H_∞ 制御理論に基づく電動機の制振制御

正員 大内 茂 人 (千葉大)

正員 美 多 勉 (千葉大)

正員 矢 野 浩 司 (富士電機)

Active Vibration Control of a Motor System by Using H_∞ Control Theory
Shigeto Ouchi, Member, Tsutomu Mita, Member (Chiba University), Koji Yano, Member (Fuji Electric Co. Ltd.)

This paper treats the vibration control of a motor system which has a motor and a load connected with a flexible shaft. This system often generates a shaft torsional vibration. Traditional methods for this motor system are specifically to use notch filter to suppress the resonance of the system, or to adjust PID controller so that the closed loop frequency response is slower than that of the vibration mode. On the other hand, we have already proposed one method by disturbance observer to suppress the vibration. In this paper, we propose a new approach based on H_∞ control theory. For comparison, we also construct a PI control system based on Classical control theory.

The results of several experiments show us that the H_∞ control system is effective in suppressing the vibration as compared with the PI control system. Further, this study shows that the H_∞ controller obtained consists of a PI controller and a series compensator that functions as an active vibration controller.

キーワード：電動機制御，軸ねじり振動，制振制御， H_∞ 制御

1. ま え が き

産業プラントや産業用ロボットなどにおける電動機の変速制御において、電動機と負荷が軸により弾性的に結合されている場合、軸のねじり振動が発生することがある。このような振動系に対する制御系設計法として、古典制御理論においては共振モードの応答に対し、制御系の応答を十分遅くするか、ノッチフィルタにより共振モードの振幅を小さくする方法が考えられる。現代制御理論においては、電動機と負荷からなる共振系をモデルとしてオブザーバを設計し、推定した状態変数を用いる方法⁽¹⁾⁽²⁾、著者らの行ったオブザーバで軸トルクを推定する方法⁽³⁾などがある。一方、最近話題の H_∞ 制御による実験の報告としては、例えば文献(4)～(6)などがあり興味深い。電動機制御系に適用したものではない。電動機制御系へ適用した報告としては文献(7)があり、同様に興味深

いが、この報告では評価関数として外乱から制御出力までの伝達関数の H_∞ ノルムを考えたとき、負荷トルクのステップ状の変化に対しては負荷の回転は振動的となることが示されている。これに対して、著者らは評価関数および周波数重みを工夫することで H_∞ 制御により振動を抑制できることをシミュレーションにより示した⁽⁸⁾。

本論文では、文献(8)と同様に電動機と軸と負荷から構成された 10 Hz の固有振動数をもつ共振系のモデルにおいて、外乱(観測ノイズ、負荷トルク)から制御入力および制御出力(電動機速度、電動機速度と負荷速度の差)までの伝達関数の H_∞ ノルムを評価関数とすることを考えた⁽⁹⁾。得られた H_∞ コントローラを用いて実験を行った結果、10 Hz の軸ねじり振動が抑制できることを確認した。同時に電動機制御においてしばしば用いられる PI コントローラとの比較を行うことによって、得られた H_∞ コントローラは PI コ

ントローラに、位相遅れ、位相進み補償からなる直列補償器が接続されたものであることを明らかにし、実験での両者の比較により、 H_∞ コントローラによる制御が優れていることを明らかにした。

本論文は、また共振系の制振制御に対し前述のオブザーバが電動機トルクと電動機速度の二つの情報を必要としたのに対し、電動機速度のみの情報でも十分に制振制御が可能であることを示している。更に、最悪外乱から制御出力までの H_∞ ノルムを指定した値より小さくするという H_∞ 制御理論⁽¹²⁾ から得られたコントローラが、実は位相遅れ、位相進み補償をも考慮したコントローラとなっているという興味深い結果も示すことができた。

次に、本論文で用いる記号を以下のように定義しておく。

$$\begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} := C(sI - A)^{-1}B + D$$

(Doyle の記述法)

2. 制御対象

制御対象は図1に示すように、他励直流電動機に負荷が軸で弾性的に結合されているとし、この制御対象において電動機および負荷の回転速度を制御することを考える。図2は、図1のブロック線図による表現である⁽¹⁰⁾。

図2において状態および出力方程式は、 u を制御入力、 v を外乱、 d を観測ノイズとすると、

$$\begin{cases} \dot{x} = A_p x + B_p u + B_d v \\ y = C_p x + d \end{cases} \quad (1)$$

図1 プラントモデル
Fig. 1. Plant model.

τ_M : 電動トルク, n_M : 電動機速度, n_L : 負荷速度
 τ_c : 軸トルク, τ_L : 負荷トルク

図2 図1のブロック線図
Fig. 2. Block diagram of Fig. 1.

と表すことができる。ただし、

$$\begin{aligned} x &:= [n_M \ \tau_c \ n_L]^T, \quad u := \tau_M, \quad v := \tau_L \\ A_p &= \begin{bmatrix} 0 & -1/T_M & 0 \\ 1/T_c & 0 & -1/T_c \\ 0 & 1/T_L & 0 \end{bmatrix} \\ B_p &= \begin{bmatrix} 1/T_M \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1/T_L \end{bmatrix} \\ C_p &= [1 \ 0 \ 0] \end{aligned}$$

である。

3. 問題の定式化

制御対象に対する制御目的として以下のことを考える。

- (1) 軸ねじり振動を抑制する。
- (2) 負荷トルクの変動に対して、電動機速度および負荷速度の変動を極力小さく抑え、かつステップ状の負荷トルク変動に対して、定常偏差を0とする。
- (3) 制御入力 u を小さく抑えロバスト安定な制御系とする。

制御目的(1)、(2)から制御出力 y_z を

$$\begin{aligned} y_z &= C_z x = [n_M \ n_M - n_L \ n_L]^T \\ C_z &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

と定める。また、制御目的(3)より制御入力 u を小さく抑えることを同時に考えると、重み $W_1 \sim W_3$ を含めた一般化プラントは、制御出力を $z_1 := W_1 y_z$, $z_2 := W_2 u$, 外乱を $w (W_3 w = [v \ d]^T)$ とするとき

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ y \end{bmatrix} = G \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$G := \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1 P_{zw} W_3 & W_1 P_{zu} \\ 0 & W_2 \\ P_{yw} W_3 & P \end{bmatrix}$$

と表すことができる。ここで、

$$P_{zw} := \begin{bmatrix} A_p & B_w \\ C_z & 0 \end{bmatrix}$$

$$P_{zu} := \begin{bmatrix} A_p & B_p \\ C_z & 0 \end{bmatrix}$$

$$P_{yw} := \begin{bmatrix} A_p & B_w \\ C_p & D_w \end{bmatrix}$$

$$P := \begin{bmatrix} A_p & B_p \\ C_p & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_w := [B_d \ 0], D_w := [0 \ I]$$

と定義した。(3)式に対して、 H_∞ コントローラ K により、

$$u = Ky \dots\dots\dots (4)$$

のフィードバックを施すと閉ループ伝達関数は、

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \phi w \dots\dots\dots (5)$$

$$\phi = \begin{bmatrix} W_1 P_{zw} W_3 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} W_1 P_{zu} \\ W_2 \end{bmatrix} \times K(I - PK)^{-1} P_{yw} W_3$$

となる。以上より、図3のように問題を定式化することができる。

問題は、

(C1) P と K で構成される閉ループ系を内部安定化し、

(C2) G と K で構成される閉ループ系の極を虚軸を含んだ左半平面に配置し、

(C3) $\|\phi\|_\infty < 1$

を満たすコントローラを求めることである⁽⁹⁾。

ここで、周波数重みを

$$\left. \begin{aligned} W_1 &:= \begin{bmatrix} A_{w1} & B_{w1} \\ C_{w1} & D_{w1} \end{bmatrix} \\ W_2 &:= D_{w2} \\ W_3 &:= \begin{bmatrix} A_{w3} & B_{w3} \\ C_{w3} & D_{w3} \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

と定義すると、 G の状態空間表現は、

$$G := \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & 0 & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (7)$$

$$= \begin{bmatrix} A_{w1} & B_{w1}C_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_P & B_wC_{w3} & B_wD_{w3} & B_P \\ 0 & 0 & A_{w3} & B_{w3} & 0 \\ C_{w1} & D_{w1}C_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D_{w2} \\ 0 & C_P & D_wC_{w3} & D_wD_{w3} & 0 \end{bmatrix}$$

となる。

ところで、本論文ではサーボ系を構成するために周波数重み W_1 に $1/s$ を含ませるが、このような問題は従来の H_∞ 制御理論⁽¹¹⁾ に含まれていない、いわゆる一般化 H_∞ 制御問題となる。従来の H_∞ 制御理論では(5)式で表される ϕ の内部安定性が要求されるためサーボ系を構成するためには $1/s$ の代わりに W_1 に近似的に $1/(s+\epsilon)$ をもたせる必要がある。しかし、厳しい目標値追従性が要求されるときは、その仕様を満

図3 H_∞ 制御系
Fig. 3. H_∞ control system.

たすことができない。そこで、 $1/(s+\epsilon)$ ではなく $1/s$ で制御系を設計する方法を確立することは重要なことである。本論文では $1/s$ を扱うことが可能な、劉らの一般化 H_∞ 制御理論を用いる⁽⁹⁾。

その仮定は、次のように表される。

(A1) (A, B_2, C_2) は虚軸を含まない右半面で可制御、可観測であり、虚軸上において不可制御かつ不可観測なモードは存在しない。

(A2) D_{12} は列フルランク、 D_{21} は行フルランク。

(A3) 虚軸上における (A, B_2) の不可制御モードは G_{12} の不変零点である。また、 (C_2, A) の不可観測モードは G_{21} の不変零点である。更に、 G_{12} と G_{21} は虚軸上において、これら以外に不変零点はもたない。

4. H_∞ 制御系設計

H_∞ コントローラを設計するためには、設計パラメータである周波数重みを、制御目的を満足し、かつ(A1)~(A3)の仮定を満たすように定める必要がある。

(1) W_1 の(1, 1)要素(電動機速度 n_M の重み)は、制御系が1形のサーボ系となるように $1/s$ を含ませ、その零点は、繰返し設計計算の結果、制御系の速度性と関係があるので約 100 ms の外乱応答をねらって -10 とした。

(2) W_1 の(2, 2)要素(電動機速度と負荷速度の差 $n_M - n_L$ の重み)は、運転中に軸のねじり剛性が変化し $n_M - n_L$ に誤差が生じててもその誤差が拡大せず安定な制御ができるように選定した。

(3) W_1 の(3, 3)要素(負荷速度 n_L の重み)は、(1, 1)要素と入れ換えてもほぼ同じ応答を示すが、本論文では(3, 3)要素は0とした。

(4) W_2 はコントローラの出力が過大な大きさになることで、制御対象中に存在するモデルと異なる振動モードなどを励起しないように選定した。

(5) W_3 の(2, 2)要素は制御対象とモデルの誤差や検出器ノイズの制御系への影響を小さくする働きがあるが、本論文で扱う制御対象では、これらは小さいと思われるので、重みのゲインは 10^{-3} とした。

以上のことから、 $W_1 \sim W_3$ を

$$\left. \begin{aligned} W_1 &= \begin{bmatrix} 3(s+10)/s & 0 & 0 \\ 0 & 0.3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ W_2 &= 0.2 \\ W_3 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.001s/(s+10) \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

と定め、(C1)～(C3)の要求を満たすような H_∞ コントローラを制御系設計用 CAD, MATLAB を用いて劉らの解法により計算すると、

$$K = \frac{12,587(s+6.1)(s+26 \pm j85)(s+10)}{s(s+41 \pm j126)(s+250)(s+10.001)}$$

となる。ただし、計算に用いた制御対象のパラメータは $T_M=600$ ms, $T_c=0.84$ ms, $T_L=500$ ms である。ここで、安定な極 -10.00 と零点 -10 をキャンセルすると、 H_∞ コントローラは

$$K = \frac{12,587(s+6.1)(s+26 \pm j85)}{s(s+41 \pm j126)(s+250)} \dots\dots (9)$$

となる。コントローラがこのような低次元化されたのは W_3 の(2, 2)要素のゲインが 10^{-3} と小さくコントローラの構造にあまり寄与していないためである。

ところで、実験ではデジタル制御装置を使用するので、(9)式を双一次変換

$$s = \frac{2}{T} \frac{Z-1}{Z+1} \dots\dots\dots (10)$$

により雑散化した。ただし、 $T=5$ ms である

5. 実験結果

〈5・1〉 実験装置 図4に示す実験装置は、右端が電動機、左端が負荷機であり、両者は細い軸で結合されている。表1には実験機のパラメータを示す。

図5には実験装置の構成線図による表現を示す。この実験における制御装置は、既に製品化されて稼動中であるところの16ビットマイコン搭載のサイリスタレオナード装置を使用した。特に H_∞ 制御においては速度調節器の一部を改造したものを使用した。

サンプリング周期は速度調節器 ASR が 5 ms, 電流調節器 ACR が 3.3 ms となっている。

図における記号を以下のように定める。

CT : 電流検出器, TH : サイリスタ
PG : 速度検出器, ASR : 速度調節器

図4 実験装置

Fig. 4 Experimental system.

表1 実験機パラメータ

Table 1. Parameters of the experimented motor.

電動機	容量	22 kW 150%
	速度	1,750/3,000 rpm
負荷機	容量	22 kW 150%
	速度	1,750/3,000 rpm

図5 実験装置の構成線図

Fig. 5. Schematic diagram of the experimental system.

図6 自由振動

Fig. 6. Free vibration.

(a) H_∞ コントローラ

(b) PIコントローラ①

(c) PIコントローラ②

図 7 ステップ状負荷トルク外乱(17%)応答
Fig. 7. Response to step disturbance (17%).

ACR: 電流調節器, PA: 点弧パルス発生器

〈5・2〉 実験結果 図 6 は電動機が約 100 rpm で回転しているとき、故意に電流を 0 とし電動機と軸と負荷からなる機械系を自由振動させ、この系の固有振動数を測定した結果である。その結果、この系の固有振動数は約 10 Hz であることを確認した。

実験は次の三つのケースについて行った。

- (1) ステップ状負荷トルク外乱に対する応答の測定
- (2) ステップ信号に対する応答の測定
- (3) ランプ信号に対する応答の測定

(a) H_∞ コントローラ

(b) PIコントローラ①

(c) PIコントローラ②

図 8 ステップ状負荷トルク外乱(27%)応答
Fig. 8. Response to step disturbance (27%).

更に、図 5 における速度調節器 ASR としては電動機制御でしばしば用いられる PI 制御との比較のため次の 3 種類のコントローラを用いた。

(i) H_∞ コントローラ コントローラの形は(9)式で示されている。

$$(ii) \text{ PIコントローラ①} \quad 14.3(s+6.25)/s \dots\dots\dots (11)$$

$$(iii) \text{ PIコントローラ②} \quad 6.7(s+3.03)/s \dots\dots\dots (12)$$

PI コントローラ①は制御系が発振する直前まで速応性を高めた状態に調整されている。ところで、制御

(a) H_{∞} コントローラ

(b) PIコントローラ①

(c) PIコントローラ②

図 9 ステップ応答
Fig. 9. Step response.

系の速応性を次第に下げていくと共振モードの振幅は段々と小さくなっていくが、ある値以上は小さくならない点がある。PIコントローラ②はその点に調整されている。すなわち、安定性を重視した調整となっている。

図7はステップ状負荷トルク外乱17%の場合である。まず、初期状態から17%の負荷トルクをステップ状に加え、その後、制御系の応答が落ち着いたところを見はからって今度は負荷トルクを初期状態にもどした場合の応答を示したものである。(a)図は H_{∞} 制御の場合、(b)、(c)図はPI制御の場合であるが、PI制御では応答を上げると[(b)図]、制御系が振動的とな

(a) H_{∞} コントローラ

(b) PIコントローラ②

図 10 ランプ応答
Fig. 10. Ramp response.

り、応答を下げると[(c)図]、制御系の振動は小さくなるが、外乱が加わったときの速度の変動が大きくなる。これに比べて H_{∞} 制御の場合は、外乱が加わったときの制御系の振動を積極的に抑えながら、速度の変動量もPI制御に比べて小さく抑えていることがわかる。更に、 W_1 の(1, 1)要素で約100 msの外乱応答仕様として与えたが、実際の応答もそれとほぼ一致していることがわかる。

図8は、図7と同様の条件のもとでステップ状負荷

トルク外乱 27%を加えた場合である。 H_∞ 制御では、(a)図からわかるように速度の変動量は外乱の大きさに比例して増加しているが、応答および制振効果は外乱の大きさに関係なく一定であることがわかる。一方、PI制御では(b)図を見ると、外乱が大きくなると振動モードの振幅も増大しており、不安定になりやすい系となっているといえる。

図9は1.25%のステップ信号に対する応答である。まず初期状態から1.25%のステップ信号を目標値として加え、その後、制御系の応答が落ち着いたところを見はからって目標値を初期状態にもどした場合の応答を示したものである。(b)図より、PIコントローラ①の場合は(a)図の H_∞ コントローラの場合と応答速度はあまり変わらないが、明らかに振動的である。ところが、(c)図のようにPIコントローラ②を用いると振動は減少するが、応答速度が悪くなることがわかる。

図10はランプ信号に対する応答である。(a)図は H_∞ コントローラの場合、(b)図はPIコントローラ②の場合である。これらは、実際のプラントで用いられる運転パターンを想定して行った実験であるが、(a)図より H_∞ コントローラが十分に実用化可能であることがわかる。また、(a)図と(b)図の比較により、 H_∞ コントローラが優れていることは明らかである。

6. H_∞ 制御系解析

表2は閉ループ系の極を表している。同表より振動が抑制されていることがわかる。また、重み W_1 の(1, 1)要素の零点-10に対応して $-11.24 \pm j4.28$ が閉ループ極として表れていると考えられる。

図11は H_∞ コントローラとPIコントローラのゲイン特性と、位相特性である。これらは軸の固有振動数に相当する周波数付近まではその特性がよく一致している。特に発振限界にあるPIコントローラ①と H_∞ コントローラの位相特性が低周波領域において全く重なっている。これらのことから、 H_∞ コントローラは(H_∞ コントローラ)

$$= (\text{PIコントローラ①}) \times H(s) \dots\dots\dots (13)$$

のように表すことができ、 $H(s)$ は三次でプラントと同じ次数であることを考えると、同一次元オブザーバと同じ形をしていることがわかる。更に、実験において H_∞ コントローラでは振動が抑えられ、PIコントローラでは振動的であったことを考えると、 $H(s)$ が制振機能をもっていると考えられることができる。

ところで、コントローラの設計は古典制御理論にお

表 2 閉ループ極

Table 2. Poles of the closed loop system.

$-74.53 \pm j145.17$
$-11.24 \pm j4.28$
$-5.79 \pm j64.71$
-149.01

(a) ゲイン特性

(b) 位相特性

図 11 コントローラの特長

Fig. 11. Characteristic of controller.

いては、開ループ整形の立場から開ループ系のゲイン特性と位相特性をそれぞれ考慮しながら試行錯誤により行われてきた。一方、 H_∞ 制御では最悪外乱から制御出力までの H_∞ ノルムを下げるように閉ループ整形することにより行われる。図11は H_∞ コントローラが、閉ループゲインのみに着目して設計されているにもかかわらず、開ループ系における位相遅れ、位相進み補償を考慮した設計となっているという興味深い結果を示している。

7. あとがき

10 Hzの固有振動数をもつ電動機と負荷からなる系に対し、 H_∞ 制御理論を用いてコントローラを設計し

実験を行った。その結果、この制御系が10 Hzの軸ねじり振動を抑制できること、更に、PI制御による制御系と比べてはるかに優れていることを確認した。

ところで、制御対象が振動的である場合、振動を抑制しつつ、速応性の向上を図らなければならないが、振動抑制に関しては周波数領域での評価を行う H_∞ 制御より、時間領域での評価を行う H_2 制御のほうがより有効であると思われる。そこで、速応性は H_∞ 制御で、振動抑制制御は H_2 制御でそれぞれ独立に達成するような、2自由度制御系の確立が今後の課題である⁽¹³⁾。また、本論文では負荷や軸が変動しない場合を扱ったが、今後の課題として負荷や軸が変動する場合も扱っていきたいと考える。

最後に、本研究に対し貴重な御意見をいただいた千葉大学 劉 康 志先生に謝意を表します。

(平成4年3月23日受付)

文 献

- (1) 大石・名井・大西・宮地：「二慣性共振系を持つ他励直流機の一速度制御法」，電学論 B, **106**, 111 (昭61-2)
- (2) 斉藤・石田・吉沢・畔上・河村：「圧延機のLQI速度制御系とパラメータ固定」，同上 B, **105**, 257 (昭60-3)
- (3) 大内・矢野：「ディジタルオブザーバによるギヤバックラッシュを有する電動機の軸ねじり振動抑制制御」，同上 D, **110**, 410 (平2-4)
- (4) 村松・藤田・清水：「 H_∞ 制御理論を適用したロバストな磁気浮上系」，同上 D, **110**, 1051 (平2-10)
- (5) 川谷・山下・藤森・木村：「 H_∞ 制御理論に基づくアクティブサスペンションの制御」，計測自動制御学論, **27**, 554 (平3-5)
- (6) H. Kuraoka, N. Ohka, M. Ohba, S. Hosoe & F. Zhang: "Application of H_∞ optimal design to automotive fuel control", ACC, p. 1957 (1989)
- (7) S. G. Kulkarni & Y. Hori: " H_∞ APPROACH FOR VIBRATION SUPPRESSION IN 2-MASS SYSTEM", 1991 National Convention IEE, Japan—Industry Applications Society—, E. 29~E. 32
- (8) 大内・美多：「電動機の H_∞ 制御」，電気学会産業計測制御研資, p. 93 (平4)
- (9) Kang-Zhi Liu & T. Mita: "Generalized H_∞ Control Theory", ACC, p. 2245 (1992)
- (10) 日本鉄鋼協会編：板圧延の理論と実際(昭59)日本鉄鋼協会

- (11) K. Glover & J. C. Doyle: "State-Space Formulae for All Stabilizing Controllers that Satisfy an H_∞ -norm Bound and Relations to Risk Sensitivity", *Systems & Control Letters*, **11**, 167 (1988)
- (12) 木村：「ハーディ空間における補間極値問題とシステム理論」，計測と制御, **24**, 605 (昭60-7)
- (13) 大内・美多：「 H_2 制御による H_∞ 制御系の最適化」，計測自動制御学論, **27**, 1123 (平3-10)

大内 茂人 (正員)

昭和51年鹿児島大学大学院修士課程修了。同年大塚製薬(株)入社。55年1月富士電機(株)転社。同社電機システム事業部システム技術部にて、電動応用システムの企画・研究・設計に従事。現在、千葉大学大学院自然科学研究科博士課程在学中(富士電機在職中)。計測自動制御学会会員。

美多 勉 (正員)

昭和50年東京工業大学大学院博士課程修了。千葉大学講師，助教授を経て，平成2年3月同教授。制御理論，ロボット工学，電力工学などの研究・教育に従事。工学博士。平成元年計測自動制御学会論文賞，2年システム制御情報学会榎木記念論文賞受賞。計測自動制御学会会員。

矢野 浩司 (正員)

昭和58年神戸大学工学部電子工学科卒業。同年4月富士電機(株)入社。同社東京制御製作所パワーエレクトロニクス設計部にて産業用可変速装置の開発に従事。