むだ時間を含む水温調節システムの高精度制御

——駆動むだ時間補償制御における定常偏差除去法——

正員 中村 政 俊 (佐賀大)

正員 武 末 良 樹 (佐賀大)

High Accuracy Control of Water Temperature System with Time Delay

——Elimination of Steady State Error in Compensation

Control Method for Delay System——

Masatoshi Nakamura, Member, Yoshiki Takesue, Member (Saga University)

This paper describes a controller design for a water temperature system, aiming at an accurate control. If we control the system based on the pole placement regulator, the water temperature oscillates around a desired value and has some steady state deviation. We propose a method for eliminating the oscillation and the steady state deviation.

The oscillation phenomenon was found to be caused by a drive delay of heater. We eliminated the oscillation by using the drive delay compensation control method in which a future state value of the system was predicted through a real time simulation. However, some steady state error was noticed in the system and the cause was traced to the stationnal heat value in the mathematical model of the system. We replaced this value by an imaginary stationnal heat value as calculated on real time, hence, we got rid of this error. Combining these two control techniques, we obtained an experimental result of water temperature system in a high accuracy of 0.01°C

キーワード：むだ時間，水温システム，補償制御，定常偏差

1. ま え が き

水温調節システム制御とは，放熱する水槽の水温を目標値に適切に追従させるための加熱制御を言う。流体の温度制御や流量制御に関する研究は，拡大システム極配置レギュレータ理論を用いた海洋温度差発電制御⁽¹⁾，適応観測器を用いた水温制御⁽²⁾などいろいろな分野で研究され，それぞれ精度の高い制御を目的とした検討が行われている。そのなかで，むだ時間を含むシステムの制御についての研究は，予測動作を伝達関数上で実現した Smith 法⁽³⁾，状態方程式上で実現した予測制御⁽⁴⁾などの研究がなされている。著者らは，さきに実時間シミュレーションによる状態予測値を用いた駆動むだ時間補償制御法⁽⁵⁾によって，むだ時間

の存在に伴って生じる水温の目標値まわりの振動を除去する方法を提案した。しかし，この水温調節システム制御実験においては，わずかではあるが定常偏差(オフセット)がいつも存在した。

本論文では，水槽水温調節システムに関して高精度の制御を目標とした制御器設計に関する検討を行い，駆動むだ時間補償制御⁽⁵⁾でわずかに残る定常偏差の除去法を提案する。定常偏差の生じる原因が数式モデル中の定常熱量の部分にあることを見つけ，実際の定常熱量の代わりに実時間で計算した仮想定常熱量を用いて偏差を補正し，定常偏差を除去することに成功した。この駆動むだ時間補償と仮想定常熱量補正を組合せて，水温調節システムの水温の制御が非常に高精度に実現され，水温と目標値との誤差は 0.01°C 程度に

減少した。この誤差の精度は採用した AD・DA 変換器の量子化誤差の量に相当し、いまの装置のもつ性能の極限の精度が提案の方法によって達成できたことを意味する。更に本方法の制御性能を他の方法との比較の上で確認するため、PID 調節計や 1 型サーボ系による水温制御実験結果を検討した。PID 調節計では定常偏差は生じないがシステム内のむだ時間の存在で水温は目標値付近で振動を生じ、過渡特性は著しく悪かった。また 1 型サーボ系の制御でも、水温の目標値付近での振動が生じたため、1 型サーボ系に駆動むだ時間補償制御を組合せることによって、水温の目標値付近での振動や定常偏差を除去させた。しかし、この制御法では調節パラメータの数が多く、それらの値の適切な選定が容易ではないという欠点が認められた。これらの比較により、本方法の制御性能が優れていることが確認できた。

2. 水温調節システムの制御器設計

水温調節装置の構成を簡単に述べ、熱量保存則によって得られる水温調節システムの数式モデルを構成し、極配置レギュレータに基づく駆動むだ時間補償制御法を用いた制御器を設計し、制御実験の結果において、水温の目標値まわりの振動は除去されるが、わずかな定常偏差が残ることを示す。

〈2・1〉 水温装置の構成 制御の目的は、水槽内の水をヒータの出力調節によって加熱し、水槽水温を目標温度に正確に追従させることである。制御実験装置は手製のデモンストレーション用のもので、図 1 に示すように、制御対象である水槽および冷却水供給部、検出器であるサーミスタと信号増幅器、駆動装置であるトライアック回路を介した出力調節可能な電熱ヒータからなる。

図 1 水温調節システムの制御実験装置
Fig.1. View of experimental equipment for water temperature regulation.

水槽水温は冷却水供給部から流れ込む冷水によって冷却され、同量の温水が外部に流出していて水槽の温水の量は常に一定である。なお、水槽内の水温が一様となるように温水は水中モータで常にかくはんされている。水槽水温および流入水温はサーミスタ出力電圧の増幅信号として検出され、制御器に取込まれる。制御器で操作量として計算された熱量はそれに相当する電圧信号としてトライアック回路に取込まれ、その信号によって調節された電熱ヒータが発熱し、水槽の温水が加熱される。

〈2・2〉 制御対象の数式モデルの構成 水温調節システムの制御対象の部分を表す数式モデルを構成する。水槽内の水温に関する式は、熱量変化は単位時間内の流入熱量と流出熱量の差に等しいとする熱量保存の法則に従って熱量平衡式を立てる。水槽内の水温が Δt 秒間に $\Delta T(^{\circ}\text{C})$ だけ変化したとすると、熱量変化は $W\Delta T(\text{cal})$ 、流入熱量は $(Q + mT_c)\Delta t(\text{cal})$ 、流出熱量は $mT\Delta t(\text{cal})$ となり、熱量平衡式は

$$W\Delta T = \{Q - m(T - T_c)\}\Delta t \quad \cdots \cdots (1)$$

となる。ここで、 $T(^{\circ}\text{C})$ は水槽内の水温、 $W(\text{cm}^3)$ は水槽内の水の量、 $Q(\text{cal/s})$ は駆動装置から発生する加熱熱量を表し、冷却水供給部からは温度 $T_c(^{\circ}\text{C})$ の水が $m(\text{cm}^3/\text{s})$ の流量で流入する。比熱 $(\text{cal/g}^{\circ}\text{C})$ は 1、密度 (g/cm^3) は 1 とする。両辺を Δt で割って、時間幅の微小極限操作を行うと微分方程式

$$\dot{T} = \{Q - m(T - T_c)\}/W \quad \cdots \cdots (2)$$

が得られる。この装置では、水槽の水の量 W は $2,600\text{cm}^3$ 、冷却水の流量 m は $8.5\text{cm}^3/\text{s}$ である。

(2) 式から状態方程式を導くため、変数を目標値まわりの値に変換する。水槽内の水温 T を目標水温 T^* に一定に保つために必要な定常熱量 Q^* は $m(T^* - T_c)$ で、(2) 式を変形すると

$$\dot{T} = \{-m(T - T^*) + (Q - Q^*)\}/W \quad \cdots (3)$$

を得る。状態変数を $x = T - T^*$ 、操作量を $u = Q - Q^*$ とおくと

$$\dot{x} = ax + bu \quad \cdots \cdots (4)$$

なる状態方程式が得られる。ここで、 $a = -m/W$ 、 $b = 1/W$ を表す。状態方程式をサンプル間隔 Δ で離散化すると

$$x(k+1) = \phi x(k) + Du(k) \quad \cdots \cdots (5)$$

なる状態遷移式が得られる。ここで、 $\phi = \exp(-m\Delta/W)$ 、 $D = (1 - \phi)/m$ を表す。状態観測式は

$$y(k) = cx(k) \quad \cdots \cdots (6)$$

となり、 $c = 1$ である。この (5)、(6) 式が制御対象を表現する基本式である。

〈2・3〉 検出器と駆動装置の特性把握

(1) 検出復元特性 水温の検出は、水温の変化によってサーミスタの抵抗値が変化するという特性を利用して行う。サーミスタの検出特性の測定は、サーミスタを検出回路に組み込み、いろいろな温度の水を水槽に入れて行う。その都度の水温は温度計で目測し、サーミスタの抵抗値の変化分は電圧値の変化分として取出し、その増幅信号値を A/D 変換器を介して、パソコン (NEC PC-9801) で読取る。

検出復元特性は、サーミスタ出力電圧の増幅信号値から、そのときの水温を知るためのもので、検出特性の逆関数として求められる。測定点に多項式関数を当てはめ、最小 2 乗法⁽⁶⁾で係数の決定を行い、AIC⁽⁶⁾の最小値により次数決定を行った。その結果、水槽水温用の検出復元特性は

$$T = 21.0 + 4.41(V_{y1}) + 5.02 \times 10^{-4}(V_{y1})^2 + 1.47 \times 10^{-2}(V_{y1})^3 \quad \dots\dots\dots (7)$$

となり、流入水温用の検出復元特性は

$$T_c = 14.1 + 6.10(V_{y2}) - 1.50 \times 10^{-1}(V_{y2})^2 + 1.27 \times 10^{-1}(V_{y2})^3 - 1.33 \times 10^{-3}(V_{y2})^4 \quad \dots\dots\dots (8)$$

となった。ここで、 V_{y1} と V_{y2} (V) は電圧を表す。

(2) 駆動復元特性 水槽内の温水の加熱は、トライアック回路への印加電圧で出力調節される電熱ヒータによって行う。電熱ヒータの駆動特性の測定は、電圧をパソコンから D/A 変換器を介してトライアック回路入力部に印加し、そのときの電熱ヒータで加熱された水温の温度上昇をサーミスタを介してパソコンで読取る。この熱量は

$$P = W \Delta T / \Delta t \quad (\text{cal/s}) \quad \dots\dots\dots (9)$$

で計算し、 Δt は温度上昇分が一定値に達したと思われる電圧印加後、約 100 s 経過した後の測定時間幅 5 s で、その測定時間内の水槽内の水温の上昇分を ΔT (°C) で表している。ここで、比熱 (cal/g°C) と密度 (g/cm³) はそれぞれ 1 としている。

駆動復元特性は、操作量の熱量を電熱ヒータで発生させるのに必要な印加電圧 V_u (V) を知るためのもので、駆動特性の逆関数として表される。測定点に P に関する多項式関数をあてはめ、最小 2 乗法⁽⁶⁾で係数の決定を行い、AIC⁽⁶⁾の最小値をもって次数決定を行った。電熱ヒータの駆動復元特性は

$$V_u = 4.18 - 1.87 \times 10^{-1}P + 3.95 \times 10^{-3}(P)^2 - 4.11 \times 10^{-5}(P)^3 + 1.86 \times 10^{-7}(P)^4 - 3.04 \times 10^{-10}(P)^5 \quad \dots\dots\dots (10)$$

となった。

〈2・4〉 極配置レギュレータによる制御法

(1) 極配置レギュレータ 操作量決定則として、極配置レギュレータ理論⁽⁷⁾を採用する。操作量 $u(k)$ は

$$u(k) = Fx(k) \quad \dots\dots\dots (11)$$

で与えられ、フィードバックゲイン F は、閉ループ系の特性を表す行列 $\phi + DF$ の極の値が、設計者の指定値 λ になるように

$$F = (\lambda - \phi) / D \quad \dots\dots\dots (12)$$

で決定する⁽⁷⁾。

この操作量 u とヒータの出力 Q の間の関係は $u = Q - Q^*$ を用いると、ヒータの出力は

$$Q = u(k) + Q_c^* = u(k) + m(T^* - T_c) \quad \dots\dots\dots (13)$$

で定まる。つまり、 Q はレギュレータで決まった操作量と実測の定常熱量の和で決定される。目標水温に到達する速度を速めるために、目標水温との差が 1°C 以内になるまでは (13) 式に従うことなく、ヒータ出力 Q はヒータの最大出力 215 cal/s を採用し、その後は極配置レギュレータによって得られる上の (13) 式の値を採用する。

(2) 実験結果と考察 極配置レギュレータに基づく制御法を用いて実験を行った結果の検討を行う。実験条件は、制御時間 1,200 s、サンプル間隔 Δ は 0.4 s、目標水温 T^* は 20°C、流入水温 T_c は約 12°C、レギュレータの極 λ の値は 0.95 とした。この極 λ の決定は制御量の目標値到達の即応性と駆動部の容量とを考慮して試行を繰返して定めた。このときの実験結果が図 2 である。縦軸は、水槽水温 T の拡大図、横軸は時間を表している。図 2 を見てわかるように、水槽水温は目標値付近で定常的振動 (振幅約 0.17°C) を起こし、また定常偏差 (約 0.08°C) が存在している。この振動の原因として、制御器によって決定された操作量が駆動部の電熱ヒータの出力の熱量として発生さ

図 2 極配置レギュレータによる水温制御実験結果

Fig. 2. Experimental result for water temperature control by the pole placement regulator.

れるまでに時間を要し、この駆動むだ時間が制御対象に含まれているためである⁽⁵⁾。

〈2・5〉 駆動むだ時間補償による制御法

(1) 駆動むだ時間補償 極配置レギュレータに基づいた水温制御で生じた水温の目標値まわりにおける振動を除去するために導かれた駆動むだ時間補償法⁽⁵⁾を簡単に述べる。この補償法の基本的な考え方は、駆動むだ時間が生じる分だけ前もって早い時点で操作量を発生させることである。この方法では異なったむだ時間が複数個存在するシステムの補償が可能であるが⁽⁵⁾、いまの場合駆動むだ時間の個数が1個だけ制御系に含まれているので、補償操作量は簡単な形となり

$$\bar{u}(k) = F\bar{x}(k+l) \quad \dots\dots\dots (14)$$

で与えられる⁽⁵⁾。ここで、 $l=L/\Delta$ はむだ時間に相当する段数を表し、 $L(s)$ は駆動むだ時間を表している。ここで、 $\bar{x}(k+l)$ は将来の状態値 $x(k+l)$ の状態予測値である。この状態予測値を実時間シミュレーションによって求める。その状態予測式は

$$\begin{aligned} \bar{x}(k+j) &= \phi\bar{x}(k+j-1) + D\bar{u}(k+j-1) \\ (j=1, 2, \dots, l) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (15)$$

であり、現時刻の状態値の実測値 $x(k)$ を $\bar{x}(k)$ の初期値として、 L 時刻(l 段)先まで(15)式を繰返して計算を行い、 $\bar{x}(k+l)$ を求める。いまの場合、むだ時間の個数が1個だけであるため、(15)式の実時間シミュレーションの中で用いる架空の操作量 $\bar{u}(k+j-1)$ は過去に使用された補償操作量 $\bar{u}(k+j-1-l)$ の値だけで決定され

$$\bar{u}(k+j-1) = \bar{u}(k+j-1-l) \quad \dots\dots\dots (16)$$

となる⁽⁵⁾。駆動むだ時間補償による制御法では、(11)式の操作量 $u(k)$ の代わりに、(14)式で計算された補償操作量 $\bar{u}(k)$ を用いる。このときのヒータの出力は

$$\begin{aligned} Q &= \bar{u}(k) + Q_c^* = F\bar{x}(k+l) + m(T^* - T_c) \\ &\dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

で表される。

なお一般には、制御を開始する点($k=0$)で、 $k=-l$ 時点から既に $\bar{u}(j-1-l)$ ($j=1, 2, \dots, l$)の操作量を制御系に加えておく必要がある。しかし、いまの場合は水温の目標水温への到達速度を速めるために、目標水温との差が1°C以内になるまでのヒータの出力は、(17)式の代わりにヒータの最大出力215 cal/sを採用し、その後は駆動むだ時間補償によって得られる(17)式の値を採用する。

むだ時間 L の値は、電熱ヒータにあるステップ入力を印加し、その出力応答が出るまでの時間をもって

図3 駆動むだ時間補償制御法による水温制御実験結果

Fig. 3. Experimental result for water temperature control by the compensation method for drive delay.

決定した。

(2) 実験結果と考察 駆動むだ時間補償の制御法を用いて行った水温調節システムの制御実験結果を検討する。実験条件は、〈2・4〉節の極配置レギュレータによる制御法の場合と同一で、実測したむだ時間 L は8sである。このときの実験結果は図3に示すが、図2の補償を施す前の極配置レギュレータのみに基づく制御実験結果と比較して、水温の目標値付近の振動部分はほとんど除去されている。しかし、結果を詳しくみると約0.03°Cの定常偏差が残っており、より高精度な制御を行うため、この定常偏差の除去に努める。

3. 仮想定常熱量補正による定常偏差除去法

極配置レギュレータに駆動むだ時間補償を施した制御法によって、水温の目標値付近での振動部分は除去できたが、定常偏差が存在した。この定常偏差を除去し、より一層高精度の制御を行う方法を検討する。

〈3・1〉 仮想流入水温と定常偏差の関係 極配置レギュレータに駆動むだ時間補償を施した制御法による制御実験において、(17)式中の実測の流入水温 T_c の値の代わりに仮想流入水温 $\hat{T}_c$ を用いると、 $\hat{T}_c$ の値によって水槽水温の定常偏差の値が大きく左右された。仮想流入水温と実際の流入水温との差を表す仮想流入水温偏差

$$\hat{T}_e = \hat{T}_c - T_c \quad \dots\dots\dots (18)$$

を定義し、仮想流入水温偏差 $\hat{T}_e$ をいろいろ変化させて制御実験を行い、その都度の実験における制御開始後400~600sの定常偏差の実測値の平均値を図4に示す。図中の矢印の部分は定常偏差が0となる仮想流入水温偏差の値を示す。この仮想流入水温偏差の値は、実際の流入水温 T_c の値や環境の温度などの実験条件によって変化するので、定常偏差が0となるよう

図 4 仮想流入水温偏差と定常偏差の関係
Fig. 4. Relationship between imaginary inflow water temperature deviation and steady state error.

な適切な $\hat{T}_c$ の決定は制御実験の際に実時間で決定することが望まれる。

〈3・2〉 仮想定常熱量補正による制御法

(1) 仮想定常熱量補正 仮想定常熱量補正法の基本的な考え方は、制御対象の定常偏差を実測し、その温度偏差に相当する仮想定常熱量を実時間で計算して、その熱量分を補正してヒータ発生熱量を決定するものである。そのための仮想流入水温偏差 $\hat{T}_c$ の決定の手続きを述べる。 $\hat{T}_c (= \hat{T}_c - T_c)$ と水槽水温偏差 $\hat{T} (= T - T^*)$ の関係を、定常偏差関数

$$\hat{T} = a_0 + a_1 \hat{T}_c + a_2 (\hat{T}_c)^2 \dots (19)$$

として表し、その条件式の関係の係数 a_0, a_1, a_2 を制御の際に実時間で測定する。係数 a_0, a_1, a_2 はこの定常偏差関数の値が 0 となるように定める。そのための指数的重みつき最小 2 乗規範は

$$J = \sum_{i=1}^k \rho^{k-i} \{ \hat{T} - a_0 - a_1 \hat{T}_c - a_2 (\hat{T}_c)^2 \}^2 \dots (20)$$

によって定義され、この規範を最小にする逐次アルゴリズム⁽⁶⁾は

$$\left. \begin{aligned} \hat{\theta}(k) &= \hat{\theta}(k-1) + x(k) \{ \hat{T} - \omega^T(k) \hat{\theta}(k-1) \} \\ x(k) &= \Gamma(k-1) \omega(k) / \{ \rho + \omega^T(k) \Gamma(k-1) \omega(k) \} \\ \Gamma(k) &= \{ I - x(k) \omega^T(k) \} \Gamma(k-1) / \rho \end{aligned} \right\} \dots (21)$$

である。ここで、 $\hat{\theta}^T(k) = [\hat{a}_0 \hat{a}_1 \hat{a}_2]$ 、 $\omega^T(k) = [1 \ T_c(\hat{T}_c)^2]$ を表す。また指数 ρ の値は $[0, 1]$ の値で、設計者が適切に与えなければならない。このパラメータの推定値 $\hat{\theta}(k)$ によって定まる (19) 式の関係を用いて、 $\hat{T}_c$ はこの二次方程式の解として求める。二次方程式の二つの解のうち一方が該当する解で、仮想流入水温 $\hat{T}_c$ は

$$\begin{aligned} \hat{T}_c &= T_c + \hat{T}_c \\ &= T_c - \{ \hat{a}_1 + \sqrt{(\hat{a}_1)^2 - 4 \hat{a}_0 \hat{a}_2} \} / 2 \hat{a}_2 \dots (22) \end{aligned}$$

となる。

(14)~(17) 式で表される駆動むだ時間補償によって

図 5 提案方法による水温制御実験結果
Fig. 5. Experimental result for water temperature control by the proposed method.

得られた補償操作量 $\hat{u}(k)$ および (22) 式で定まる仮想流入水温 $\hat{T}_c$ を (17) 式の T_c の代わりに代入して得られた仮想定常熱量 $\hat{Q}_c$ を組合せて制御実験を行う。このときのヒータの出力は

$$Q = \hat{u}(k) + \hat{Q}_c = F \hat{x}(k+1) + m(T^* - \hat{T}_c) \dots (23)$$

で表される。なお、目標水温に到達する速度を速めるために、目標水温との差が 1°C 以内になるまでの操作量はヒータの最大出力 215 cal/s を採用し、その後は駆動むだ時間補償と仮想定常熱量補正による (23) 式に従った制御法を採用する。

(2) 実験結果と考察 極配置レギュレータに基づく駆動むだ時間補償と仮想定常熱量補正を組合せた制御法を用いて行った実験結果の検討を行う。実験条件は、〈2・5〉節の駆動むだ時間補償による制御法の場合と同一である。指数的重みつき最小 2 乗法のアルゴリズムによるパラメータ $\hat{\theta}$ の同定開始は、水槽水温が目標水温に落ちついたと思われる 250 s から実行した。このときの初期値は $\hat{\theta}^T(0) = [-0.029 \ -0.033 \ -0.002]$ 、 $\Gamma(0) = \text{diag}\{0.01 \ 0.001 \ 0.0001\}$ とした。

また、指数 ρ は 0.99 とした。なお、持続的励振条件に関連したアルゴリズムの発散⁽¹⁾を防止する意味で、制御された水温の定常偏差が $\pm 0.01^\circ\text{C}$ 未満ではアルゴリズムの更新を中止し、定常偏差が $\pm 0.01^\circ\text{C}$ を超えると再開させた。

このときの水温調節システムの制御実験結果が図 5 である。図 5 (I) では、目標値付近での振動および定常偏差がともに除去されて、定常偏差は約 0.01°C 程度に収まる高精度の結果が得られた。この精度は採用した AD・DA 変換器の量子化誤差と同程度で、いまの装置のもつ性能の極限の精度が提案の方法によって達成されたことを意味する。

図 5 (II) は実験中のパラメータ $\hat{\theta}$ の更新状況を示している、 $\leftrightarrow$ はパラメータの更新区間を表している。 $\hat{a}_0$, $\hat{a}_1$, $\hat{a}_2$ の単位はそれぞれ $^\circ\text{C}$, 1, $1/^\circ\text{C}$ である。 $\hat{a}_0$ の推定値がかなり大きく変化して、定常偏差関数が 0 となる曲線の形が実時間で変動している。図 5 (III) は仮想定常熱量 $\hat{Q}_c$ の経時変化を示し、250 s までは実際の定常熱量を表している。仮想定常熱量は時間と共に変化していることがわかり、この仮想定常熱量の補正により、水温の良好な目標値追従性が得られていることがわかる。

4. 他の手法による水温制御実験結果

提案した極配置レギュレータに基づく駆動むだ時間補償と仮想定常熱量補正を組合せた制御法の制御性能の良さを他の手法との比較のうえで確認する。

〈4・1〉 PID 調節計による制御法

(1) PID 調節計 PID 調節計⁽⁸⁾では、制御誤差 $e(t)$ に対する比例 (P)・積分 (I)・微分 (D) 動作によって操作量を決定する。制御目的に応じて、この PID の組合せが図られるが、ここでは定常特性の改善のために PI 動作を用い、操作量は

$$u(t) = K_p \{ e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt \} \quad \dots\dots\dots (24)$$

で表される。この (24) 式の操作量を用いて、ヒータの出力 Q を表すと、 $u = Q - Q_c^*$ より

$$Q = u(t) + Q_c^* = u(t) + m(T^* - T_c) \quad \dots\dots\dots (25)$$

となる。

なお、指令操作量がヒータの出力 $[0, 215]$ (cal/s) を超えたときは、その端の値を採用した。ただし、係数 K_p と T_i の決定はジューラ・ニコルスの限界感度法⁽⁹⁾に従った。ジューラ・ニコルス法では

$$K_p = 0.45 K_M, \quad T_i = 0.83 T_M \quad \dots\dots\dots (26)$$

となり、この制御システムにおける実測によると K_M

図 6 PID 制御による水温制御実験結果
Fig. 6. Experimental result for water temperature control by the PID controller.

は 300, T_M は 100 s となった。これらの値を (26) 式に代入すると、係数 K_p は 135, T_i は 83 s となった。

(2) 実験結果と考察 実験条件は、〈3・2〉節の提案法における条件と同一にした。このときの実験結果が図 6 である。同図の拡大図を見てわかるように、定常偏差はほとんど存在しないが、水温には目標値付近で振動(振幅約 0.02°C)が見られ、過渡特性は著しく悪い。

〈4・2〉 1 型サーボ系による制御法

(1) 1 型サーボ系 1 型サーボ系の制御理論⁽¹⁰⁾は外乱に強く、目標値を制御途中でステップ状に変化させても、制御量はうまく目標値に追従するという性質がある。

1 型サーボ系の制御器は

$$u(k) = -Hx(k) + Kz(k) \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$z(k+1) = z(k) - x(k) \quad \dots\dots\dots (28)$$

で与えられる。ゲイン H と K は

$$(H, K) = [F_e + (0, I)]G^{-1} \quad \dots\dots\dots (29)$$

で求められる。ここで、 F_e は状態変数 $x(k)$ の定常値との偏差と操作量 $u(k)$ の定常値との偏差の合成ベクトル $x_e(k)$ で表される系

$$x_e(k+1) = \begin{bmatrix} \phi & D \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x_e(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} v_e(k) \quad \dots\dots\dots (30)$$

に対する極配置レギュレータ⁽⁷⁾の合成系の操作量

$$v_e(k) = -F_e x_e(k) \quad \dots\dots\dots (31)$$

のフィードバックゲインとする。 G^{-1} は

$$G = \begin{bmatrix} \phi - I & D \\ C & 0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (32)$$

の逆行列である⁽¹⁰⁾。(27)式で得られた操作量を用いてヒータの出力 Q を表すと、 $u = Q - Q_c^*$ より

$$Q = u(k) + Q_c^* = -Hx(k) + Kz(k) + m(T^* - T_c) \quad \dots\dots\dots (33)$$

となる。なお、目標水温に到達する速度を速めるために、目標水温との差が 1°C 以内になるまでの操作量は

図7 1型サーボ系による水温制御実験結果
Fig. 7. Experimental result for water temperature control by the first order servo system.

ヒータの最大出力 215 cal/s を採用し、その後は (33) 式の 1 型サーボ系によって得られる操作量を採用した。

(2) 実験結果と考察 1 型サーボ系による制御法を用いて実験を行った結果の検討を行う。実験条件は、〈3・2〉節や〈4・1〉節の場合と一致させ、合成系のレギュレータの極は $[0.95 \ 0.995]$ とした。

このときの実験結果が図7である。1 型サーボ系による制御では、目標値がステップ状に変化をしても定常偏差なしに目標値に追従するという性質をもっているため、図7を見てわかるように、定常偏差は認められない。しかし、実験システムにおいては駆動部にむだ時間を含んでいるために、水温は目標値付近で大きな振動(振幅約 0.35°C) を起こしている。

〈4・3〉 駆動むだ時間補償を用いた 1 型サーボ系による制御法

(1) 駆動むだ時間補償を用いた 1 形サーボ系

〈4・2〉節の 1 型サーボ系では、定常偏差は除去できたものの駆動部のむだ時間が原因で目標値付近で振動を起こした。そこで 1 型サーボ系に駆動むだ時間補償を組込んだ制御法を考える。駆動むだ時間のある制御系に対する補償操作量は

$$\bar{u}(k) = -H\bar{x}(k+l) + K\bar{z}(k+l) \quad \cdots \cdots (34)$$

で与えられる。〈2・5〉節の極配置レギュレータに基づく駆動むだ時間補償と同様、 $L(\text{s})$ は駆動むだ時間を表し、 $l(L/\Delta)$ はむだ時間に相当する段数を表している。ここで、 $\bar{x}(k+l)$ は将来の状態値 $x(k+l)$ の状態予測値であり、〈2・5〉節の極配置レギュレータに基づく駆動むだ時間補償と同様、状態予測値を実時間シミュレーションによって求める。その状態予測式は (15) 式と完全に同一の式

$$\begin{aligned} \bar{x}(k+j) &= \phi \bar{x}(k+j-1) + D \bar{u}(k+j-1) \\ (j=1, 2, \dots, l) \end{aligned} \quad \cdots \cdots (35)$$

であり、現時刻の状態値の実測値 $x(k)$ を $\bar{x}(k)$ の初

期値として、 L 時刻 (l 段) 先まで (35) 式を繰返して計算を行い、 $\bar{x}(k+l)$ を求める。(35) 式の実時間シミュレーションの中で用いる架空の操作量 $\bar{u}(k+j-1)$ は過去に使用された補償操作量 $\bar{u}(k+j-1-l)$ の値

$$\bar{u}(k+j-1) = \bar{u}(k+j-1-l) \quad \cdots \cdots (36)$$

を採用する。また $\bar{z}(k+l)$ は (28) 式からわかるよう状態予測値 $\bar{x}(k+j)$ の積分値であり、その逐次式は

$$\bar{z}(k+j+1) = \bar{z}(k+j) - \bar{x}(k+j) \quad \cdots \cdots (37)$$

である。

(34) 式で得られた操作量を用いて、ヒータの出力 Q を表すと、 $u = Q - Q^*$ より

$$\begin{aligned} Q &= \bar{u}(k) + Q^* \\ &= -H\bar{x}(k+l) + K\bar{z}(k+l) + m(T^* - T_c) \end{aligned} \quad \cdots \cdots (38)$$

となる。なお、制御を開始する点 ($k=0$) での操作量は、 $k=-l$ 時点からすでに $\bar{u}(j-1-l)$ ($j=1, 2, \dots, l$) の操作量を加えておく必要があるが、〈2・5〉節と同様、目標水温に到達する速度を速めるために、目標水温との差が 1°C 以内になるまでの操作量はヒータの最大出力 215 cal/s を採用し、その後は (38) 式の駆動むだ時間補償を用いた 1 形サーボ系によって得られる操作量を採用した。

(2) 実験結果と考察 駆動むだ時間補償を用いた 1 型サーボ系の制御法を用いて実験を行った結果の検討を行う。実験条件は、〈4・2〉節の 1 型サーボ系による制御法の場合と同一で、合成系のレギュレータの極は $[0.95 \ 0.995]$ で、むだ時間 L は 8 s である。

このときの実験結果が図8である。図8 (I) を見てわかるように、実験結果では定常偏差も振動もあまり見られず、かなり高精度な結果が得られた。しかし、この良好な結果を得るためには、極の値をいろいろと変えて実験を何度も繰返した。合成系の極がほんのわずかに異なった $[0.95 \ 0.995]$ としたときの実験結果が図8 (II) である。極以外の実験条件は、上記と全く同じである。図8 (I) では振動も定常偏差もなく、うまく追従しているのに対して、図8 (II) ではかなり大きな振動(振幅約 0.8°C) を起こしている。補償を施したこの制御において、もしモデル化誤差がなければ、極の値をどのように選んでも振動は生じないはずであるが、制御実験においては何らかのモデル化誤差を含んでいるため、極の値が 0.995 から 0.955 にわずか 0.04 だけ変化しただけで振動が生じた。

1 型サーボ系では元の系の極と積分項の部分の極の両者の適切な値の選定が必要であり、良好な制御性能を与えるような極の値の決定はかなり多くの試行を要

図 8 1 型サーボ系の駆動むだ時間補償法による水温制御実験結果
Fig. 8. Experimental result for water temperature control by the first order servo system compensating for drive delay.

して面倒である。今回の場合、元々のシステムの次元が一次元であったため、調節パラメータは2個で済んで、二つの極の値の選定が図8(I)の場合のよううまく行えたが、システムの次数が上がるにつれて、調節パラメータの数はその2倍に増加して、それらすべての極の値の適切な選定は非常に困難なものとなる。一方、第3章で提案した極配置レギュレータに基づく駆動むだ時間補償と仮想定常熱量補正を組合せた制御法は、調節パラメータの数がシステムの次元数と同一で少なく、また、制御則は積分項を含んでいなくて比較的単純な形をしているためモデル化誤差の悪影響も少なく、調節パラメータの選定は比較的容易である。従って、提案法は他のいずれの方法と比較しても、かなり良好な制御法であると言える。

5. あとがき

水温調節システムの高精度制御を目指した制御器設計法を検討した。極配置レギュレータ理論を用いて水温制御実験を行うと、水温は目標値のまわりで振動しかつ定常偏差が生じた。振動の原因は、駆動部に信号印加してヒータが加熱するまでの駆動むだ時間が原因であり、それはむだ時間補償制御法によって除去することができた。定常偏差の原因は、数式モデル誤差、特に定常熱量の部分に関するものであることを確認し、実測の定常熱量とは異なった仮想定常熱量を実時

間で推定し、その仮想定常熱量をもって補正しつつ定常偏差を除去することを試みた。本制御法の制御性能の良さを強調する意味で、PID調節計や1型サーボ系制御法との比較を行った。本制御法によって水温の目標値との誤差がわずか 0.01°C 程度という、装置のもつ性能の限界の高精度制御が達成できた。この駆動むだ時間補償制御法と仮想定常熱量補正とを組合せた制御法は、システムにむだ時間を含む系の高精度制御法として広く利用され得るものと思われる。

(平成元年6月27日受付, 同元年12月6日再受付)

文 献

- (1) 中村・江頭:「海洋温度差発電プラントにおける作動流体流量の適応デジタル制御」, 佐賀大学理工学部集報, 14, 51(昭61)
- (2) 石飛・岩井・井上・徳丸:「同定誤差による調整則ゲインを有する連続時間適応則の提案と熱実験系の適応観測器への応用」, 計測自動制御学論, 23, 200(昭62-2)
- (3) 渡部・伊藤:「むだ時間を含む系に対するSmith法の制御構造」, 電学論C, 97, 165(昭52-9)
- (4) 渡部・伊藤:「入・出力むだ時間を含むシステムの制御」, システムと制御, 28, 269(昭59-5)
- (5) 中村・安部:「水温システムのシミュレーション状態予測値を用いた補償制御」, 計測自動制御学論, 24, 1173(昭63-11)
- (6) 中溝:信号解析とシステム同定, p.127; 201(昭62) コロナ社
- (7) 木村:デジタル信号処理と制御, p.285(昭57) 昭晃堂
- (8) 相良:基礎自動制御, p.174(昭55) 森北出版
- (9) 柏木:自動制御, p.93(昭59) 朝倉書店
- (10) 美多:デジタル制御理論, p.128(昭62) 昭晃堂

中 村 政 俊 (正員)

昭和18年8月20日生。48年九州大学大学院工学研究科博士課程修了。同年同大学助手, 佐賀大学講師, 同助教授を経て, 63年佐賀大学理工学部教授となり, 現在に至る。工学博士。主として, システム制御の理論と応用(熱流量システム, メカニカルシステム, 電力システム, 医用システム)の研究に従事。計測自動制御学会, システム制御情報学会, 日本脳波・筋電図学会, 日本ME学会, IEEE会員。

武 末 良 樹 (正員)

昭和39年12月14日生。平成元年3月佐賀大学大学院理工学研究科電気工学専攻修士課程修了。同年4月佐賀県立鳥栖工業高等学校電気科教諭となり, 現在に至る。