空間高調波の影響を考慮した ヒステリシス電動機の等価回路

正員 湧井 源二郎 (茨城大)

正員 澤 秀典 (茨城大)

正員 久保田 朋次 (茨城大)

An Equivalent Circuit of Hysteresis Motor Considering Influence of Space Higher Harmonics

Genjiro Wakui, Member, Hidenori Sawa, Member, Tomotsugu Kubota, Member (Ibaraki University)

Compared with other synchronous motors, it is well known that the pull-out torque of the hysteresis motor is very decreased by the influence of the space higher harmonics. Two kinds of space harmonics exists in the motor. One of them (ΔH : constant) which is produced in the m. m. f., is due to the stator winding arrangement. The other (ΔB : constant) which is produced in the flux density, is due to non-uniformity of the permeance in the air gap. The analysis due to the equivalent circuit of the hysteresis motor considering two kinds of the space harmonics has not been reported until now.

In this paper, we derive the equivalent circuit considering influence of two kinds of the space harmonics. And, it is shown that the agreement between the calculated and the experimented values is comparatively good. Finally, we will make clear quantitatively influence of each harmonic to the pull-out torque.

キーワード：ヒステリシス電動機，空間高調波，起磁力高調波，磁束密度高調波，等価回路，円周方向磁束形

1. ま え が き

ヒステリシス電動機は同期電動機の一つであるが，他種の同期電動機に比較して，空間高調波磁束の影響による出力トルクの減少が大きいことがよく知られている。空間高調波は，その発生原因により，(i)固定子巻線配置により起磁力中に含まれる高調波（以下， ΔH 一定の高調波と呼ぶ），(ii)固定子スロットによるギャップパーミアンスの不均一のために磁束密度中に含まれる高調波（以下， ΔB 一定の高調波と呼ぶ）の2種類に分類される⁽²⁾。

これまでに空間高調波の影響を考慮したヒステリシス電動機の解析は幾つか提案されている。しかし，定

性的であったり⁽¹⁾，定量的ではあるが線形解析で実験結果の傾向と比較して，高調波トルクの係数を求めるものであったり⁽²⁾，またある一種の起磁力高調波のみが存在する特殊な電動機を対象としたもの⁽³⁾であったりして，高調波の影響を十分に考慮した解析にまで至っていないと考えられる。

近年ようやく，多数の高調波磁束が同時に作用する場合の回転子内一極対の B - H ループを，定量的に扱うことができるようになった^{(4)~(6)}。しかし，これを電動機特性の解析にまで拡張した報告は，著者らも含めてまだなされていないと考えられる。

本研究では，著者らの一部が既に報告した上記理論^{(4)~(6)}を基礎にして，起磁力高調波および磁束密度

高調波の二つを同時に考慮したヒステリシス電動機の等価回路による一解析法を提案するものである。

初めに、電動機内の磁界分布式から2種類の高調波を考慮した等価回路を誘導する。次に、等価回路を用いた計算値と実験値を比較し解析の妥当性を明らかにする。

なお、一般に、起磁力高調波、磁束密度高調波の2種類を考慮したヒステリシス電動機の等価回路の提案は本論文が最初と考えられる。

2. 高調波磁界の取扱い

図1にヒステリシス電動機の断面図を示す。固定子は誘導機と同じ分布巻線が施され、回転子は半硬質の永久磁石材料の比較的厚さの薄い回転子リングと、非磁性体のリング支持部から構成されている、いわゆる円周方向磁束形電動機が大部分である。ここでは、このような電動機を対象とする。

円周方向磁束形電動機の場合、回転子内一極対についてベクトル磁界分布の基本波は大部分が円周方向成分(θ 方向成分)であり、一極対についてその大きさが1サイクルする交番磁界である。また、空間高調波磁界は、大きさが一定で、回転子の位置によって方向が基本波の n 倍(n 調波)の速さで変化する円回転磁界と考えられる。しかし、このように交番磁界に多数の円回転磁界が回転子に加わった場合の定量的な取扱いは困難である。そのため、ここでは高調波円回転磁界の大きさが基本波磁界の大きさに対して比較的小さいときには、円回転磁界を交番磁界として考えても回転子リング内の磁気分布にはほとんど差がないことが明らかになっている⁽⁴⁾⁽⁵⁾ことから、高調波円回転磁界を交番磁界として考える。更に、考慮すべき多数の高調波磁界を、各高調波磁界の振幅の和をその振幅とし、第一次のスロット高調波の次数の算術平均を、その次数とする一つの高調波磁界 h に置き換えて考

図1 ヒステリシス電動機の断面図
Fig. 1. Cross section of hysteresis motor.

る⁽⁵⁾。

$$h = \left(\sum_{\nu=1,2,\dots} \bar{H}_{2pn_{2\nu}} \right) \cos(n_{+1} + n_{-1} p \theta / 2) \\ = (\Delta H) \cos(n_{+1} + n_{-1} p \theta / 2) \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 $\bar{H}_{2pn_{2\nu}}$: ν 次の高調波磁界の円周方向成分または半径方向成分の r についての平均値、 $n_{\pm\nu} = |1 \pm \nu 2mq|$ *: スロット高調波の次数、 $\nu=1, 2, \dots$, q : 毎相毎極当たりのスロット数、 m : 相数、 p : 極対数、 θ : 回転子座標

3. 空間高調波が加わった場合のヒステリシスループ面積の減少

空間高調波には、回転子内の位置が変わっても高調波磁界の大きさ(ΔH)が変化しない高調波(以下、 ΔH 一定高調波)と、回転子内の位置が変わっても高調波磁束密度(ΔB)の大きさが変化しない高調波(以下、 ΔB 一定高調波)が存在する。ここで問題となるのは、これら二つの高調波が存在するとき、それぞれによるループ面積減少の仕方が異なるということである。従って、 ΔH 一定高調波と ΔB 一定高調波が存在する場合について、それぞれ別々に面積減少を求める必要がある。その詳細は文献(4)~(5)を参照していただき、以下にその求め方の概要を述べる。

〈3・1〉 ΔH 一定高調波による面積減少 図2に空間高調波が加わった場合のヒステリシスループの一例を示す。図において L_p は高調波が存在しない場合の直流ループ、 L'_p は高調波が加わった場合の瞬時ループ、 L''_p は高調波が加わった場合の平均ループで

図2 第11調波磁界が重なった場合の回転子内の B 対 H の関係
Fig. 2. Relation between B vs. H inside the rotor when 11th harmonics was superposed on fundamental.

*: $\nu=1, 2, \dots$ などにより、それぞれ第一次、第二次のスロット高調波と呼ばれ、この高調波の巻線係数は基本波のそれと等しく、高調波としては、スロット高調波のみを考えれば十分である。

ある。

電動機として必要とされるのは平均トルクであるので、ループ面積も平均を求める。図2に示されるマイナーループは L_p 上の位置によって一般に形状も傾斜も異なるが、 L_p の頂点のマイナーループ af で代表できることが実験的に明らかになっている⁽⁴⁾ので、これを用いて以下のように平均ループ面積を求める。ただし、マイナーループの面積は近似的に無視する⁽⁴⁾⁽⁵⁾。ループ面積の減少分を $S_h (=L_p - L_p')$ とすると、 S_h は図2において容易に図的に求められ(2)式となる。

$$S_h = 2(m/2)(2l) = 2ml \quad \dots\dots\dots (2)$$

また図2より、 m, l は(3)式のように表される。

$$\left. \begin{aligned} m &= \Delta B / \sin \theta' \\ l &= (B_m - H_m \tan \theta') \cos \theta' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 $\tan \theta'$ はマイナーループの勾配であり、増分透磁率 $\Delta \mu$ で表し、 B_m/H_m は正規透磁率 μ で表す。

(3)式を(2)式に代入して

$$\begin{aligned} S_h &= 2\Delta B B_m \{ (1/\Delta \mu) - (1/\mu) \} \\ &= 2\Delta B H_m \{ (\mu/\Delta \mu) - 1 \} \\ &= 2\Delta H B_m \{ 1 - (\Delta \mu/\mu) \} \quad \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

となる。従って、等価ループ L_p' の面積 S_e はループ L_p の面積を S_D とすると、

$$S_e = S_D - S_h \quad \dots\dots\dots (5)$$

で表される。また、等価ループ L_p' の透磁率 μ' は(6)式で与えられる。

$$\mu' = \{ B_m - (\Delta B/2) \} / \{ H_m - (\Delta H/2) \} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ヒステリシス角 α' は、等価ループの面積が次式で与えられることから(7)式となる。

$$\left. \begin{aligned} S_e &= \pi \{ B_m - (\Delta B/2) \} \{ H_m - (\Delta H/2) \} \sin \alpha' \\ \alpha' &= \sin^{-1} \left\{ \frac{S_e}{\pi \{ B_m - (\Delta B/2) \} \{ H_m - (\Delta H/2) \}} \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

〈3・2〉 ΔB 一定な高調波による面積減少⁽⁶⁾

前に述べたように ΔH 一定な高調波による面積減少と ΔB 一定な高調波による面積減少は異なっており、 ΔB 一定な高調波によるほうが減少の割合が小さい。また、 ΔB 一定な高調波では L_p 上の各位置によってマイナーループの傾きが大きく異なり、このままでは ΔH 一定な高調波と同様に L_p の先端のマイナーループでは代表することができない。そこで、 L_p 上の各位置における ΔH の平均値 ΔH_M を考える。

ΔH_M は実験的に得られた平均的 ΔB - ΔH_M 曲線⁽⁶⁾から求める。この ΔB - ΔH_M 曲線は $B_r = 0.9 \sim 1.1$ T, $H_c = 9.5 \sim 15.9$ kA/m ($=120 \sim 200$ Oe) の範囲のアルニコ材であれば B_m の値に関係なくほぼ一つの直線

で代表することができ、その傾きは

$$\Delta B / \Delta H_M = 33.3 \mu_0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

で与えられる。従って、 ΔB が決まれば(8)式により ΔH_M を求めることができる。

これによって、 ΔH 一定な高調波の場合と同様な(4)式を用いて、次式のように ΔB 一定な高調波による面積減少分 S_h' および等価ループ面積 S_e' を以下のように求めることができる。

$$S_h' = 2\Delta H_M B_m \{ 1 - (\Delta \mu/\mu) \} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$S_e' = S_D - S_h' \quad \dots\dots\dots (10)$$

以上から、 ΔH 一定な高調波および ΔB 一定な高調波それぞれによる面積減少分を求めることができる。

4. ヒステリシス電動機内の磁界分布および等価ループ

〈4・1〉 ヒステリシス電動機内の磁界分布 本章では、ギャップおよび回転子リング内の磁界分布およびその取扱について述べる。電動機内の磁界分布の誘導法は先の報告⁽²⁾とほぼ同様であるため、ここではその結果のみを示す。

ギャップ中の磁界の強さの半径方向成分 H_{r1} 、および円周方向成分 $H_{\theta 1}$ は以下のように表される(瞬時値)。

$\nu = 0$ のとき (固定子にスロットが存在しない場合)

$$\begin{aligned} H_{r1} &= \sum_n \frac{2 \cdot K \cdot K_{wpn}}{d_{pn}} \\ &\times \left\{ (\mu_{2pn}^* B_{-pn} + B_{+pn}) \left(\frac{r}{r_2} \right)^{pn} \right. \\ &+ (\mu_{2pn}^* B_{-pn} - B_{+pn}) \left(\frac{r}{r_2} \right)^{-pn} \left. \right\} \\ &\times \frac{1}{r} \left(1 - \sum_{p=1}^{\infty} E_{pn,0pn} \right) \\ &\times \sin \left\{ pn\theta + \overline{n(1-s)} - 1 \omega_0 t \right\} \quad \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_{\theta 1} &= \sum_n \frac{2 \cdot K \cdot K_{wpn}}{d_{pn}} \left\{ (\mu_{2pn}^* B_{-pn} + B_{+pn}) \left(\frac{r}{r_2} \right)^{pn} \right. \\ &- (\mu_{2pn}^* B_{-pn} - B_{+pn}) \left(\frac{r}{r_2} \right)^{-pn} \left. \right\} \\ &\times \frac{1}{r} \left(1 - \sum_{p=1}^{\infty} E_{pn,0pn} \right) \\ &\times \cos \left\{ pn\theta + \overline{n(1-s)} - 1 \omega_0 t \right\} \quad \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

$\nu \neq 0$ のとき (固定子にスロットが存在する場合) は、 $n + \nu 2mq$ 次、 $n - \nu 2mq$ 次調波をまとめて、

$$H_{r1} = \sum_n \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{2 \cdot K \cdot K_{wp|n \pm \nu 2mq|}}{d_{pn}} \times \{ (\mu_{2pn}^* B_{-pn} + B_{+pn})(r/r_2)^{pn} + (\mu_{2pn}^* B_{-pn} - B_{+pn})(r/r_2)^{-pn} \} \times \frac{1}{r} \frac{1}{2} \sum_{\rho=1}^{\infty} E_{\rho n, \nu pn} \times \sin \{ (n \pm \nu 2mq) p \theta + \overline{(n \pm \nu 2mq)(1-s) - 1} \omega_0 t \} \dots (13)$$

$$H_{\theta 1} = \sum_n \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{2 \cdot K \cdot K_{wp|n \pm \nu 2mq|}}{d_{pn}} \times \{ (\mu_{2pn}^* B_{-pn} + B_{+pn})(r/r_2)^{pn} - (\mu_{2pn}^* B_{-pn} - B_{+pn})(r/r_2)^{-pn} \} \times \frac{1}{r} \frac{1}{2} \sum_{\rho=1}^{\infty} E_{\rho n, \nu pn} \times \cos \{ (n \pm \nu 2mq) p \theta + \overline{(n \pm \nu 2mq)(1-s) - 1} \omega_0 t \} \dots (14)$$

回転子リング内の磁界の強さの半径方向成分 H_{r2} , および円周方向成分 $H_{\theta 2}$ は次のように表される。
 $\nu=0$ のとき (固定子にスロットが存在しない場合)

$$H_{r2} = \sum_n \frac{2 \cdot K \cdot K_{wpn}}{d_{pn}} \left\{ \left(\frac{r}{r_1} \right)^{pn} - \left(\frac{r}{r_1} \right)^{-pn} \right\} \times \frac{1}{r} \left(1 - \sum_{\rho=1}^{\infty} E_{\rho n, 0 pn} \right) \times \sin \{ pn \theta + \overline{n(1-s) - 1} \omega_0 t \} \dots (15)$$

$$H_{\theta 2} = \sum_n \frac{2 \cdot K \cdot K_{wpn}}{d_{pn}} \left\{ \left(\frac{r}{r_1} \right)^{pn} + \left(\frac{r}{r_1} \right)^{-pn} \right\} \times \frac{1}{r} \left(1 - \sum_{\rho=1}^{\infty} E_{\rho n, 0 pn} \right) \times \cos \{ pn \theta + \overline{n(1-s) - 1} \omega_0 t \} \dots (16)$$

$\nu \neq 0$ のとき (固定子にスロットが存在する場合)

$$H_{r2} = \sum_n \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{2 \cdot K \cdot K_{wp|n \pm \nu 2mq|}}{d_{pn}} \times \left\{ \left(\frac{r}{r_1} \right)^{pn} - \left(\frac{r}{r_1} \right)^{-pn} \right\} \frac{1}{r} \frac{1}{2} \times \sum_{\rho=1}^{\infty} E_{\rho n, \nu pn} \sin \{ (n \pm \nu 2mq) p \theta + \overline{(n \pm \nu 2mq)(1-s) - 1} \omega_0 t \} \dots (17)$$

$$H_{\theta 2} = \sum_n \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{2 \cdot K \cdot K_{wp|n \pm \nu 2mq|}}{d_{pn}} \times \left\{ \left(\frac{r}{r_1} \right)^{pn} + \left(\frac{r}{r_1} \right)^{-pn} \right\} \frac{1}{r} \frac{1}{2} \times \sum_{\rho=1}^{\infty} E_{\rho n, \nu pn} \cos \{ (n \pm \nu 2mq) p \theta + \overline{(n \pm \nu 2mq)(1-s) - 1} \omega_0 t \} \dots (18)$$

ここで,

$$d_{pn} = \mu_{2pn}^* A_{-pn} B_{-pn} + A_{+pn} B_{+pn} \dots (19)$$

$$A_{\pm pn} = \left(\frac{r_3}{r_2} \right)^{pn} \pm \left(\frac{r_3}{r_2} \right)^{-pn} \dots (20)$$

$$B_{\pm pn} = \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^{pn} \pm \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^{-pn} \dots (21)$$

$$E_{\rho n, \nu pn} = pn \left(1 - \frac{r_2}{r_3} \right) (2\beta_1)^{\rho} A_{\rho n, \nu} \times \frac{\mu_{2pn}^* A_{+pn} B_{-pn} + A_{-pn} B_{+pn}}{d_{pn}} \dots (22)$$

$$K = \sqrt{2} m N_1 I_1 / 2\pi \dots (23)$$

$$A_{\rho n, 0} = \left(\frac{1}{2^{2\rho n-1}} \right)_{2\rho n-1} C_{\rho n, 1} \dots (24)$$

$$A_{\rho n, \nu} = (-1)^{\nu} \left(\frac{1}{2^{2\rho n-1}} \right)_{2\rho n-1} C_{\rho n, 1-\nu} \dots (25)$$

$$\beta_1 = \frac{1+u^2-2u}{2(1+u^2)} \dots (26)$$

$$u = \frac{o}{2\delta} + \sqrt{1 + \left(\frac{o}{2\delta} \right)^2} \dots (27)$$

m : 固定子相数, N_1 : 固定子一相当りの巻数, I_1 : 固定子電流, L : 回転子リングの軸方向の長さ, n : 高調波次数, p : 極対数, μ_0 : 真空の透磁率 ($=4\pi \times 10^{-7}$), μ_{2pn} : n 次調波に対する回転子リングの複素透磁率 $\mu_{2pn} = \mu_{2pn} e^{j\alpha_{2pn}}$ (複号は $n=1$ (基本波) のとき-, n が 1 以外の整数 (高調波) のとき+をとる, 透磁率の添字* は比透磁率を表す), α_{2pn} : n 次調波に対するヒステリシス角, $n_1: n_1 \simeq (t_e - o)/o$ なる整数, δ : ギャップの長さ ($=r_3 - r_2$) (t_e, o, δ : 図 3 参照), t_e : 固定子スロットピッチ, o : スロット開口幅
 K_{wpn} は n 次調波に対する巻線係数であり次式で示される。

$$K_{wpn} = \frac{\sin pn(q\gamma_1/2)}{q \sin pn(\gamma_1/2)} \cos pn\left(\frac{b}{2}\right) \dots (28)$$

ここで, $K_{wpn} = K_{wp|n \pm \nu 2mq|}$, γ_1 : 固定子スロットピッチに相当する空間角, b : 極ピッチと巻線ピッチの差に相当する空間角

図 3 スロットの形状
 Fig. 3. The shape of the slot.

回転子リング内における高調波磁界は次数が高いほど回転子リングの表面に集中し、リング内部に侵入するにつれて急激に減衰する。しかし、ここでは高調波磁界の取扱いを簡単にするために磁界の強さを r についての平均値で取扱う。その平均値は既に著者らの一部によって求められており、半径方向成分のリング厚に対する平均値を $\bar{H}_{r2}$ 、円周方向成分のリング厚に対する平均値を $\bar{H}_{\theta 2}$ とすると、次式で表される⁽⁹⁾。

$\nu=0$ (固定子にスロットが存在しない場合) のとき

$$\begin{aligned}\bar{H}_{r2} &= \frac{1}{r_2 - r_1} \int_{r_1}^{r_2} H_{r2} dr \\ &= \sum_n \frac{2 \cdot K \cdot K_{wpn}}{d_{pn}} \frac{B_{+pn} - 2}{pn(r_2 - r_1)} \\ &\quad \times \left(1 - \sum_{p=1}^{\infty} E_{\rho n, 0pn} \right) \\ &\quad \times \sin \left\{ pn\theta + \overline{n(1-s)} - 1\omega_0 t \right\} \quad \cdots (29)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{H}_{\theta 2} &= \frac{1}{r_2 - r_1} \int_{r_1}^{r_2} H_{\theta 2} dr \\ &= \sum_n \frac{2 \cdot K \cdot K_{wpn}}{d_{pn}} \frac{B_{-pn}}{pn(r_2 - r_1)} \\ &\quad \times \left(1 - \sum_{p=1}^{\infty} E_{\rho n, 0pn} \right) \\ &\quad \times \cos \left\{ pn\theta + \overline{n(1-s)} - 1\omega_0 t \right\} \quad \cdots (30)\end{aligned}$$

$\nu \neq 0$ (固定子にスロットが存在する場合) のときについても同様にして

$$\begin{aligned}\bar{H}_{r2} &= \sum_n \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{2 \cdot K \cdot K_{wp|n \pm \nu 2mq|}}{d_{pn}} \\ &\quad \times \frac{B_{+pn} - 2}{pn(r_2 - r_1)} \frac{1}{2} \sum_{p=1}^{\infty} E_{\rho n, \nu pn} \\ &\quad \times \sin \left\{ (n \pm \nu 2mq)p\theta \right. \\ &\quad \left. + \overline{(n \pm \nu 2mq)(1-s)} - 1\omega_0 t \right\} \quad \cdots (31)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{H}_{\theta 2} &= \sum_n \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{2 \cdot K \cdot K_{wp|n \pm \nu 2mq|}}{d_{pn}} \\ &\quad \times \frac{B_{-pn}}{pn(r_2 - r_1)} \frac{1}{2} \sum_{p=1}^{\infty} E_{\rho n, \nu pn} \\ &\quad \times \cos \left\{ (n \pm \nu 2mq)p\theta \right. \\ &\quad \left. + \overline{(n \pm \nu 2mq)(1-s)} - 1\omega_0 t \right\} \quad \cdots (32)\end{aligned}$$

また、一般に n 次調波の振幅は次式で与えられる。

$$\bar{H}_n = \sqrt{\bar{H}_m^2 + \bar{H}_{\theta n}^2} \quad \cdots (33)$$

〈4・2〉 高調波磁界の適用 前節に ΔH 一定な高調波 ($\nu=0$) と ΔB 一定な高調波 ($\nu \neq 0$) のそれぞれについて、回転子リング内の磁界の強さを示した。

ここでは、得られた高調波磁界の大きさを実際のループに適用させるために、高調波磁界の含有率を求める。図2に示すように、基本波磁界の振幅が H_{m1} であり、これに振幅が H_{mn} である一つの高調波磁界が重ね合された場合のヒステリシスループを考える。 H_m は $H_m = H_{m1} + H_{mn}$ で表され、高調波の含有率を次式で定義する。

$$\gamma = \frac{H_{mn}}{(H_{m1} + H_{mn})} = \frac{H_{mn}}{H_m} \quad \cdots (34)$$

また、増分透磁率 $\Delta\mu$ は、ヒステリシスループの直角双曲線近似を利用して次式で与える⁽⁹⁾。

$$\begin{aligned}\Delta\mu &= \frac{\mu}{2\gamma} \left\{ 1 - \frac{B_m(1-2\gamma) + B_r}{B_m + (1-2\gamma)B_r} \right\} \\ \mu &= \frac{B_m}{H_m}\end{aligned} \quad \cdots (35)$$

B_r : 残留磁束密度

〈4・3〉 等価ループの透磁率 ここでは、 ΔH 一定な高調波 H_h と ΔB 一定な高調波 H_b が同時に作用している場合の等価ループの透磁率を求める。それにはまず、 ΔH 一定な高調波と ΔB 一定な高調波のそれぞれについてその含有率を求めなければならないが、それは次のようにして求める。

(1) ΔH 一定な高調波の含有率 ΔH 一定な高調波の磁界の大きさを H_h とすると、その含有率 γ_h は次式で表され、

$$\gamma_h = \frac{H_h}{(H_{m1} + H_h + H_b)} = \frac{H_h}{H_m} \quad \cdots (36)$$

ΔH の大きさは γ_h を用いて次式となる。

$$\Delta H = 2\gamma_h H_m \quad \cdots (37)$$

(2) ΔB 一定な高調波の含有率 前にも述べたように、 ΔB 一定な高調波については、 ΔH_m を求める必要がある。それは次のようにして求める。初めに ΔB 一定な高調波の磁界の大きさを H_b とし、それが起磁力高調波として作用すると考え、次式の含有率 γ_{b1} から、(35)式を用いて H_b に対する増分透磁率 $\Delta\mu_{b1}$ を得る。

$$\gamma_{b1} = \frac{H_b}{(H_{m1} + H_h + H_b)} \quad \cdots (38)$$

ΔH_b (ΔB 一定な高調波に対する ΔH) の大きさは γ_{b1} を用いて次式となる。

$$\Delta H_b = 2\gamma_{b1} H_m \quad \cdots (39)$$

ここで得られた ΔH_b , $\Delta\mu_{b1}$ から磁束密度に関する ΔB 一定な高調波の含有率 γ_b および ΔB が次式で求まる。

$$\gamma_b = \frac{\Delta\mu_{b1} \Delta H_b / 2}{B_m} \quad \cdots (40)$$

$$\Delta B = 2\gamma_h B_m \dots (41)$$

上式で得られた ΔB を(8)式に代入して ΔH_M が求まる。

ここで、 ΔH , ΔH_M の大きさをもつ高調波磁界が線形的に重なった $\Delta H_t (= \Delta H + \Delta H_M)$ が直流ループの先端にマイナーループを形成すると仮定し、 ΔH_t に対する磁束密度を ΔB_t とすると、等価ループの透磁率 μ'_{2p1} は次式により求めることができる。

$$\mu'_{2p1} = \frac{B_m - \Delta B_t/2}{H_m - \Delta H_t/2} \dots (42)$$

〈4・4〉 等価ループのヒステリシス角 第3章で述べたように ΔH 一定な高調波による面積減少と ΔB 一定な高調波による面積減少は異なる。そのため、 ΔH 一定な高調波による面積減少分 S_h , ΔB 一定な高調波による面積減少分 S_b を、それぞれ別々に求め、その和 S_h が

$$S_h = S'_h + S''_h \dots (43)$$

二つの高調波が同時に作用した場合の面積の全減少分と考えることにする。

以下では、それぞれの高調波による面積減少分を求める。

(1) ΔH 一定な高調波による面積減少 前節では ΔH 一定な高調波と ΔB 一定な高調波が同時に作用した場合の含有率を求めたが、ここでは、 ΔH 一定な高調波のみが作用した場合の含有率を求める。

その含有率は

$$\gamma_h = \frac{H_h}{(H_{m1} + H_h)} \dots (44)$$

ΔH の大きさは γ_h を用いて次式となる。

$$\Delta H' = 2\gamma_h H_m \dots (45)$$

また、 γ_h を(35)式に代入し増分透磁率 $\Delta\mu_h$ を求め、それを(4)式に代入し、 ΔH 一定な高調波による面積減少分 S_h を求める。

$$S'_h = 2\Delta H' B_m \{1 - (\Delta\mu'_h/\mu)\} \dots (46)$$

(2) ΔB 一定な高調波による面積減少 ΔH 一定な高調波の場合と同様に、 ΔB 一定な高調波による面積減少分 S_b は次式となる。

$$S''_b = 2\Delta H'_M B_m \{1 - (\Delta\mu'_b/\mu)\} \dots (47)$$

以上で得られた S_h , S''_b から等価ループの面積 S_e は、

$$S_e = S_D - (S'_h + S''_b) \dots (48)$$

従って、 ΔH , ΔB 一定な両高調波を考慮した等価ループのヒステリシス角 α'_{2p1} は次式で与えられる。

$$\alpha'_{2p1} = \sin^{-1} \left\{ \frac{S_e}{\pi \{B_m - (\Delta B_t/2)\} \{H_m - (\Delta H_t/2)\}} \right\} \dots (49)$$

5. 空間高調波を考慮したヒステリシス電動機の等価回路

本章では、第4章におけるギャップ中および回転子リング内の磁界分布式の結果を用いて、空間高調波を考慮した一般的な等価回路を誘導する。

〈5・1〉 等価回路の誘導 $r=r_2$ における磁束密度の半径方向成分は次式で与えられる。

$$\dot{B}_{r1} = \mu_0 \dot{H}_{r1} |_{r=r_2} \dots (50)$$

$\nu=0$ の場合 n 次調波に関して(50)式の $\dot{H}_{r1}$ に(11)式を代入して、

$$\dot{B}_{r1} = \frac{2\mu_0}{\sqrt{2}} \frac{KK_{wpn}}{d_{pn}} \frac{\mu_{2pn}^* B_{-pn}}{r_2} \left(1 - \sum_{p=1}^{\infty} E_{pn,0pn}\right) \times e^{jpn\theta} \dots (51)$$

従って、 n 次調波一極当たりでの磁束は次式で表される。

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_{pn} &= \int_{-\pi/2pn}^{\pi/2pn} \dot{B}_{r1} L r_2 d\theta \\ &= \frac{4mKK_{wpn}\mu_0\mu_{2pn}^*}{\pi pn} \frac{B_{-pn}}{d_{pn}} L \left(1 - \sum_{p=1}^{\infty} E_{pn,0pn}\right) \end{aligned} \dots (52)$$

第2章で述べたように、多数の高調波を等価的な一つの高調波で表すとき、その等価的な高調波の磁束は次式で表される。

$$\dot{\Phi}_{\Delta H} = \sum_n \dot{\Phi}_{pn} \dots (53)$$

この $\dot{\Phi}_{\Delta H}$ の次数 Q_{+1} は、第一次のスロット高調波の次数の算術平均として次式で表される。

$$Q_{+1} = (n_{+1} + n_{-1})/2 \dots (54)$$

磁束 $\dot{\Phi}_{\Delta H}$ によって固定子に誘起される一相当たりの誘導起電力は、磁束 $\dot{\Phi}_{\Delta H}$ が基本波の角速度 ω_0 に対して ω_0/Q_{+1} の角速度で進行することから以下のように示される。

$$\dot{E}_{\Delta H} = -j \frac{\omega_0}{Q_{+1}} K_{wpn} N_i \dot{\Phi}_{\Delta H} \dots (55)$$

$\dot{E}_{\Delta H}$ に対して、外部から加える電圧を $\dot{E}'_{\Delta H}$ とすると

$$\dot{E}'_{\Delta H} = -\dot{E}_{\Delta H} \dots (56)$$

ここで、(55)式の $\dot{\Phi}_{\Delta H}$ の中には、(53)式から $\dot{\Phi}_{pn}$ を含み、更に(52)式から $\dot{\Phi}_{pn}$ は K を含んだものとなり、更に K は(23)式から一次電流 I_1 を含んでいるから、結局(55)式に(23)、(52)、(53)式を適用して、 $\dot{E}'_{\Delta H}/I_1$ を求めることができる。

$$\begin{aligned} \frac{\dot{E}'_{\Delta H}}{I_1} &= \sum_n j \frac{4m(\omega_0/Q_{+1})}{\pi pn A_{-pn}} * \\ &\quad * \frac{(K_{wpn} N_i)^2 L \mu_0}{\pi pn A_{+pn} B_{+pn} / \mu_{2pn}^* B_{-pn}} \\ &\quad \times \left(1 - \sum_{p=1}^{\infty} E_{pn,0pn}\right) \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{1/jx_{gn} + 1/\dot{Z}_{2hn}} \dots\dots\dots (57)$$

ここで、

$$jx_{gn} = \sum_n j \frac{4m\mu_0\omega_0(K_{wp1}N_1)^2 L}{\pi p n A_{-pn} Q_{+1}} \left(1 - \sum_{\rho=1}^{\infty} E_{\rho n, 0 \rho n}\right) \dots\dots\dots (58)$$

$$\dot{Z}_{2hn} = \sum_n \frac{4m\mu_{2pn}\omega_0(K_{wpn}N_1)^2 LB_{-pn}}{\pi p n A_{+pn} B_{+pn} Q_{+1}} \times \left(1 - \sum_{\rho=1}^{\infty} E_{\rho n, 0 \rho n}\right) e^{j(\pi/2 - \alpha_{2pn})} \dots\dots (59)$$

$\dot{E}'_{AH}/I_1$ は固定子側から、ギャップおよび回転子側をみたインピーダンスとなる。等価ループに相当する基本波に対する等価回路定数 jx_{g1} , $\dot{Z}_{2h1}$ は (58), (59) 式において $n=1$, $Q_{+1}=1$ とすれば容易に求められ、次式となる。

$$\frac{\dot{E}'_1}{I_1} = \frac{1}{1/jx_{g1} + 1/\dot{Z}_{2h1}} \dots\dots\dots (60)$$

ここで、

$$jx_{g1} = j \frac{4m\mu_0\omega_0(K_{wp1}N_1)^2 L}{\pi p A_{-p1}} \left(1 - \sum_{\rho=1}^{\infty} E_{\rho n, 0 \rho n}\right) \dots\dots\dots (61)$$

$$\dot{Z}_{2h1} = \frac{4m\mu'_{2p1}\omega_0(K_{wp1}N_1)^2 LB_{-p1}}{\pi p A_{+p1} B_{+p1}} \times \left(1 - \sum_{\rho=1}^{\infty} E_{\rho n, 0 \rho n}\right) e^{j((\pi/2) - \alpha_{2p1})} \dots\dots (62)$$

ここで、(62) 式中の α'_{2p1} , α_{2p1} は、それぞれ (49), (42) 式を用いる。

また、 $\nu \neq 0$ (ΔB 一定な高調波) の場合についても $\nu=0$ (ΔH 一定な高調波) の場合と同様にして、 ΔB 一定な高調波に対して、外部から加える電圧を $\dot{E}'_{\Delta B}$ とすると、

$$\frac{\dot{E}'_{\Delta B}}{I_1} = \frac{1}{1/jx_{g|n \pm \nu 2mq|} + 1/\dot{Z}_{2b|n \pm \nu 2mq|}} \dots\dots\dots (63)$$

ここで、

$$jx_{g|n \pm \nu 2mq|} = \sum_n \sum_{\nu=1}^{\infty} j \frac{4m\mu_0\omega_0(K_{wp|n \pm \nu 2mq|}N_1)^2 L}{\pi p |n \pm \nu 2mq| A_{-pn} Q_{+1}} \times \frac{1}{2} \sum_{\rho=1}^{\infty} E_{\rho n, \nu \rho n} \dots\dots\dots (64)$$

$$\dot{Z}_{2b|n \pm \nu 2mq|} = \sum_n \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{4m\mu_{2p|n \pm \nu 2mq|}\omega_0}{\pi p |n \pm \nu 2mq|} * \frac{(K_{wp|n \pm \nu 2mq|}N_1)^2 LB_{-pn}}{A_{+pn} B_{+pn} Q_{+1}} \times \frac{1}{2} \sum_{\rho=1}^{\infty} E_{\rho n, \nu \rho n} e^{j((\pi/2) - \alpha_{2p|n \pm \nu 2mq|})} \dots\dots (65)$$

図 4 空間高調波を考慮したヒステリシス電動機の等価回路

Fig. 4. Equivalent circuit of hysteresis motor considered effect of space higher harmonics.

以上の結果から、すべての等価回路定数に電流 I_1 が流れていることがわかり、基本波と高調波を含めた全入力電圧を $\dot{E}'_{2p}$ とすると、(57), (60), (63) 式から次式が得られ、

$$\frac{\dot{E}'_{2p}}{I_1} = \frac{\dot{E}'_1}{I_1} + \frac{\dot{E}'_{\Delta H}}{I_1} + \frac{\dot{E}'_{\Delta B}}{I_1} = \frac{1}{1/jx_{g1} + 1/\dot{Z}_{2h1}} + \frac{1}{1/jx_{gn} + 1/\dot{Z}_{2hn}} + \frac{1}{1/jx_{g|n \pm \nu 2mq|} + 1/\dot{Z}_{2b|n \pm \nu 2mq|}} \dots\dots\dots (66)$$

(57), (60), (63), (66) 式などにおいて、高調波インピーダンスは空間高調波に対してのもので、時間的にはいずれも基本波であることに注意したい。基本波分、高調波分のインピーダンスに一次の漏れインピーダンス $r_1 + jx_1$ および鉄損等価抵抗 R_i を加えて、図 4 に示す等価回路を得ることができる。

6. 計算結果および考察

<6・1> 試料電動機の仕様 固定子は三相 2 極、50 Hz、一相当りの巻数 (N_1): 1,840/相、巻線係数 (K_{wpn}): 0.8848、スロット数 (Z_1): 24、固定子内径 ($2r_3$): 51.2 mm、有効積厚: 26.0 mm、歯ピッチ (t_e): 6.7 mm、スロット開口幅 (o): 1.8 mm、固定子漏れインピーダンス: $r_1 + jx_1 = 168.2 + j169.2 \Omega$ 。

回転子は、軸方向の長さ (L): 26.0 mm、ギャップの長さは r_3/r_2 で表して、1.004 (0.1 mm), 1.008 (0.2 mm), 1.012 (0.3 mm), 1.020 (0.5 mm) の 4 種類、リング厚は r_2/r_1 で表して 1.13 (2.65 mm), 1.23 (4.5 mm), 1.40 (7.0 mm) の 3 種類、保磁力 H_c は 9.5, 11.1, 12.7, 15.9 kA/m (=120, 140, 160, 200 Oe) の 4 種類とした。結局、 H_c 4 種、リング厚 3 種、ギャップの長さ 4 種を組合せた合計 48 種である。この

試料回転子は、いずれも半硬貨のアルニコ磁石鋼を用いた円周方向磁束形である。

〈6・2〉 計算値と実験値の比較および考察 これまでに、 ΔH 一定な高調波と ΔB 一定な高調波が線形に重なり合うという仮定のもとで磁界の解析を行い、電動機の等価回路を誘導した。ここでは $H_c=9.5 \text{ kA/m}$, $r_1=18.25 \text{ mm}$, $r_2=25.5\sim 25.1 \text{ mm}$ (ギャップの長さで決まる) の回転子 (これを試料機 A と呼ぶ) を例にとり、その等価回路による計算値と実験値との比較を示し、その傾向について述べる。なお、付録に特性計算の手順を示す。また、試料機 A は音響機器駆動用ヒステリシス電動機として最も多く使われている磁気特性をもっている。

(a) $r_2/r_1=1.40$, $r_3/r_2=1.004$

(b) $r_2/r_1=1.40$, $r_3/r_2=1.020$

図 5 同期脱出時特性

Fig. 5. Synchronous pull-out characteristics.

図 5(a), (b) にギャップの長さが極端に狭い $r_3/r_2=1.004(0.1 \text{ mm})$ と、逆にギャップの長さが広い $r_3/r_2=1.020(0.5 \text{ mm})$ の場合の計算値と実験値を示す。ギャップの長さが広い場合は計算値と実験値はよく一致するが、狭い場合は多少誤差が大きい。紙面の都合で省略したがギャップの長さがこれらの中間の $r_3/r_2=1.008, 1.012$ の場合は精度も上記(a), (b)の中間程度の一致であり、一般に計算値と実験値との差はギャップの長さが狭いほど大きくなる傾向にある。これは、48 種の試料機すべてについて、計算値は実験値をほぼ表示でき、本計算法の妥当なことを確認した。

次に、2 種類の高調波 (ΔH または ΔB 一定な高調

(a) $r_2/r_1=1.40$, $r_3/r_2=1.004$

(b) $r_2/r_1=1.40$, $r_3/r_2=1.020$

図 6 同期脱出トルク特性

Fig. 6. Synchronous pull-out characteristics.

波)の個々の影響について試料機Aの回転子を例にとり考察する。

まず、 ΔH または ΔB 一定な高調波のそれぞれが脱出トルクに及ぼす影響を定量的に把握するために、それぞれの高調波による脱出トルクの減少分を求めた。その結果を図6(a), (b)に示す。

この図から明らかなように、ギャップの長さが狭い $r_3/r_2=1.004$ の場合は ΔB 一定な高調波によるトルクの減少が大きく、 ΔH 一定な高調波によるトルクの減少は比較的小さい。ギャップの長さが広くなるにつれて ΔB 一定な高調波によるトルクの減少は急激に小さくなるが、 ΔH 一定な高調波によるトルクの減少はわずかに小さくなる程度でほとんど変化しない。つまり、 ΔB 一定な高調波の脱出トルクへの影響はギャップの長さに大きく依存し、ギャップの長さが狭くなるにつれてその影響は著しく増大することがわかる。また、 ΔH 一定な高調波の影響は回転子リングが磁氣的に飽和する付近から急激に増大している。

7. ま と め

本論文では、起磁力高調波と磁束密度高調波の2種類の高調波を考慮した一般的なヒステリシス電動機の等価回路を誘導した。その計算値は実験値とほぼ一致する結果が得られ、本解析法の妥当なことを明らかにした。なお、回転子リング厚 (r_2/r_1)、ギャップの長さ (r_3/r_2)、リングの磁気特性および空間高調波のトルクへの影響は48種の試料機の特性と共に稿を改めて報告する予定である。

本論文で述べたように、空間高調波は一般に起磁力高調波と磁束密度高調波の2種類に分類され、しかも、それぞれはたくさん的高調波(有力な高調波だけでも数個)が非線形に作用する場合を取扱わなければならない。このような極めて複雑な場合にもかかわらず、今回、定量的に実験結果を表示できる解析法を見いだすことができたのは、著者らの一部によって既に文献(4)~(6)のような一連の基礎研究が行われ、高調波の基本的な取扱い法が確立していたためである。

この基礎研究に多大の助力をされた岩手大学工学部電気工学科板垣、田口両氏、八戸高専 富田氏はじめ当時の研究室の卒業研究の学生諸君に厚く感謝する。

また、試作回転子に多大の援助をされた、(株)トーキン 矢崎氏をはじめ関係各位、ソニー(株) 佐々木、山本の両氏にお礼申し上げます。

(平成3年8月26日受付)

文 献

- (1) B. R. Teare, Jr.: "Theory of Hysteresis-Motor Torque", *Trans. AIEE*, 59, 907 (1940)
- (2) 湧井・草刈:「ヒステリシス電動機の同期脱出トルクについて」, 電学誌, 85, 1044 (昭40-6)
- (3) 梶田:「起磁力高調波を考慮したヒステリシス電動機の特性解析」, 電学論B, 96, 429 (昭51-9)
- (4) 湧井:「ヒステリシス電動機の特性に及ぼす高調波磁界の影響(基礎考察I:高調波磁界が一つの場合)」, 同上B, 93, 1 (昭48-1)
- (5) 湧井:「ヒステリシス電動機の特性に及ぼす高調波磁界の影響(基礎考察II:高調波磁界が二つ以上の場合)」, 同上B, 93, 129 (昭48-4)
- (6) 湧井・富田:「ヒステリシス電動機の特性に及ぼす高調波磁束密度の影響」, 同上B, 102, 25 (昭57-1)
- (7) 湧井:「空間高調波の影響を考慮したヒステリシス電動機の等価回路」, 昭54電学大全, No. 681
- (8) 中村・大川・加藤:「ヒステリシス電動機の基本設計」, 電学誌, 88, 1056 (昭43-6)
- (9) 湧井:「ヒステリシス電動機における交番ヒステリシスと回転ヒステリシス」, 同上, 90, 1558 (昭45-8)

付 録

等価回路を用いた特性計算手順

まず初めに、回転子リングの動作ヒステリシスループを決める。動作ヒステリシスループについて B_m , μ , $\mu_1 (= \mu_{2p1})$, $\alpha_1 (= \alpha_{2p1})$, B_r が定まる。更にそのヒステリシスループについて高調波磁界が1~25%含まれた場合の $\Delta\mu$ を(35)式を用いて1%刻みで求め、その平均値の $\Delta\mu (= \mu_{2pn}, n \neq 1)$ を求める。これらの磁気定数を初期値として(29), (30)式を用いた(33)式から $H_{m1} (n=1$ の場合の H_n の値), H_h ($n=1$ の場合を除いた H_n の値) を求め、(31), (32)式を用いた(33)式から H_b を求める。ただし、ここでの H_{m1}, H_h, H_b は高調波の含有率を定めるためだけに用いることから、入力電流 I_1 は1とおいている。なお、計算した高調波次数は $n=1 \sim 121$, $\nu=1 \sim 5$ (どちらも第五次のスロット高調波まで) である。この H_{m1}, H_h, H_b から(35)~(41)式を用いて $\Delta H, \Delta H_m, \Delta\mu (= \mu_{2pn}, n \neq 1)$ を求める。更に、(42), (49)式などを用いて等価ループの透磁率 μ_{2p1} , ヒステリシス角 α_{2p1} を求める。ここで、高調波に対するヒステリシス角はマイナーループが扁平で面積が小さいことから零 ($\alpha_{2pn}=0, n \neq 1$) と仮定する。以上の定数を用いて(58), (59)式から ΔH 一定な高調波に対する等価インピーダンス, (61), (62)式から基本波分に対する等価インピーダンス, (64), (65)式から ΔB 一定な高調波に対する等価インピーダンスが計算される。誘導起電力 E_{2p} は次式によって計算される。

$$E_{2p} = 4.44 / K_w N_1 \varphi \cdots \cdots \cdots \text{(付 1)}$$

$$\text{ただし, } \varphi = 2(r_2 - r_1) L B_m$$

湯井 源二郎 (正員)

昭和4年6月21日生。28年3月東北大学工学部電気工学科卒業。同年4月原電気(株)入社。32年岩手大学工学部電気工学科助手、46年2月同教授。48年茨城大学工学部電気工学科に配置換えとなり、平2年10月学科改組により電気電子工学科、平成4年4月工学部長を併任し、現在に至る。交流電動機および磁気ヒステリシス現象の研究に従事。工学博士。日本応用磁気学会、計測自動制御学会、IEEE 会員。

澤 秀 典 (正員)

昭和34年2月26日生。58年3月茨城大学大学院修士課程修了。同年(株)日立製作所入社。現在、おおみか工場、発電制御システム設計部に所属し、水力発電所制御装置の設計に従事。

久保田 朋 次 (正員)

昭和26年12月12日生。49年3月茨城大学工業短期大学部電子工学科卒業。同年1月茨城大学工学部電気工学科技官、平2年10月学科改組により電気電子工学科、現在に至る。小形回転機およびそれに関する磁性材料の研究に従事。日本応用磁気学会、電子情報通信学会会員。