有限要素法によるハイブリッド形永久磁石同期電動機の非同期時特性の解析

正員 栗原 和美 (茨城大)

正員 湧井 源二郎 (茨城大)

正員 久保田 朋次 (茨城大)

Finite Element Analysis of Hybrid Type Permanent-Magnet Synchronous Motor at Asynchronous Operation

Kazumi Kurihara, Member, Genjiro Wakui, Member, Tomotsugu Kubota, Member (Ibaraki University)

This paper describes a finite element analysis of hybrid type permanent-magnet synchronous motors at asynchronous speed. In this analysis, any instantaneous operating point of permanent-magnet, eddy current and magnetic saturation in the rotor are considered. First, the authors propose a simple analytical model in which the rotational motion of the rotor is considered. Secondly, asynchronous operating characteristics are analysed by using this analytical model and the finite element analysis when the terminal voltage is given. In order to explore the effect of the magnet magnetization on asynchronous performance, the motor characteristics of the case that no magnetization exists in permanent-magnets, are considered. In this case, an agreement between calculated and measured values of input currents for experimental motor is good. Therefore, it is made clear that this analysis is reasonable. Lastly, the average and pulsating torques, and the braking torque caused by the permanent-magnets at asynchronous speed, are determined quantitatively.

キーワード：永久磁石同期電動機, 塊状磁極同期電動機, 非同期時特性, 有限要素解析, 突極性, 磁気飽和

1. ま え が き

永久磁石を回転子鉄心の内部に配置する内部磁石形同期電動機は、永久磁石によるトルクのほかに、回転子の突極構造による反作用トルクを有効に利用できることから、ハイブリッド形永久磁石同期電動機と呼ばれている⁽¹⁾⁽²⁾。この種の電動機は、最近の高性能磁石、例えば Sm-Co 磁石、Nd-Fe-B 磁石などを使用することによって、同期時には大出力、高効率になることが報告されている⁽¹⁾⁽³⁾。しかし、非同期時には永久磁石によるブレーキトルクと、突極構造により、滑りが 0.5 より大きい所で正、0.5 より小さい所で逆に負の平均トルクが発生することが知られている⁽⁴⁾。更に、大きな脈動トルクも発生する⁽⁵⁾⁽⁶⁾。従って、ハイ

ブリッド形同期電動機の特性改善を計るには、同期時はもちろん、非同期時についても詳細な解析を行う必要がある。

ところで、ハイブリッド形永久磁石同期電動機は非同期時において、ある瞬時の回転子内の磁束がそのときの永久磁石の動作点、渦電流、鉄心の磁気飽和などにより大きく変化し、また永久磁石と突極構造とにより、固定子巻線電流に電源周波数 f (Hz) 以外の電流成分を含むことなどから、これらを考慮した解析を有限要素法のみで取扱うことが難しいと考えられてきた⁽⁴⁾。

図 1 の Sm-Co 磁石を用いたハイブリッド形永久磁石電動機 (A 機と呼ぶ)⁽¹⁾ は、回転子の構造から突極性であり、磁石磁化がない場合を B 機とすると、 B

機は非同期時において、渦電流による f 成分と回転子の突極構造により発生する $(2s-1)f$ 成分 (s は滑り) のトルクを発生するので、その動作機構から、一種の塊状磁極同期電動機⁽⁷⁾ と考えることができる。

これまでの永久磁石同期電動機の非同期時特性の解析には、(1)Honsinger による二軸理論を用いた方法⁽⁸⁾、(2)有限要素解析とハーモニクパーミアンスとを結合した方法⁽⁴⁾ などがある。(2)は有限要素法を用いているが、これはハーモニクパーミアンスを求めるためのもので、非同期時には磁気飽和のない場合の解析を行っている。また、有限要素法による塊状磁極同期電動機の解析には、山田らの複素近似法がある⁽⁷⁾。しかし、この解析法では電源周波数 f 成分による固定子巻線電流のみを考慮しているので、回転子の突極構造により発生する $(2s-1)f$ 成分の固定子巻線電流および平均トルク⁽⁴⁾ は考慮できない。以上から、これまでに磁気飽和を考慮しかつ有限要素法から直接、永久磁石同期電動機および塊状磁極同期電動機の非同期時特性を解析した報告例はまだないようである。

著者は既に永久磁石同期電動機の始動時解析において、有限要素解析から直接、ある瞬時の固定子巻線電流とトルクを求める解析法を報告した⁽⁵⁾。この方法は、中田らの「端子電圧を既知とする有限要素法」⁽⁹⁾ に基づいているので、ある瞬時の電流を、鉄心の磁気飽和を考慮して正確に求めることができる。従って、固定子巻線電流に電源周波数成分以外の任意の周波数成分を含む電動機の解析に有利である。しかし、従来の「端子電圧を既知とする有限要素法」では、滑りを伴う回転子の回転運動を模擬する方法として、回転子上の材料定数を Δt ごとに変化させる方法⁽¹⁰⁾ がよく用いられているが、突極構造の回転子をもつ永久磁石同期電動機や塊状磁極同期電動機では、回転子構造が複雑であるため、この方法は適用できない。そこで本論文では、回転運動を模擬するための簡単な解析モデルを提案し、これと「端子電圧を既知とする有限要素法」とを併用して、有限要素解析から直接、非同期時特性を求める解析法を示す。解析モデルでは、最初に電動機が一定の滑りで回転していると仮定し、次に、固定子スロット間の対称性を利用して、回転子を固定し、固定子を回転子の回転方向と反対に回転させて回転運動を模擬している。従って、複雑な回転子構造をした突極機にも、本解析モデルを適用できる特長がある。ここでは、永久磁石が非同期時特性に与える影響を調べるために、本解析法を試作の永久磁石電動機⁽¹¹⁾ の磁石磁化がある場合 (A 機) とない場合 (B 機) に適用した。B 機の電流の計算値は実験値とよく一致

し、本解析法が妥当であることがわかった。最後に、ハイブリッド形永久磁石同期電動機にとっては重要な永久磁石によるブレーキトルク、および脈動トルクの大きさなどを定量的に明らかにする。

2. 解析モデルと解析方法

図 1 に本解析に用いた試験機の回転子の断面を示す。なお、固定子は定格出力 600 W の三相誘導電動機のものを使用している。試験機は三相、4 極機である⁽¹⁾。図 2 に試験機に用いた Sm-Co 磁石の減磁曲線を示す。一般に、非同期時の解析は回転子内に電流が流れるため、三次元解析となる。しかし、試験機の回転子には短絡環があるため、回転子内の電流はほぼ電動機の軸方向に流れるもの (二次元問題) と仮定し、回転子終端での影響は回転子導体の導電率に終端効果係数を乗じて考慮する⁽¹¹⁾。Maxwell 方程式から求めた基本方程式を次に示す。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial y} \right) = -J_0 - J_e - J_m \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$J_e = -\sigma \frac{\partial A}{\partial t} - \sigma \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$J_m = \nu_0 \left(\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 A : ベクトルポテンシャル、 J_0 : 強制電流密度、 J_e : 渦電流密度、 J_m : 等価磁化電流密度、 M_x, M_y : 磁化 M の x, y 方向成分⁽¹²⁾、 σ : 導電率、 ϕ : スカラポテンシャル、 ν : 磁気抵抗率、また永久磁石内では、 $\nu = \nu_0$ ($\nu_0 = 1/\mu_0$, μ_0 : 真空中の透磁率)、それ以外では $J_m = 0$

図 1 に試験回転子の一極分だけが示されているが、これは回転子が 4 極でその構造が点対称となっている

図 1 試験回転子の断面
Fig. 1. Cross section of experimental rotor.

図 2 永久磁石の減磁曲線
Fig. 2. Demagnetization curve.

図 3 解析モデル
Fig. 3. Analytical model.

ため、一極分だけを考慮すればよいからである。つまり、解析に周期境界条件が適用可能で、以下本論文では一極分について有限要素法を適用する。また、回転子導体は端部で短絡されており、点対称配置であることから、 ϕ に関して $\text{grad } \phi = 0$ が成立するものとした。

ここでは、回転子の回転運動を模擬するため、座標系を回転子上にとり、回転子を拘束した状態で固定子を回転子の回転数 n (rpm) で回転子の回転方向と反対の方向に回転させる。しかし、固定子の相順は回転子の回転方向にとり、各巻線の端子は電源周波数 f の三相交流電源に接続されているものとする。実際には、図 3 の固定子の 1 スロットが、隣のスロット [例えば、図で①から②] に移動する時間から、時間差分 Δt を次のように決定する。

$$\Delta t = (1/f) / \{(N_s/p)(1-s)\} \quad (4)$$

ここで、 p : 極対数 (=2), N_s : 固定子スロット数 (=24), f (=50 Hz)

また、ここでは図 3 の①～⑥の分割図がそれぞれ同じであることに着目して、 Δt ごとに固定子の各要素の材料定数を 1 スロット分ずつずらせて (①→②, ②→③, ..., ⑥→①), 固定子の回転を模擬した。

次に、非同期時の場合で、端子電圧が既知である場合の各相の電圧電流方程式を考えよう。ここでは、三相 Y 結線の電動機を対象とし、U 相、V 相、W 相の各誘起電圧をそれぞれ E_u, E_v, E_w とすると、時刻 t_0 のときの U 相の電圧電流方程式は次式となる。

$$E_u^0 + r_1 I_u^0 + \frac{L_1}{\Delta t} (I_u^0 - I_u^1) = V_u^0 - V_N^0 \quad (5)$$

$$V_N^0 = -(E_u^0 + E_v^0 + E_w^0)/3 \quad (6)$$

$$\Delta t = t_0 - t \quad (7)$$

ここで、 V_u, V_N : それぞれ U 相の相電圧と電源の中性点を 0 V としたときの固定子巻線の中性点の電位、 r_1 と L_1 はそれぞれ固定子の巻線抵抗と漏れインダクタンス

図 4 計算手順
Fig. 4. Flowchart for calculation.

また、V 相、W 相の電圧電流方程式も同様に表せるので、これらの式は省略する。

有限要素法として解くべきマトリックスは、(1)式と各相の電圧電流方程式 (U 相の場合は (5) 式) を連立した文献 (10) に示されているような縁付きマトリックス⁽¹²⁾となる。本解析では、非線形性を考慮しているので、Newton-Raphson 法を用い、時間微分項は後退差分近似⁽¹²⁾し、次式とした。

$$\partial A^0 / \partial t = (A^0 - A^1) / \Delta t \quad (8)$$

図 4 に非同期時における計算手順を示す。同図は入力電圧 V_i と滑り s を与えた場合の入力電流を求める手順を示し、定常解に達してから Maxwell の応力からトルクを求めている⁽⁶⁾。 Δt は (4) 式からわかるように、 f, p, N_s が与えられていると、 s の値から決定される。また、 s が大きくなると、 Δt が大きくなるので、解析精度が悪くなることが考えられる。 $s=1$ の場合についての解析は、既に著者らによって報告されている方法⁽⁶⁾に従えばよい。しかし、 s が比較的大きい場合には、固定子 1 スロットの回転ではなく、半スロットの回転とするなどの工夫が必要と考えられる。ここでは、次章に示すように、滑りが比較的小さい場合 ($s=0.1, 0.2, 0.3$) について計算を行った。

3. 非同期時特性

<3・1> 解析結果 図 5(a), (b) にそれぞれ端子電圧 $V_i=180$ V で滑り $s=0.2$ の場合の A 機、B 機の定常状態の瞬時入力電流波形を示す。図では、横軸に時間 t をとり、 t が 0.3～0.4 秒の期間の各相の電

流波形が示されている。ここで0.1秒間の波形を示したのは、 $s=0.2$ では $(1-s)f$ 成分が40 Hz、 $(2s-1)f$ 成分が30 Hzで、電源周波数の50 Hzを考慮すると、これらの周波数の最大公約数は10となり、入力電流が同一の繰返し波形になるためには最低0.1秒は必要となるからである。図5(a)、(b)において、 $t=0.3$ sの I_b^t, I_v^t, I_w^t は、1周期後の $t=0.4$ sそれぞれの値に等しく、それ以後は同一電流波形を繰返すことになる。従って、この期間での各電流は定常状態にあり、ここでは、 $t=0.4$ s以後の電流波形は省略した。図

図5 入力電流波形 ($V_i=180$ V, $s=0.2$)
 Fig. 5. Input current waveforms ($V_i=180$ V, $s=0.2$).

5(a)の電流成分には、電源周波数 f 成分以外に、永久磁石による $(1-s)f$ 成分、突極構造による $(2s-1)f$ 成分が含まれている。一方、図5(b)には、電源周波数 f 成分以外には突極構造による $(2s-1)f$ 成分が含まれている。図6(a)、(b)には、 $s=0.1\sim0.3$ までのMaxwellの応力から求めたA機、B機の定常状態のトルク波形を示す⁽⁵⁾。著者らは既に、Maxwellの応力を用いて、拘束時のA機の始動トルクを計算し、実験結果と比較的よい一致を得ている⁽⁵⁾。ここでは後述するように、滑りの小さい所での試験機のトルク測定が困難であるため、トルクについては、計算結果のみを示すが、拘束時のトルク計算と全く同様な方法でトルク計算を行っているので、拘束時と同様に、計算結果が実験結果と比較的よく一致するであろうことは明らかである⁽⁵⁾。図6のトルク波形において、鋸歯状のトルクリプルが見られる。図において、この現象は滑りが小さくなるほど顕著で、同期脱出時でこのリプルは更に大きくなる⁽¹³⁾。このトルクリプルは固定子巻線の配置に基づくものである。すなわち図3の場合、スロットには①～⑥の番号順にU-V-W-W-Uの各相の巻線が配置されているが、 Δt

図6 トルク波形 ($V_i=180$ V)
 Fig. 6. Torque waveforms ($V_i=180$ V).

図 7 平均トルク ($V_i=180$ V)
Fig. 7. Average torque ($V_i=180$ V).

図 8 脈動トルク ($V_i=180$ V)
Fig. 8. Pulsating torque ($V_i=180$ V).

(a) $T = T_{\max}$

(b) $T = T_{\min}$

図 9 磁束分布 (A 機)
Fig. 9. Flux distribution (A machine).

秒後に、巻線配置が $U-U-V-V-W-W$ に、更に Δt 秒後 $W-U-U-V-V-W$ に変わる。ここでのトルクリプルは巻線配置の移動によるもので、 $2\Delta t$ の周期で変動する。

図 7 には図 6(a), (b) から求めた A 機, B 機の平均トルク T_{av} を示す。一般に、突極形永久磁石同期電動機の非同期時の平均トルクは、推力になる二次電流または渦電流による f 成分のトルク、突極構造により発生する $(2s-1)f$ 成分のトルクと永久磁石による $(1-s)f$ 成分のトルクの三つの和からなる⁽⁴⁾。そして、これらのトルクはそれぞれ異なった周波数の電流から発生する。A 機と B 機の相違は、磁石磁化が

存在するか否かであり、回転子構造は全く同一である。従って、端子電圧が同じであるなら、A 機と B 機の f 成分と $(2s-1)f$ 成分のトルクはほぼ等しくなるので、A 機と B 機の平均トルクの差は、永久磁石によるブレイクトルク T_m として考えることができる。

図 8 に非同期時の脈動トルク T_{pm} ⁽⁵⁾ を示す。ここで T_{pm} は脈動トルクの振幅で次式で表される。

$$T_{pm} = (T_{\max} - T_{\min}) / 2 \quad \dots\dots\dots (9)$$

図 8 から、A 機の脈動トルクは B 機のものの 3 倍以上大きいことがわかる。

〈3・2〉 磁束分布 非同期時の回転子内の磁束分

図 10 磁束分布 (B 機)
Fig. 10. Flux distribution (B machine).

布は、永久磁石の減磁曲線上の動作範囲や、鉄心内の磁気飽和の度合を知るうえで重要である。

ここでは $V_i=180\text{ V}$, $s=0.2$ で、A 機, B 機のトルクが最大と最小になるそれぞれの場合の磁束分布を図 9, 図 10 に示す。図 9(a) では、永久磁石による磁束が固定子に達しているが、(b) 図では永久磁石による磁束はすべて回転子内の漏れ磁束になっている。これは (a) 図の場合、固定子起磁力による固定子の磁極と永久磁石による回転子の磁極の極性が異なり、吸引力によって正のトルクを発生しているためである。一方、(b) 図の場合は、それらの磁極の極性が同じになり、反発力によって負のトルクを発生する。従って、図 6(a) のような大きなトルク脈動が生じる。図 10(a) では、固定子磁束の大部分が磁気抵抗の小さい回転子鉄心を通過するのに対し、(b) 図では、固定子磁束の大部分が磁気抵抗の大きい磁石磁化のない磁石部分(図の Q)を通過する。このように、回転子の突極構造が磁路を (a) 図から (b) 図に大きく変化させ、図 6(b) のようなトルク脈動を引起こしている。

〈3・3〉 実測値との比較 本解析法の妥当性を検討するために、B 機について、 $V_i=180\text{ V}$, $s=0.2$ の場合の入力電流波形を実測し、数値解と比較した。なお今回、A 機については、脈動トルクが大きく、滑り一定での測定が困難であったため、入力電流、トルクの実測値と数値解の比較は行わなかった。図 11 は V 相の入力電流 I_v の実測値と計算値の比較を示

図 11 入力電流波形 ($V_i=180\text{ V}$, $s=0.2$)
Fig. 11. Input current waveforms. ($V_i=180\text{ V}$, $s=0.2$).

す。図 11 において、 I_v (計算値) は図 5 の I_v' と同じのものであり、 V_{vw} は VW の線間電圧である。なお、 V_{vw} の実験値と計算値は一致するので、図には実験値のみを示した。図で I_v の計算値と実験値とで幾分、位相のずれが見られるが、これは解析において、鉄心のヒステリシスを無視したためと思われる。しかし、この誤差は小さなことがわかる。これは本論文の解析法の妥当性を示すものである。

著者らは既に、拘束時のA機の始動電流を計算し、実験結果と比較的良好一致を得ている⁽⁵⁾。ここでは、A機の電流については計算結果のみを示すが、拘束時と同様に、計算結果が実験結果と比較的良好一致するであろうことは明らかである。

4. む す び

以上、本論文ではまず最初に、突極形の永久磁石同期電動機や塊状磁極同期電動機などを統一的に解析するために、回転子の一定速度の回転運動に対するある瞬時の渦電流および磁気飽和を考慮できる簡単な解析モデルを提案した。これにより複雑な構造の回転子にも正確にしかも容易に適用でき、これを基に端子電圧を既知とする有限要素解析を用いて、実際にある一定速度での入力電流およびトルク波形などが求められることを示した。本解析法は突極形の同期電動機の磁界解析および未解明の特性を含む種々な特性解析、例えば求めようとする電流に多くの周波数成分が含まれている場合などに、特に有効であり、本解析法の特長がここにあることを強調したい。

本論文では、自己始動形永久磁石同期電動機的设计に必要な非同期時の各相電流、平均および脈動トルクを求めた⁽⁶⁾。しかし、滑り零付近で平均トルクが小さく、脈動トルクが大きい突極機では、同期引入れ時の特性解析において負荷を含む機械系のダイナミクスを考慮することが必要である。機械系のダイナミクスを考慮した解析は、現在検討中であり、今後の課題としたい。

本研究にあたって試料機の試作に全面的な御援助、御協力をいただいた日立製作所 椿、園部、今野の各氏、オリエンタルモータ 米窪、鈴木氏をはじめ関係各位に厚くお礼申し上げる。また、実験に協力された卒研生の増田君に感謝する。

(平成3年7月18日受付、同3年12月4日再受付)

文 献

- (1) G. Wakui, K. Kurihara & T. Kubota: "Hybrid Permanent-Magnet Synchronous Motor", 電学論 D, 110, 841 (平2-7)
- (2) K. J. Binns, M. A. Jabbar & G. E. Parry: "Choice of parameters in the hybrid permanent-magnet synchronous motor", *Proc. Instn. Elect. Engrs.*, 126, 741 (1979)
- (3) K. J. Binns & M. A. Jabbar: "High-field self-starting permanent magnet synchronous motor", *ibid.*, 128, 157 (1981)
- (4) 山本・石崎: 「三相永久磁石同期電動機の解析」, 電気学会回転機研究, PM-83-19 (昭58)
- (5) 栗原・湧井: 「永久磁石同期電動機の始動時特性とその解析」, 電学論 D, 109, 748 (平元)
- (6) 栗原・湧井: 「有限要素法による永久磁石同期電動機と塊状

- 磁極同期電動機の解析」, 平2 電気学会全大, No. 718
- (7) 山田・金井・伊藤・中野: 「有限要素法による塊状磁極同期電動機の磁極部発生損失」, 電学論 B, 103, 77 (昭58)
- (8) V. B. Honsinger: "Permanent magnet machines: Asynchronous Operation", *IEEE Trans. Power Apparatus Syst.*, PAS-99, 1503 (1980)
- (9) T. Nakata & N. Takahashi: "Direct Finite Element Analysis of Flux and Current Distributions under Specified Conditions", *IEEE Trans. Magnetics*, MAG-18, 325 (1982)
- (10) 中田・高橋・藤原: 「外部電源を考慮した有限要素法による単相誘導電動機の解析」, 電気学会回転機・静止器合同研究, RM-81-40; SA-81-30 (昭56)
- (11) R. L. Russell & K. H. Norsworthy: "Eddy current and wall losses in screen-rotor induction motors", *Proc. Instn. Elect. Engrs.*, No. 2525U, 163 (1958)
- (12) 中田・高橋: 電気工学の有限要素法 (昭57) 森北出版
- (13) 栗原・湧井: 「有限要素法による永久磁石同期電動機の同期脱出時特性の解析」, 平2 電気学会全大, No. 717

栗原 和 美 (正員)

昭和29年1月6日生。53年3月茨城大学大学院工学研究科修士課程修了。同年4月(株)日立製作所入社。56年4月茨城大学工学部助手、現在に至る。主として、有限要素法を用いた回転機の解析、永久磁石電動機の研究に従事。日本応用磁気学会、日本シミュレーション学会、IEEE 会員。

湧 井 源二郎 (正員)

昭和4年6月21日生。28年3月東北大学工学部電気工学科卒業。同年4月原電気(株)入社。32年岩手大学工学部電気工学科助手、46年2月同教授。48年4月茨城大学工学部電気工学科に配置換えとなり、平成4年工学部長を併任し、現在に至る。交流電動機および磁気ヒステリシス現象の研究に従事。工学博士。日本応用磁気学会、計測自動制御学会、IEEE 会員。

久保田 朋 次 (正員)

昭和26年12月12日生。49年3月茨城大学工業短期大学部電子工学科卒業。同年1月茨城大学工学部電気工学科技官、現在に至る。小形回転機およびそれに関する磁性材料の研究に従事。日本応用磁気学会、電子情報通信学会会員。