調波諸量基礎解析による各種 AC モータの等価回路

正 員 堀 井 龍 夫 (茨城大)

正 員 湧 井 源二郎 (茨城大)

Equivalent Circuit for AC Motors Deducing from Basic Analysis
on Harmonic Quantities

Tatsuo Horii, Member, Genjiro Wakui, Member (Ibaraki University)

In the latest paper, we have introduced the general expression of equivalent impedance on any phase sequence deducing from the basic analysis on the harmonic quantities for AC motors. And the equivalent impedance is divided into four parts, a gap impedance, a stator impedance, a rotor impedance, and an induced current impedance. In this paper, we show the equivalent circuits of AC motors, a wound-rotor or squirrel-cage rotor induction motor, a solid rotor induction motor, a salient-pole reluctance motor, an interior slit rotor reluctance motor, a salient-pole synchronous motor and a hysteresis motor.

キーワード：AC モータ、突極、等価回路

1. ま え が き

モータの解析は各諸量の理論解析から特性を計算する方法と有限要素法のように直接に数値結果を得る方法とに大別できる。各諸量の理論解析による方法はその電磁諸量の式を表さなければならない分だけ物理的な意味を把握する点において有利である。しかし、形状の複雑な回転機においては各部の諸量の式を表現することが負担となる。この両者のよい点が複合された解析が報告されるようになり⁽¹⁾、今後はこのような方法が更に行われるものと思われる。

現在、電磁界解析を出発点とする等価回路による解析は、ヒステリシスモータや渦電流モータの一部の分野で行われているだけである。片岡は塊状回転子形誘導電動機とヒステリシスモータとの統一解析法を示している⁽²⁾。一方、見城はポインティングの定理に基づく統一理論を提案し、各種モータに適用する等価回路を示している⁽³⁾。しかし、反作用電動機に関しては理論の適用が可能であると述べているだけで具体的な解析法は示していない。著者の一人は反動トルクをもったヒステリシス電動機の等価回路による解析法を示している⁽⁴⁾が、これは回転子部の起磁力消費がギャップ

部のそれよりもかなり大きな場合を対象としている。反作用トルクを含む同期電動機の解析は d, q 軸変換による方法が行われているのが現状であるが、その解析手順は複雑である。にもかかわらず、 d, q 軸変換が広く利用されているのは、モータ全般について共通の考え方で解析できる方法であるからである。

本論文は前報告⁽⁵⁾の等価インピーダンス式を各種モータに適用したもので、誘導機、同期機の AC モータ全般にわたって共通の考え方による基本波等価回路を示している。もちろん、突極機についても適用している。なお、前論文と同じく、電機子は固定子であると

2. 主な記号の説明

ここで、本論文で使用する主な記号をまとめて説明する。

- $\vec{B}_{gv}$: ギャップ部の磁束密度の法線方向成分
- $\vec{B}_{gv11}$: ギャップ部の基本波磁束密度の法線方向成分
- $\vec{F}_{11}$: $n=1$, k = 一次の固定子の起磁力分布
- $\vec{F}_{d11}$: 直流励磁電流による起磁力分布
- $\vec{F}_{F11}$: $n=1$, k = 一次の誘導電流等価リラクタ

- $\dot{R}_{G11}$: $n=1$, $k=$ 一次のギャップ部のリラクタンス
 $\dot{R}_{R11}$: $n=1$, $k=$ 一次の回転子部のリラクタンス
 $\dot{R}_{S11}$: $n=1$, $k=$ 一次の固定子部のリラクタンス
 I_1 : 基本波実効入力電流
 I_D : 直流励磁電流
 R_{R1} : Russel の導電率補正係数
 N_{1m} : 固定子の基本波に対する巻線密度最大値
 N'_{1m} : 回転子の基本波に対する巻線密度最大値
 P_d : 回転子の d 軸パーミアンス
 P_q : 回転子の q 軸パーミアンス
 R : 固定子巻線抵抗
 R' : 回転子巻線抵抗
 W : 固定子巻線一相あたりの巻数
 W' : 回転子巻線一相あたりの巻数
 X : 固定子漏れリアクタンス
 X' : $s=1$ における回転子漏れリアクタンス
 Λ_r : 回転子歯または回転子形状によるギャップパーミアンス
 Λ_s : 固定子歯によるギャップパーミアンス
 δ : ギャップの長さ
 $\varphi_{z'}$: 回転子巻線のインピーダンス位相角
 φ_{e1} : 基本波入力電流の位相角
 φ_{ed} : 回転子渦電流による位相角
 λ_{r0} : 回転子パーミアンスの一定成分
 λ_{r1} : 回転子パーミアンスの変動成分
 μ_0 : 真空の透磁率
 μ_r : 回転子材料の透磁率
 σ : 導電率
 τ : 極ピッチ
 ω : 基本角周波数
 ϕ : 起磁力相差角
 ξ_1 : 固定子巻線の基本波に対する巻線係数
 ξ_1' : 回転子巻線の基本波に対する巻線係数
 l : モータの軸方向長
 m : 固定子巻線の相数
 m' : 回転子巻線の相数
 p : 極対数
 q_r : 一極あたりの回転子スロット数またはパーミアンス変化
 q_s : 一極あたりの固定子スロット数
 s : 滑り
 x : 固定子座標における回転方向座標

- y : 固定子座標における法線方向座標
 z : 固定子座標における軸方向座標

3. 等価インピーダンス

前報告で示したように、誘導起電力、磁束密度、電流、起磁力分布の関係式より、AC モータに共通な正相基本波に対する等価インピーダンス $\dot{Z}_{11}$ は次式で表すことができる。

$$\dot{Z}_{11} = m N_{1m}^2 p \tau \omega \frac{2}{\pi} \tau l \frac{\dot{B}_{gy11}}{F_{11}} \dots\dots\dots (1)$$

つまり、ギャップ部の磁束密度と起磁力分布の位相差がそのまま等価インピーダンスの力率角となる。各種モータごとに磁束密度と起磁力分布の関係は求めなければならないが、磁束密度と起磁力分布の比は四つの部分で構成されている。回転子が磁氣的に均一な円筒形の場合は前報告から、

$$\dot{B}_{gy11} = \frac{\dot{h}_{011} \dot{F}_{11}}{\dot{R}_{G11} + \dot{R}_{R11} + \dot{R}_{S11} + \dot{R}_{F11}} \dots\dots\dots (2)$$

となるので、基本波等価インピーダンスは次のように表すことができる。

$$\dot{Z}_{11} = \frac{\dot{h}_{011} m N_{1m}^2 p \tau \omega (2/\pi) \tau l}{\dot{R}_{G11} + \dot{R}_{R11} + \dot{R}_{S11} + \dot{R}_{F11}} \dots\dots\dots (3)$$

その結果得られる基本波インピーダンスは図1に示すように、四つの並列インピーダンスと考えることができる。つまり、ギャップ部のインピーダンス $\dot{Z}_{G11}$ 、回転子部のインピーダンス $\dot{Z}_{R11}$ 、固定子部のインピーダンス $\dot{Z}_{S11}$ 、誘導電流によるインピーダンス $\dot{Z}_{F11}$ 、である。なお、図1の R は固定子一相あたりの巻線抵抗であり、 X は固定子一相あたりの漏れ磁束によって誘導される基本波起電力に相当する漏れリアクタンスである。次章では、各等価回路の固定子等価インピーダンスは鉄心の飽和がなく固定子の起磁力消費はないものとして無視することにするが、固定子損失が求められるならば、その損失に相当する位相角をもった固定子リラクタンスが得られる。この固定子リラクタンスは固定子等価鉄損抵抗を与えることになる。

図1 基本波等価回路
 Fig. 1. Equivalent circuit of fundamental.

4. 各種 AC モータの等価回路

〈4・1〉 巻線・かご形誘導電動機 図2(a)に構造を示す。回転子が滑り s で回転している場合、回転子巻線の一相あたりの抵抗 R' と回転子巻線の一相あたりの漏れ磁束によって誘導される基本波起電力に相当する漏れリアクタンス sX' が与えられているものとする。固定子スロットによるギャップパーミアンスは a_s を一極あたりのスロット数とすると次のように表すことができる。

$$A_s = \frac{\mu_0}{\delta} \left\{ a_{s0} + a_{s1} \cos \left(2q_s \frac{\pi}{\tau} x \right) \right\} \dots\dots\dots (4)$$

また、回転子スロットによるギャップパーミアンスは a_r を一極あたりのスロット数とすると次式で表される。

$$A_r = \frac{\mu_0}{\delta} \left[a_{r0} + a_{r1} \times \cos \left\{ 2q_r \left\{ (1-s)\omega t - \frac{\pi}{\tau} x - \varphi_{c1} - \psi \right\} \right\} \right] \dots\dots\dots (5)$$

回転子巻線の誘導電流等価リアクタンス⁽⁵⁾は基本波について次式で表すことができる。

$$\dot{R}_{F11} = \frac{m' N_{1m}^2 p \tau s \omega \frac{2}{\pi} \tau l}{\sqrt{R'^2 + (sX')^2}} e^{-j \arctan(sX'/R')} \quad (6)$$

$$N_{1m} = W' \xi' / p \tau \dots\dots\dots (7)$$

磁気的に飽和していない場合、誘導機の回転子および固定子における起磁力消費は近似的に無視できるの

(a) 巻線形、かご形 (b) 塊状鉄心形

図2 誘導機の断面図

Fig. 2. Cross section of induction motor.

図3 誘導機の等価回路

Fig. 3. Equivalent circuit for induction motor.

で、回転子および固定子リラクタンスは0と仮定し、それぞれの等価インピーダンスは無限大となる。図3の等価回路における各部の等価回路定数は(8)、(9)式ようになる。なお、 $\dot{h}_{011}$ が1の場合、(9)式は従来の巻線形誘導機の場合の式となる。

$$\dot{Z}_{G11} = j \dot{h}_{011} m N_{1m}^2 p \tau \omega \frac{2}{\pi} \tau l \frac{\tau}{\pi} \frac{\mu_0}{\delta} a_{s0} a_{r0} \dots (8)$$

$$\dot{Z}_{F11} = \dot{h}_{011} \frac{m}{m'} \left(\frac{N_{1m}}{N_{1m}'} \right)^2 \left(\frac{R'}{s} + jX' \right) \dots\dots\dots (9)$$

上式において、

$$\dot{h}_{011} = 1 - \frac{\dot{R}_{F11}}{\dot{R}_{G11} + \dot{R}_{F11}} \left\{ \left(\frac{a_{s1}}{2a_{s0}} \right)^2 + \left(\frac{a_{r1}}{2a_{r1}} \right)^2 \right\}$$

$$\dot{R}_{G11} = -j \frac{\pi}{\tau} \frac{\delta}{\mu_0} \frac{1}{a_{s0} a_{r0}}$$

である。

〈4・2〉 塊状回転子形誘導電動機 図2(b)に構造を示す。滑り s で回転子が回転しているものとする。回転子がすべて塊状鉄心でできている場合の誘導電流等価リアクタンス⁽⁵⁾は基本波について次式で表すことができる。なお、回転子および固定子リラクタンスは0とする。

$$\dot{R}_{F11} = K_{R1} \sigma \frac{\tau}{\pi} S \omega \frac{1}{\sqrt{\alpha_{11}^2 + \beta_{11}^2}} e^{-j\varphi_{ed}} \dots\dots\dots (10)$$

上式において、

$$\alpha_{11} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\left(s\omega K_{R1} \sigma \mu_r \right)^2 + \left(\frac{\pi}{\tau} \right)^4} + \left(\frac{\pi}{\tau} \right)^2$$

$$\beta_{11} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\left(s\omega K_{R1} \sigma \mu_r \right)^2 + \left(\frac{\pi}{\tau} \right)^4} - \left(\frac{\pi}{\tau} \right)^2$$

$$\varphi_{ed} = \arctan \left(\frac{\beta_{11}}{\alpha_{11}} \right)$$

である。

図3の等価回路における各部の等価回路定数は(11)、(12)式のように表される。

$$\dot{Z}_{G11} = j \dot{h}_{011} m N_{1m}^2 p \tau \omega \frac{2}{\pi} \tau l \frac{\tau}{\pi} \frac{\mu_0}{\delta} a_{s0} \dots\dots\dots (11)$$

$$\dot{Z}_{F11} = \dot{h}_{011} m N_{1m}^2 p \tau \omega \frac{2}{\pi} \tau l \times \frac{1}{K_{R1} \sigma} \frac{\pi}{\tau} \frac{1}{s \omega} \sqrt{\alpha_{11}^2 + \beta_{11}^2} e^{j\varphi_{ed}} \dots (12)$$

上式において

$$\dot{h}_{011} = 1 - \frac{\dot{R}_{F11}}{\dot{R}_{G11} + \dot{R}_{F11}} \left(\frac{a_{s1}}{2a_{s0}} \right)^2$$

$$\dot{R}_{G11} = -j \frac{\pi}{\tau} \frac{\delta}{\mu_0} \frac{1}{a_{s0}}$$

である。

これらの定数は、 $\dot{h}_{011}$ を1とした場合に $\sqrt{\alpha_{11}^2 + \beta_{11}^2}$ の逆数を有効な導体厚さと考え、位相角 φ_{ed} を0とす

図 4 反作用電動機の断面図
Fig. 4. Cross section of reluctance motor.

図 5 反作用電動機の等価回路
Fig. 5. Equivalent circuit for reluctance motor.

ると、市川らの誘導した表面導体形誘導電動機の等価回路定数⁽⁶⁾に等しい式となる。

〈4・3〉突極形反作用電動機 図 4 (a) に構造を示す。固定子スロットによるギャップパーミアンズ Λ_g を (4) 式のように表す。また、回転子スロットによるギャップパーミアンズ Λ_r は q_r を一極あたりのパーミアンズ変化とすると (5) 式で表されるものとする。回転子が同期速度で回転している場合を考える。このとき、ギャップに存在する基本波磁束密度は基本波電流から直接発生しているもののほかに回転子突極によるギャップパーミアンズの変動によって発生した磁束密度が存在する。このときの磁束密度と起磁力分布の関係は次式で表される。ただし、同期速度を考えているので、誘導電流等価リラクタンスは 0、回転子および固定子リラクタンスは無視する。

$$\dot{B}_{gy11} = \left[1 + \frac{a_{r1}}{2a_{r0}} e^{-j2\psi} \right] \frac{\dot{F}_{11}}{\dot{R}_{G11}} \quad \dots\dots\dots (13)$$

上式において

$$\dot{R}_{G11} = -j \frac{\pi}{\tau} \frac{\delta}{\mu_0} \frac{1}{a_{s0} a_{r0}}$$

である。

等価インピーダンスは (14) 式のギャップインピーダンス $\dot{Z}_{G11}$ のみとなる。図 5 (a) に等価回路を示す。

$$\begin{aligned} \dot{Z}_{G11} = & m N_{1m}^2 p r \omega \frac{2}{\pi} \tau l \frac{\tau}{\pi} \frac{\mu_0}{\delta} a_{s0} a_{r0} \\ & \times \left\{ \frac{a_{r1}}{2a_{r0}} \sin 2\psi + j \left(1 + \frac{a_{r1}}{2a_{r0}} \cos 2\psi \right) \right\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (14)$$

式を見るとわかるように、等価インピーダンスに抵抗分が含まれており、これが突極性によって発生する出力となる。

〈4・4〉内部スリット形反作用電動機 図 4 (b) に構造を示す。回転子の内部にスリットや、非磁性体などを与えて回転子の磁気抵抗を構造的に変動させた場合、または磁気的な異方性をもたせた場合に突極形の場合と同じくトルクが発生する。この場合は、固定子スロットによるギャップ部のリラクタンスの変動と回転子部のリラクタンスの変動の二つを考慮しなければならない。しかし、スリットなどを設けることで回転子部のリラクタンスがギャップ部のリラクタンスよりも大きくなっていると考えことにして、ここでは固定子スロットの影響はギャップの長さの変化としてだけ考えることにする。構造が単純な場合は、回転子部の d, q 軸のパーミアンズ P_d, P_q を簡単に求めることができる⁽⁴⁾ので、回転子部のパーミアンズの一定成分 λ_{r0} と変動成分 λ_{r1} は次のように表すことができる。

$$\lambda_{r0} = \left| \frac{1}{\dot{R}_{R11}} \right| = \frac{P_d + P_q}{2} \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{r1} = & \frac{P_d - P_q}{2} \\ & \times \cos \left[2 \left\{ (1-s) \omega t - \frac{\pi}{\tau} x - \varphi_{c1} - \psi \right\} \right] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (16)$$

形状が複雑な場合には有限要素法による決定法が考えられる。

ギャップ磁束密度と起磁力分布の基礎方程式は次式となる。

$$\dot{F}_{11} = \left[\dot{R}_{G11} + \frac{\dot{R}_{R11}}{1 + (\lambda_{r1}/\lambda_{r0})} + \dot{R}_{S11} \right] \dot{B}_{gy} - \dot{F}_{r11} \quad \dots\dots\dots (17)$$

上式を変形して同期時の磁束密度と起磁力分布の関係式を得る。ただし、同期速度なので、誘導電流等価リラクタンスは 0 であり、固定子部のリラクタンスは無視する。

$$\dot{B}_{gy11} = \left[\dot{h}_{011} + \dot{h}_{1r11} e^{-j2\psi} \right] \frac{\dot{F}_{11}}{\dot{R}_{G11} + \dot{R}_{R11}} \quad \dots\dots\dots (18)$$

上式において

$$\begin{aligned} \dot{h}_{011} = & 1 - \dot{U}_{11} \left(\frac{\lambda_{r1}}{2\lambda_{r0}} \right)^2 \\ \dot{h}_{1r11} = & (1 - \dot{U}_{11}) \frac{\lambda_{r1}}{2\lambda_{r0}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{U}_{11} &= \frac{\dot{R}_{G11}}{\dot{R}_{G11} + \dot{R}_{R11}} \\ \dot{R}_{G11} &= -j \frac{\pi}{\tau} \frac{\delta}{\mu_0} \frac{1}{a_{s0}} \\ \dot{R}_{R11} &= -j \frac{1}{\lambda_{r0}}\end{aligned}$$

である。

図5(b)の等価回路における等価回路定数は(19), (20)式で与えられる。

$$\begin{aligned}\dot{Z}_{G11} &= mN_{1m}^2 p \tau \omega \frac{2}{\pi} \tau l \frac{\tau}{\pi} \frac{\mu_0}{\delta} a_{s0} \\ &\times \{ \dot{h}_{1r11} \sin 2\psi + j(\dot{h}_{011} + \dot{h}_{1r11} \cos 2\psi) \} \\ &\dots\dots\dots (19)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{Z}_{R11} &= mN_{1m}^2 p \tau \omega \frac{2}{\pi} \tau l \lambda_{r0} \\ &\times \{ \dot{h}_{1r11} \sin 2\psi + j(\dot{h}_{011} + \dot{h}_{1r11} \cos 2\psi) \} \\ &\dots\dots\dots (20)\end{aligned}$$

〈4・5〉 突極形同期電動機 図6に構造を示す。

固定子スロットによるギャップパーミアンス Λ_s は、突極形反作用電動機と同じく(4)式のように表すことができる。また、回転子スロットによるギャップパーミアンス Λ_r も q_r を一極あたりのパーミアンス変化とすると(5)式で表されるものとする。 a_0, a_1 は二つの合成ギャップパーミアンスの一定成分と変動成分を表している。回転子直流励磁電流が流れている場合、アンペアの周回積分から得られる基礎方程式は直流励磁電流によって発生した起磁力分布の基本波を $\dot{F}_{D11} = N_{1m} I_D$ とすると次式となる。

$$\begin{aligned}\dot{F}_{11} + \dot{F}_{D11} &= \left[\frac{\dot{R}_{G11}}{1 + (a_1/a_0)} + \dot{R}_{R11} + \dot{R}_{S11} \right] \dot{B}_{gv} \\ &- \dot{F}_{F11} \dots\dots\dots (21)\end{aligned}$$

直流励磁電流は固定子電流に無関係に設定できるので、固定子電流と、直流励磁電流の直接の関係を理論的に求めることはできない。そこで、無励磁、無負荷状態で回転子が同期速度で回転している場合を想定する。このときの無負荷入力電流 I_{10} による起磁力分布 $\dot{F}_{110}$ は(22)式で表され、磁束密度 B_{gv} と各部リラクタンスの和との積に等しいものとする。

$$\dot{F}_{110} = mN_{1m} I_{10} e^{j(\omega t - (\pi/\tau)x - \varphi_{c1})} \dots\dots\dots (22)$$

反作用電動機の場合と同じく(21)式を変形する。このとき、直流励磁による起磁力分布を含む項は直流励磁電流による等価リラクタンスとして(23)式のように表すことにする。

$$\begin{aligned}\dot{R}_{D11} &= \left| (\dot{R}_{G11} + \dot{R}_{R11} + \dot{R}_{S11} + \dot{R}_{F11}) \frac{\dot{F}_{D11}}{\dot{F}_{110}} \right| \\ &\times e^{j((\pi/2) - \psi)} \dots\dots\dots (23)\end{aligned}$$

図6 突極形同期電動機の断面図
Fig. 6. Cross section of salient-pole synchronous motor.

図7 突極形同期電動機の等価回路
Fig. 7. Equivalent circuit for salient-pole synchronous motor.

同期時における同期電動機の磁束密度と起磁力分布の関係は(24)式となる。ただし、同期速度において誘導電流等価リラクタンスは0であり、更に回転子および固定子部のリラクタンスは無視する。

$$\dot{B}_{gv11} = \left(1 + \frac{a_{r1}}{2a_{r0}} e^{-j2\psi} \right) \frac{\dot{F}_{11}}{\dot{R}_{G11} + \dot{R}_{D11}} \dots (24)$$

リラクタンスはギャップ部のリラクタンスと直流励磁電流による等価リラクタンスの二つであるが、この二つのリラクタンスをまとめて考えることにする。回転子、固定子部および誘導電流に対するリラクタンスは無視しているので(23)式は(25)式となる。

$$\dot{R}_{D11} = -\dot{R}_{G11} \frac{N_{1m} I_D}{mN_{1m} I_{10}} e^{-j\psi} \dots\dots\dots (25)$$

図7の等価回路におけるギャップ部の等価インピーダンスは次式となる。

$$\begin{aligned}\dot{Z}_{G11} &= mN_{1m}^2 p \tau \omega \frac{2}{\pi} \tau l \frac{\tau}{\pi} \frac{\mu_0}{\delta} a_{s0} a_{r0} \\ &\times \frac{\frac{a_{r1}}{2a_{r0}} \sin 2\psi + j \left(1 + \frac{a_{r1}}{2a_{r0}} \cos 2\psi \right)}{1 - \frac{N_{1m} I_D}{mN_{1m} I_{10}} e^{-j\psi}} \\ &\dots\dots\dots (26)\end{aligned}$$

上式のインピーダンスの分子に現れている項は突極による反作用トルクを表し、分母は直流励磁電流によってインピーダンスの性質が変化することを表している。このインピーダンスから入力電流と直流励磁電流とはV曲線の特性を示すことは明らかである。

図 8 ヒステリシスモータの解析モデル
Fig. 8. Analysis model of hysteresis motor.

〈4・6〉 ヒステリシスモータ ヒステリシスモータの構造は塊状鉄心形誘導電動機とほぼ同じである。半径方向磁束形ヒステリシスモータについて示す。各部の諸量は図 8 の展開モデルに示す。アンペアの周回積分より次式が成立する。ここで、固定子コア部と回転子支持部の磁束は円周方向成分のみとする。

$$\begin{aligned} \dot{F}_{11}\Delta x = & \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\dot{B}_{gy}}{\mu_o} \right) \Delta x \delta + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\dot{B}_{ry11}}{\mu_r} \right) \Delta x t_r \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\dot{B}_{ty11}}{\mu_t} \right) \Delta x t_t + \frac{\dot{B}_{sx}}{\mu_s} \Delta x \\ & - \frac{\dot{B}_{cx}}{\mu_c} \Delta x \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

ギャップ領域と固定子歯領域、および回転子リング領域で磁束密度の \$y\$ 成分が連続とすると (スロット部も鉄とする)、各領域の関係は次式で表される。なお、固定子歯部、ギャップ部、回転子リング部の回転方向の磁束密度は 0 とする。

$$0 = \frac{\partial \dot{B}_{cx11}}{\partial x} \Delta x t_c - \dot{B}_{ty11} \Delta x \dots\dots\dots (28)$$

$$0 = \dot{B}_{ty11} \Delta x - \dot{B}_{gy11} \Delta x \dots\dots\dots (29)$$

$$0 = \dot{B}_{gy11} \Delta x - \dot{B}_{ry11} \Delta x \dots\dots\dots (30)$$

$$0 = \dot{B}_{ry11} \Delta x - \frac{\partial \dot{B}_{sx11}}{\partial x} \Delta x t_s \dots\dots\dots (31)$$

上式を整理すると磁束密度と起磁力分布の関係式が得られる。

$$\dot{B}_{gy} = \frac{\dot{F}_{11}}{\dot{R}_{G11} + \dot{R}_{R11} + \dot{R}_{S11}} \dots\dots\dots (32)$$

ここに、

$$\dot{R}_{G11} = -j \frac{\pi \delta}{\tau \mu_o} \dots\dots\dots (33)$$

$$\dot{R}_{R11} = -j \left[\frac{\pi t_r}{\tau \mu_r} + \frac{\tau}{\pi \mu_s t_s} \right] \dots\dots\dots (34)$$

$$\dot{R}_{S11} = -j \left[\frac{\pi t_t}{\tau \mu_t} + \frac{\tau}{\pi \mu_c t_c} \right] \dots\dots\dots (35)$$

である。

図 9 ヒステリシスモータの等価回路
Fig. 9. Equivalent circuit for hysteresis motor.

固定子スロットの影響を考慮した場合、基本波の単位ラジアン、単位長さあたりのリアクタンスは

$$\dot{R}_{G11} = -j \frac{\pi}{\tau} \frac{\delta}{\mu_o} \frac{1}{a_{s0}} \dots\dots\dots (36)$$

となる。同期速度では誘導電流等価リアクタンスは 0 であり、固定子部のリアクタンスは無視する。このとき、図 9 に示す等価回路の等価インピーダンスは以下の式で与えられる。

$$\dot{Z}_{G11} = j m N_{1m}^2 p \tau \omega \frac{2}{\pi} \frac{\tau}{l} \frac{\mu_o}{\delta} a_{s0} \dots\dots\dots (37)$$

$$\dot{Z}_{R11} = j m N_{1m}^2 p \tau \omega \frac{2}{\pi} \frac{\tau l}{\frac{\pi t_r}{\tau \mu_r} + \frac{\tau}{\pi \mu_s t_s}} \dots\dots\dots (38)$$

上に示した等価インピーダンスは従来から電磁界解析によって導出されてきたヒステリシスモータの等価回路定数に等価である。

5. ま と め

モータの原理を説明する様々な方法があるが、その根源をたどればエネルギーや運動量の保存則である。空間および時間次数の異なる電磁諸量に関するエネルギーはそれぞれに保存している。このため、諸量は正弦変化そしてその一般形である指数変化によって表現される。本論文で紹介した等価回路は、この原理に従った調波諸量に関する基礎解析から得たものである。従来の AC モータの等価回路による解析では、各々誘導方法の異なる等価回路で解析が行われている。本論文において電磁界解析を出発点とした各種 AC モータに共通の等価インピーダンスに巻線抵抗と漏れリアクタンスを加えることで、各種 AC モータの等価回路が同一の方法で誘導されたことになり、統一した解析を行うことができる。

終りに、本研究に関して、有益な議論を行った研究室の栗原、久保田両氏に深く感謝します。

(平成元年 11 月 6 日受付, 同 2 年 8 月 23 日再受付)

文 献

- (1) 石崎・多宮・斎藤:「三相永久磁石電動機の同期特性算定法」, 電学論 B, 106, 347 (昭 61-4)

- (2) 片岡：「塊状回転子形誘導電動機とヒステリシス電動機の統一的解析法」，同上 B, 95, 233 (昭 50-5)
- (3) 見城：「ポインティングの定理に基づいた交流機理論」，同上 B, 95, 359 (昭 50-7)
- (4) 湧井：「反動トルクをもったヒステリシス電動機とその解析法」，同上 B, 98, 781 (昭 53-9)
- (5) 堀井・湧井：「AC モータの調波諸量に関する基礎解析」，同上 D, 111, 85 (平 3-1)
- (6) 市川・見城：「スロット高調波を考慮した表面導体形誘導機の等価回路」，同上 B, 98, 409 (昭 53-5)

堀 井 龍 夫 (正員)

昭和 27 年 10 月 6 日生。52 年 3 月茨城大学工学部電気工学科卒業。同年 4 月茨城大学工業短期大学部電気工学科助手，平成 2 年 10 月同大

学工学部システム工学科に転任，現在に至る。回転機およびその高調波に関する研究に従事。IEEE 会員。

湧 井 源二郎 (正員)

昭和 4 年 6 月 21 日生。28 年 3 月東北大学工学部電気工学科卒業。同年 4 月原電気(株)入社。32 年岩手大学工学部電気工学科助手，46 年 2 月同教授。48 年 4 月茨城大学工学部電気工学科に配置換えとなり，平成 2 年 10 月改組に伴い電気電子工学科に所属し，現在に至る。工学博士。交流電動機および磁気ヒステリシス現象の研究に従事。日本応用磁気学会，計測自動制御学会，IEEE 会員。