが可能である。具体的には、次

(a) 周波数応答

(b) ステップ応答

図 9 パラメータ誤差があるときの応答
Fig.9. Response under the presence of perturbed parameter.

(a) 周波数応答

(b) ステップ応答

図 10 機械共振があるときの応答
Fig.10. Response under the presence of mechanical resonance.

章で説明する図 11 中の調整ゲインがこの役割を果たす。

(3) 機械共振が存在する場合 磁気軸受機構に、モデル化を省略した(15)式のような伝達関数を持つ機械共振が直列に存在する場合を考える。この伝達関数の周波数応答は、低周波から高周波方向に向かって反共振の後に共振する曲線となり、磁気軸受機構において顕著に生ずる機械共振を模擬している。

$$\frac{\gamma^2(s^2 + 2\zeta_0\omega_0s + \omega_0^2)}{s^2 + 2(\delta\zeta_0)(\gamma\omega_0)s + \gamma^2\omega_0^2} \dots\dots\dots(15)$$

ただし、 ζ_0 : ノッチ部のダンピング係数、 ω_0 : ノッチ位置を与える角周波数、 γ : ノッチに対するピーク位置の角周波数を与えるための 1 より大きい適当な係数、 δ : ノッチ部に比較したピーク部のダンピングを与える適当な係数

この場合、目標値までの伝達関数は次式となり、分母多項式からわかるように制御系の安定性は保証されない。

$$G_{xr}(s) = \frac{1}{(s/\omega_1)^2 + a_1(s/\omega_1) + 1} \frac{\gamma^2(s^2 + 2\zeta_0\omega_0s + \omega_0^2)}{(s^2/\beta - 1)(1 + \tau_2s)(1 + T_2s)} * \frac{[(s^2/\beta - 1)(1 + \tau_2s)(1 + T_2s) + K_{loop}(1 + \tau_1s)(1 + T_1s)]}{(s^2 + 2\delta\zeta_0\gamma\omega_0s + \gamma^2\omega_0^2) + K_{loop}(1 + \tau_1s)(1 + T_1s)\gamma^2(s^2 + 2\zeta_0\omega_0s + \omega_0^2)} \dots\dots\dots(16)$$

図 10 に周波数応答とステップ応答波形を示す。ステップ応答波形には、機械共振による振動が励振されているが、時間経過と共に減衰し目標値に収束している。この振動は指定する目標値応答の周波数帯域が拡大するほど持続するものとなる。なお、機械共振の完全なモデルを知ることができれば、これを取込んだ補償器の設計を行うことができ、振動を生じない応答を実現することができる。しかし、機械共振は経時的にあるいは負荷によって、その発生状況が変わるので、補償器の設計にこれを取込む場合には実用的な意味において注意を要する。

7. 実験結果

〈7・1〉 制御装置の構成 実験に使用した制御装置の構成を図 11 に示す。この図において、変位センサ→変位検出器→ダイポール補償器(積分器)→位相補償器→電力増幅器→電磁石で構成されるループが磁気支持機構を安定化している。一方、低域フィルタ

図 11 実験装置の構成

Fig. 11. Schematic diagram of experimental system.

図 12 零点調整を示す周波数応答の実測結果

Fig. 12. Experimental result of zero point tuning.

(LPF), 補正フィルタ (CF), 高域フィルタ (HPF), ゲイン調整器および差動増幅器からなる各要素全体で FF 部が構成される。ここで LPF の伝達関数は設計者が指定する二次の特性であるが, HPF の直流ゲインと零点は制御対象の物理パラメータの公称値を使って構成される。従って, 実験にあたってはこれらの真値に対する同定誤差を測定結果をみながら吸収できるようにしてあることが望ましい。調整すべきパラメータの中で直流ゲインは問題なくチューニングできる。残る零点の調整は HPF の次段に接続されたゲイン調整器がその役割を果たす。このゲイン調整器によって, 差動増幅器出力の伝達関数

$$\frac{s^2/\beta_n - 1}{(s/\omega_1)^2 + a_1(s/\omega_1) + 1} \dots\dots\dots (17)$$

の β_n が調整できる様子は図 12 に示しておく。なお, CF は, 周波数応答上の 0 dB ラインからのふらつきを補正するために設けられた。補償器の次数増加を避けるため, (5) 式の伝達関数に電磁石のインダクタンスによる遅れを組み込まなかったことがふらつきの大きな原因と考えられ, 現在検討中である。

図 13 は実験に使用した磁気支持装置である。これは, 重量 7.8 kg, 片側ギャップ長 300 μm のターボ分子ポンプであり, このスラスト方向磁気支持機構に

ターボ分子ポンプ

制御装置

図 13 磁気軸受装置

Fig. 13. View of magnetic bearing.

(a) 従来の目標値応答

(b) フィードフォワード補償を備えたときの目標値応答

図 14 周波数応答の測定結果 ($K_{loop} = 40$)
Fig. 14. Experimental results of frequency response.

図 15 ステップ応答の測定結果 ($K_{loop}=40$)
Fig. 15. Experimental results of step response.

対して実験を試みた。

〈7・2〉 周波数応答とステップ応答試験⁽⁹⁾ 図 14 に従来の制御系と FF 補償を施した制御系の周波数応答の比較を示す。(a)図の周波数応答では、80 Hz 近傍からロールオフしているが、(b)図では約 200 Hz まで周波数帯域が伸びている。しかも、60 Hz 付近の応答のひずみを除いてほぼフラットな周波数特性が得られている。図 15 はステップ応答の比較である。(a)図の場合、大きなオーバーシュートが発生し、約 120ms かかって整定している。一方、(b)図ではオーバーシュートなく、約 60ms 後に整定している。以上の実験結果より、望ましい目標値応答が実現できてい

る。さて、目標値の伝達関数をより高周波まで指定することができれば更に応答は改善される。しかし、実現可能な目標値の伝達関数には相対次数上の制約のほか物理的制約がある。この制約はプラント入力 $u_P = D_P K r$ が有限で、連続運転中の耐力にも制限があることに基づき次式で定式化できる。

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty u_P(t)^T u_P(t) dt \\ &= \int_0^\infty \mathcal{L}^{-1}\{r^T(D_P K)^T\} \mathcal{L}^{-1}\{D_P K r\} dt \\ &\leq P_{\max} \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

すなわち、制御対象の次数が高く、かつ K を高周波域まで指定するほど u_P は大きくなって $P_{\max}$ の制約に効いてくる。これは比較的 low 周波からロールオフする閉ループ周波数応答を、より高周波までその帯域を広げようとするのであるから、FF パスから高周波になるほどより多くのエネルギーを注入しなければならず、容易に理解できることである。従って、注入されてくる高周波の信号によく応答できるような駆動能力を備えていないと 2 自由度系を採用することによる効果は引出せない。実験からも電磁石を含むドライブ回路の駆動能力が制約となって、実現できた目標値の伝達関数はシミュレーションのものは異なり帯域は狭くなっている。

なお、サーボ帯域内の 60 Hz 近傍に生じている周波数応答のひずみは機械共振である。この事実は、磁気支持状態およびタッチダウン状態で加速度ピックアップをロータに取付けたときのインパルスハンマ試験から確認された。しかし、モードの特定はできていない。

8. 終りに

本論文の要旨をまとめると以下ようになる。

(1) 不安定制御対象である磁気軸受に対して、目標値からフィルタとフィードフォワードを付加したタイプの 2 自由度系を適用する際の理論的關係を明らかにした。特に、実機への応用において常に考慮しなければならない同定パラメータの不確実性、無視した振動モードの影響について考察した。前者については、それを吸収して所望の目標値応答を得るチューニング手段を具体的に示し、後者については指定する周波数応答を高帯域化するほど持続振動となり、かつプラント入力の制限に効いてくるので適切なトレードオフをとる必要があることを示した。

(2) 安定化とロバスト性を満足する従来の閉ループ補償器に、前項の 2 自由度系を構成することによって、ロバスト性を満足させようとして目標値からの周波数応答をフラットにできることを示し、オーバーシュートなく目標値に追従させた。

今後の課題は、電磁石のインダクタンスによる遅れを考慮して補償器の設計を行うこと、モード分離したラジアル制御系に対して 2 自由度系を適用すること、

および駆動能力を高めてより高周波まで目標値応答を指定できるようにすることである。

日ごろお世話いただく千葉大学美多 勉先生に感謝いたします。

(平成元年 7 月 3 日受付, 同元年 10 月 2 日再受付)

文 献

- (1) 杉江・吉川:「2 自由度制御系の基本構造とサーボ問題への応用」, 計測自動制御学論, **22**, 156 (昭 61-2)
- (2) 杉江・吉川・小野:「2 自由度系を用いたロボットマニピュレータのロバスト制御系設計」, システムと制御, **31**, 613 (昭 62-8)
- (3) T. Sugie & T. Yoshikawa: "General Solution of Robust Tracking Problem in Two-Degree-of-Freedom Control Systems", *IEEE Trans. Automatic Control*, **AC-31**, 552 (1986)
- (4) 吉川・杉江・田中:「ロボットアームの位置と力の動的ハイブリッド制御—制御系設計と実験—」, 日本ロボット学誌, **6**, 380 (昭 63-5)
- (5) 清水・谷口:「スラスト形磁気軸受制御系の研究」, 機械学論, **255**, 1753 (昭 42-11)
- (6) 松村・小林・秋山:「横軸形磁気軸受の基本方程式と制御系設計」, 電学論 C, **101**, 137 (昭 56-6)
- (7) 「米 Turchan 社, 磁気軸受を使った 6 万 rpm のハニカム加工機開発」, 日経メカ, p. 92 (昭 56-7)
- (8) B. A. Francis: "A Course in H_∞ Control Theory", Lecture Notes in Control and Information Sci., Vol. 88 (1987) Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg
- (9) 涌井:「フィードフォワード補償を備えた磁気支持機構」, 電気学会産業計測制御研究, **IIC-88-27**, 89 (昭 63-10)
- (10) 樋口・山口:「非円形輪郭切削に関する研究 (第 1 報) —逆伝達関数補償法の適用—」, 精密工学誌, **54**, 145 (昭 63-1)
- (11) 大西・正田・山村:「吸引力磁気浮上台車の非干渉モデル」, 計測自動制御学論, **17**, 671 (昭 56)
- (12) 森下・小豆沢:「常電導吸引式磁気浮上系のゼロパワー制御」, 電学論 D, **108**, 447 (昭 63-5)
- (13) 山村・大西・長尾:「吸引力磁気浮上台車の集合制御と独立制御」, 同上 B, **101**, 109 (昭 56-2)

涌井 伸二 (正員)

昭和 29 年 12 月 23 日生。54 年信州大学大学院工学研究科電子工学専攻修士課程修了。同年第二精工舎 (セイコー電子) 入社。磁気軸受、光ヘッドの開発に従事。平成元年キャノン (株) 入社。半導体製造装置の研究開発に従事, 同所主任研究員。電子情報通信学会, 日本ロボット学会会員。