小形誘導電動機の電磁振動について

正員 石橋 文徳 (東芝)

正員 野田 伸一 (東芝)

正員 森 貞明 (東芝)

Electromagnetic Vibration of Small Squirrel Cage
Three-Phase Induction Motor

Fuminori Ishibashi, Member, Shinich Noda, Member, Sadaaki Mori, Member (Toshiba Corporation)

The small squirrel cage three-phase induction motor has been used in all types of industry for a number of years. Motor radial vibration and noise caused by electromagnetic force are addressed in this paper.

At first, the frequency of the harmonic fluxes, which are main factor of vibration and noise, is discussed. Then modes and frequencies of electromagnetic radial force wave, induced by these harmonic fluxes, were calculated.

Natural frequency responses and modes of experimental motors were measured. Also frequencies and modes of vibration were measured on a running experimental motor. The experimental data was compared with the calculated values.

As a result, it was newly confirmed that modes of the running motor were determined to be a function of the natural frequency mode of the structure, not by modes of the electromagnetic radial force wave. It became clear that these modes did not rotate around the core. They were stationary waves.

キーワード：誘導電動機，電磁振動，電磁力波，振動モード

1. ま え が き

産業用として広範に使用されている小形かご形三相誘導電動機(以下、誘導機と略記)の電磁振動と騒音の発生のメカニズムについて検討した。

誘導機の騒音や高調波磁束についてはよく研究されており、多数の論文も発表されている^{(1)~(5)}。しかし、電磁力波の周波数、モードや力、電磁力波による変位や構造系の振動モードとの関係について定量的に検討した論文は少ない。

ここでは、まず電磁振動や騒音の原因となる高調波磁束の周波数について述べ、次にこれらの高周波磁束による電磁力波の周波数、モードとその力を計算した。機械系については誘導機停止時の構造系の周波数

応答とモードを測定した。最後に誘導機の運転中の振動の周波数とモードを測定してこれらの解析結果と比較検討した。

その結果、誘導機の運転中の振動モードは電磁力波によるモードでなく、構造系の固有モードに依存することが新しく明らかになった。また、このモードは定在波であり、回転しないことも示された。

従来、電磁力波と振動騒音の関係が明確でなかったが、今回、誘導機運転中の鉄心の振動の形態を初めて測定することができ、理論的に解析された電磁力波および振動騒音と測定された振動騒音の関係が明確になった。

これらの結果は、誘導機の振動騒音の低減に有効であると考えられる。

2. 電磁力波による振動の計算

〈2・1〉 周波数とモード 一般に誘導機のギャップに(1)式の n 次と(2)式の m 次の高調波磁束が存在している場合、

$$b_n = B_n \sin\left(\omega_n t - n \frac{1}{P/2} \cdot \frac{\pi}{\tau} x_1\right) \dots\dots\dots (1)$$

$$b_m = B_m \sin\left(\omega_m t - m \frac{1}{P/2} \cdot \frac{\pi}{\tau} x_1\right) \dots\dots\dots (2)$$

これらの2個の高調波磁束による半径方向の電磁力波は、次の(3)式のようにになる。

$$f_r = (\text{定数}) \times B_n \cdot B_m \left\{ \cos(\omega_n - \omega_m)t - (n-m) \frac{1}{P/2} \cdot \frac{\pi}{\tau} x_1 \right\} - \cos\left\{(\omega_n + \omega_m)t - (n+m) \frac{1}{P/2} \cdot \frac{\pi}{\tau} x_1\right\} \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 f_r ：電磁力波、 b_n, b_m ： n 次、 m 次の高調波磁束密度、 B_n, B_m ： b_n, b_m の最大値、 ω_n, ω_m ： b_n, b_m の角速度、 n, m ：高調波次数、 P ：極数、 τ ：極ピッチ、 x_1 ：固定子側座標

表 1 電磁力波のモードと周波数
Table 1. Modes and frequencies of electromagnetic radial force waves.

項目	高調波次数		モード (ε-F)	モード (M)	周波数 × f (Hz)
	n	m			
固定子側のみ	固定子側		n+m	$P+6k\frac{P}{2}$ $r_1 Z_1 + P$	2
	$n, m = (6k+1) \times \frac{P}{2}$ $n, m = r_1 z_1 + \frac{P}{2}$				
固定子側と回転子側	固定子側	回転子側	n+m	$r_1' z_1 + r_1' z_2 + P$	$2 + r_2' \frac{z_2}{P/2} (1-S)$
	$n = (6k+1) \frac{P}{2}$ $n = r_1 z_1 + \frac{P}{2}$	$m = n' + r_2 z_2$	n-m	$r_1' z_1 + r_2' z_2$	$r_2' \frac{z_2}{P/2} (1-S)$
回転子側のみ	回転子側		n+m	$r_1' z_1 + r_2' z_2 + (6k+2) \frac{P}{2}$	$2 + r_2' \frac{z_2}{P/2} (1-S)$
	$n, m = r_2 z_2 + (6k+1) \frac{P}{2}$ $n, m = r_1 z_1 + r_2 z_2 + \frac{P}{2}$ $n, m = r_2 z_2 + \frac{P}{2}$				
回転子側のみ	回転子側		n-m	$r_1' z_2 + (6k+1) \frac{P}{2}$ $r_1' z_1 + r_2' z_1 + 6k \frac{P}{2}$	$r_2' \frac{z_2}{P/2} (1-S)$

記号の説明

n, n', m ：高調波次数、 z_1, z_2 ：固定子と回転子スロット数
 P ：極数、 S ：滑り、 r_1, r_1', r_2, r_2', k ：0を含む整数

誘導機では文献(1)に示されるように多数の高調波磁束が発生しており、その組合せは膨大になる。ここでは主磁束やスロット高調波磁束などの磁束密度が比較的大きな周波数の組合せについて検討すると次のようになる。

- (i) 固定子高調波磁束(含基本波磁束)どうしの組合せ
- (ii) 固定子高調波磁束と回転子高調波磁束の組合せ
- (iii) 回転子高調波磁束どうしの組合せ

これをモードと周波数に分類して示すと表1のようになる。

〈2・2〉 電磁力と変位 誘導機のギャップの高調波磁束により発生する電磁力波は、種々のモードを有する。一般に、誘導機の鉄心は電磁力波の作用により、電磁力波のモードに沿って変形、振動すると考えられている。作用する電磁力の計算式は、電磁力波のモードによって異なり、次のような数式により計算される⁽²⁾。

(1) モード0の場合 固定子高調波磁束と回転子高調波磁束により生ずる場合が一般的で、ギャップ面単位周長あたりの電磁力は次式となる。

$$F_r = 4.06 \times l_e \times B_n \times B_m \quad (\text{kg f/cm}) \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 F_r ：電磁力、 l_e ：鉄心の実効長(cm)、 B_n, B_m ：ギャップの高調波磁束密度の最大値(Wb/m²)

(2) モード1の場合 モード1の場合はアンバランス力であり、主として回転子に作用する。電磁力はギャップ面全周として計算される。

$$F_r = 4.06 \times \frac{\pi}{2} \times D \times l_e \times B_n \times B_m \quad (\text{kg f}) \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 D ：ギャップ面直径(cm)

(3) モード2の場合 モード2の場合は電磁力はモード1極あたり次式のようにになる。

$$F_r = 4.06 \times l_e \times D \times B_n \times B_m \times \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{M-1} \sin\left(\frac{M-1}{M} \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{M+1} \sin\left(\frac{M+1}{M} \frac{\pi}{2}\right) \right\} \quad (\text{kg f}) \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 M ：モード

(4) モードが3以上の場合 モード3以上の場合はモード1極あたりの電磁力は次式となる。

$$F_r = 4.06 \times \frac{1}{M} D \times l_e \times B_m \times B_n \quad (\text{kg f})$$

..... (7)

以上から振動や騒音の加振源である電磁力が求まった。この電磁力により振動し、変形する鉄心の振幅、変位量が次式のようにして計算される⁽²⁾。

(i) モード 2 の場合

$$d = F_r / l_e \times D_m^3 / (6 \times E \times h_c^3) \quad (\text{cm}) \quad \cdots (8)$$

(ii) モード 3 の場合

$$d = F_r / l_e \times 9 \times D_m^3 / (256 \times E \times h_c^3) \quad (\text{cm})$$

..... (9)

(iii) モード 4 の場合

$$d = F_r / l_e \times D_m^3 / (75 \times E \times h_c^3) \quad (\text{cm}) \quad \cdots (10)$$

(iv) モード 5 以上の場合

$$d = 0.75 \times F_r / l_e \times D_m^3 / (M^3 \times E \times h_c^3) \quad (\text{cm})$$

..... (11)

ここで、 d : 変位 (cm), E : ヤング率 $2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$, D_m : 固定子ヨーク部平均直径 (cm), h_c : 固定子鉄心ヨーク厚 (cm)

表 2 供試電動機の仕様
Table 2. Specification of tested motor.

項 目	内 容
形 式	全閉外扇形
相数 - 極数	三相 - 4 極
定格出力	2.2 kW
電圧 - 周波数	200 V - 60 Hz
電 流	8.8 A
スロット数	
固定子/回転子	36/44

(a) 外観

(b) 断面図

図 1 供試誘導機
Fig. 1. Tested motor.

3. 実験方法

誘導機運転中の振動の周波数とそのモードは表 2 に示す全閉外扇形の三相 4 極 2.2 kW のかご形誘導電動機で測定した。供試電動機の外観および断面図をそれぞれ図 1 に示す。供試電動機は鋳物製のフレーム内に固定子鉄心が圧入されており、この固定子鉄心の振動モードを調査するためにフレームには等配に 12 箇所穴が開けてある。

運転時の振動モードの測定は商用電源無負荷にて実施した。このモードの測定は図 2 に示すように 2 個の振動ピックアップを用い、1 個は固定基準検出点とし、他方の測定位置を順次変えて得られた 2 点間の振動情報から同一周波数における振動値と位相角を得た。

固有振動モードはインパルス法による実験モーダル解析を行った。測定点は図 3 に示すようにフレーム 25 箇所、固定子鉄心 13 箇所の計 38 箇所とした。

図 2 実験方法(運転時のモード)
Fig. 2. Experimental method (measured on running).

図 3 測定位置
Fig. 3. Measured points.

4. 誘導機の振動形態

〈4・1〉 停止時の振動形態 誘導機の停止時、すなわち電源を接続していない場合の誘導機全体の固有振動数と振動モードを調査するために打撃ハンマによる打撃応答を測定し、図4に示すような周波数応答グラフを得た。

またこの共振ピークの周波数について振動モードを測定した結果を図5に示す。

これらの測定結果より、625 Hz は、回転子軸の曲げ振動が誘導機全体を振動させるパラレルモードである。

1,525 Hz と 2,052 Hz は固定子ラジアル曲げ振動してだ円モード ($M=2$) であり、3,730 Hz と 4,025 Hz

図4 固有振動応答スペクトル
Fig. 4. Natural frequency spectrum.

図5 固有振動モード
Fig. 5. Natural vibration modes.

図6 振動加速度スペクトル
Fig. 6. Vibration acceleration spectrum.

は三角形モード ($M=3$), 5,630 Hz は四角形モード ($M=4$) をもつことが判明した。

〈4・2〉 運転中の振動形態 誘導機を商用電源 (60 Hz) で運転中の誘導機鉄心の振動の周波数と振動モードを2個のピックアップとフーリエ・アナライザを使用して測定した。

運転中の振動加速度を周波数分析した結果を図6に示す。この中で振動値の大きな周波数について、運転中の振動モードを測定した。時間的变化を θ で表した運転中の振動モードを図7に示す。これらの結果より、1,200 Hz と 1,440 Hz は、だ円モード ($M=2$) であり、4,075 Hz は三角形モード ($M=3$) で挙動していることが明らかになった。また、これらの振動モードの腹と節は、移動するものではないことが明らかになった。すなわち、振動モードは回転せず、固定するものであることが判明した。

5. 考察

電磁力波による電磁振動の計算と、測定結果による

(a) 1,200 Hz ($M=2$)

(b) 1,440 Hz ($M=2$)

(c) 4,075 Hz ($M=3$)

200 V-60 Hz 無負荷
実線：変形(運転時) 破線：変形前(停止時)

図7 運転中の振動モード
Fig. 7. Vibration modes on running.

振動周波数とモードおよび振幅について比較検討してみる。

〈5・1〉 振動周波数とモードについて

(1) 1,200 Hz の場合 固定子側の 19 次の溝高調波磁束と回転子側の 21 次溝の高調波磁束によって発生するものである。

高調波磁束の次数，モードと周波数は表 1 より次のように計算される。

$$n = \frac{1 \times 36}{4/2} + 1 = 19, \quad m = \frac{-44 \times 1}{4/2} + 1 = -21$$

モードは

$$|n+m| = \left| (19-21) \times \frac{4}{2} \right| = 4$$

また周波数は，

$$\left\{ 2 - 1 \times \frac{44}{4/2} (1-0) \right\} \times 60 = 1,200 \text{ Hz}$$

1,200 Hz はモード 4 となるが，運転中の振動は図 7 に示すようにモード 2 となっている。

一方，鉄心の振動系は 1,525 Hz に固有振動数がある。1,200 Hz は 1,525 Hz の共振範囲であり，そのときのモード 2 となっているため，電磁力波としてはモード 4 で発生するが構造系の振動形態に変形したものと推定される。

(2) 1,440 Hz の場合 固定子側の 17 次の溝高調波磁束と回転子側の 23 次の溝高調波磁束によって発生するものである。高調波磁束の次数，モードと周波数は表 1 より次のように計算される。

$$n = \frac{-1 \times 36}{4/2} + 1 = -17, \quad m = \frac{44}{4/2} + 1 = 23$$

モードは

$$|n+m| = \left| (-17+23) \times \frac{4}{2} \right| = 12$$

また周波数は，

$$\left\{ 2 + 1 \times \frac{44}{4/2} (1-0) \right\} \times 60 = 1,440 \text{ Hz}$$

1,440 Hz はモード 12 となるが，一般にこのような大きなモードの振動は構造系としては発生しにくい。

運転中の振動のモードは図 7 に示すように 2 となっている。電磁力波としてはモード 12 で発生するが，鉄心の固有振動数の関係から構造系の振動形態モード 2 に変形したものと推定される。

(3) 4,075 Hz の場合 固定子側の 71 次の溝高調波磁束と回転子側の 67 次の溝高調波磁束によって発生するものである。高調波磁束の次数，モードと周波数は表 1 より次のように計算される。

$$n = \frac{-4 \times 36}{4/2} + 1 = -71, \quad m = \frac{-3 \times 44}{4/2} + 1 = 67$$

図 8 固定子鉄心断面
Fig. 8. Section of stator core.

モードは

$$|n+m| = \left| (-71+67) \times \frac{4}{2} \right| = 8$$

また周波数は，

$$\left\{ 2 + 3 \times \frac{44}{4/2} (1-0) \right\} \times 60 = 4,080 \text{ Hz}$$

4,075 Hz で測定された運転中の振動モードは図 7 に示すように 3 である。図 4 に示す鉄心の振動の固有振動が 4,025 Hz にあり，かつ振動モードが 3 になっているため，電磁力波のモードが構造系のモードに変化したものと考えられる。

以上の 3 個の振動周波数の場合がわかるように，いずれも誘導機の運転中の振動モードは，電磁力波の力波のモードとは異なり，構造系の固有振動モードに追従した挙動となっている。

これは電磁力波モードである強制振動が電磁力波のモードで作用しても，構造系の固有振動モードにより振動することを示している。すなわち，電磁力波の加振力の周波数が構造系の固有振動数近傍にある場合は，構造系の固有振動モードに電磁力波の加振力が同調して構造系の固有振動モードとして振動する。従って，電磁力波による加振力は構造系の固有振動モードで振動することになる。

また構造系の固有振動モードは，図 8 に示すように固定子鉄心の外周の一部カットや穴などによる非対称構造のため，固定したモードになっている⁽⁶⁾。

〈5・2〉 振動振幅の比較 第 2 章の計算式により振動の振幅は計算できるが，構造系の固有振動数による影響を考慮する必要がある。構造系の固有振動数を考慮する場合，固有振動数近傍における振幅の増大は振幅倍率として次式で与えられる⁽⁷⁾。

$$\frac{X}{X_0} = \frac{1}{\sqrt{\left\{ 1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right\}^2 + \left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}} \quad \cdots \cdots (12)$$

表 3 振動振幅の比較
Table 3. Comparison of vibration amplitude.

項 目	測 定 値		計 算 値
周波数 (Hz)	振動加速度 (g)	片振幅 (mm)	片振幅 (mm)
120	3.008×10^{-3}	7.333×10^{-5}	1.436×10^{-4}
1,200	3.80×10^{-3}	9.264×10^{-7}	3.276×10^{-6}
1,326	4.271×10^{-3}	8.528×10^{-7}	1.629×10^{-6}
1,440	4.707×10^{-3}	7.969×10^{-7}	9.607×10^{-6}
4,075	4.592×10^{-4}	9.708×10^{-8}	3.567×10^{-7}

(商用電源 200 V-60 Hz 無負荷)

(a) 鉄心単体

(b) フレーム入り鉄心

図 9 打撃応答

Fig. 9. Impulse response.

ここで、 X : 振動振幅、 X_0 : 固有振動数における振動振幅、 ω : 振動数、 ω_0 : 固有振動数、 δ : 減衰比率(0.02)

第2章の計算式と(12)式により電磁力波の計算によるモードを使用して計算し、測定値と比較すると表3のようになる。

ほとんど計算値のほうが、測定値より大きくなっている。この要因は次のように考えられる。

計算の場合は鉄心単体で計算を行った。一方、測定した誘導機の場合は鉄心が鋳物製フレームに圧入されている。従って誘導機の場合、鉄心は外側からフレームで拘束された状態にあるために鉄心の振幅が鋳物製フレームの減衰効果により抑制されたためであると考えられる。

鋳物フレーム入り鉄心と鉄心単体について打撃を与えたときの振動応答を図9に示すが、鋳物フレームを入れた減衰効果が認められる。

以上、2.2 kW について検討したが、4 P-3.7 kW の事例⁽⁹⁾からもわかるように固定子の固有振動数の領域に電磁力波が作用する場合、振動モードは構造系の固有振動モードになる。また、この振動モードは回転せず、固定するものであることが判明した。

また、これらのことは小形の誘導電動機において共通のものであり、一般の小形三相誘導電動機に適用できる。

6. む す び

運転中の誘導機の振動の状態を測定し、電磁力波の理論により導出される振動の状態と比較した結果、次のようなことが明らかになった。

(1) 運転中の振動のモードは電磁力波のモードとは異なり、共振系の範囲の場合は鉄心、すなわち構造系の固有振動モードに依存する。

(2) 鉄心、すなわち構造系の振動モードは定在波であり回転しない。鉄心の特定の場所が常に振動の腹や節になる。

(3) 鉄心の振幅についても定量的な解析の方法が明らかになった。

本論文で明らかになった結果は、小形三相誘導電動機の振動騒音の低減や予測に役立ち、低騒音電動機の研究開発に有用である。

最後に、本論文は産業応用部門全国大会で講演発表した講演論文⁽⁹⁾に加筆修正したものであることを付記し、貴重な御討論をいただいた各位にお礼申し上げます。また、研究を行うにあたって種々の御指導をいただいた当社重電技術研究所関係各位に対し深く謝意を表します。

(平成3年8月26日受付)

文 献

- (1) 石橋・小林:「小形ご形誘導電動機の高調波磁束の実験的考察」, 電学論 D, 110, 891 (平2-8)
- (2) M. Liwischutz-Garik & C.C. Whipple: Alternating-Current Machines (1961) D. Van. Nostrand Co. Ltd.
- (3) 石橋・梁・斎藤:「誘導電動機のギャップにおける高調波磁束密度の定量的検討」, 電学論 D, 109, 741 (平元-10)
- (4) P-G. Sperling: "Erfahrungen bei der Vorausberechnung

elektromagnetisch erzeugter Maschinengeräusche", *Siemens-Zeitschrift*, 43, 894 (1969)

- (5) F. Kako, et al.: "Experimental study on magnetic noise of large induction motors", *IEEE Trans. Power Apparatus Syst.*, PAS-102, 2805 (1983)
- (6) S. Noda, et al.: "Effect of coils on natural frequency of stator cores in small induction motors", *IEEE Trans. Energy Conversion*, EC-2, 93 (1987)
- (7) 小堀：実用振動計算法, p. 62 (昭56) 工学図書
- (8) 森・野田・鈴木：「誘導電動機の電磁振動モードの一考察」, 昭63 電気学会全大, No. 609
- (9) 石橋・野田・森：「小形かご形誘導電動機の電磁振動の一考察」, 平2 電気学会産業応用部門全大, No. 23

石 橋 文 徳 (正員)

昭和42年3月京都大学工学部電気工学科第2学科卒業。同年4月(株)東芝入社。同社三重工場回転機部門および重電技術研究所にて誘導電動機、特殊可変速電動機やパワーエレクトロニクス関係の研究・開発に従事。IEEE 会員。

野 田 伸 一 (正員)

昭和57年3月芝浦工業大学機械工学科卒業。49年4月(株)東芝入社。51年東芝京浜事業所重電技術研究所にて電気機械の振動解析に従事。58年より東芝三重工場重電技術研究所にて同分野および構造解析に従事。日本機械学会会員。

森 貞 明 (正員)

昭和38年3月三重県立四日市工業高校機械科卒業。同年4月(株)東芝入社。中・小形誘導電動機の機械現象の研究および機械要素技術開発に従事。現在、同社重電技術研究所主査。日本機械学会会員。