四面体辺要素を用いた三次元有限要素法による 直流電磁石の過渡動作特性の数値解析

正員 河瀬 順 洋 (岐 卓 大)

正員 菊 地 春 秀 (電算システム)

3-D Dynamic Analysis of DC Electromagnet using Finite Element Method with Tetrahedral Edge Elements

Yoshihiro Kawase, Member (Gifu University), Haruhide Kikuchi, Member (Densan System Co., Ltd.)

To design DC electromagnets in an optimal manner, it is necessary to obtain the dynamic behavior accurately. A new method to calculate the dynamic behavior using the finite element method with edge elements has been developed. In order to verify its accuracy, the static and the dynamic behaviors of a clapper type electromagnet are calculated. The 3-D electromagnetic field analysis is carried out using the vector finite element with tetrahedral edge variables. The force is obtained by using the Maxwell stress tensor. The displacement of the armature of the electromagnet is obtained by solving the motion equation of the moving parts. The calculated results of the edge elements and that of the nodal elements are compared with the measurements. Moreover, it is clarified that the forces and the dynamic behavior can be accurately calculated using the edge elements.

キーワード：三次元，有限要素法，辺要素，電磁石，非線形，運動方程式，電磁力

1. ま え が き

磁気を応用した電気・電子機器の最適設計のために種々の努力がはらわれているが、従来は試作品による実験的検討がほとんどであった。今日コンピュータおよび各種数値解析法の発達により、計算機支援設計が広く用いられている。既に著者らは、三次元場において四面体節点要素を用いた有限要素法による電磁石の過渡動作解析法を開発し、ヒンジ形直流電磁石に応用し、その有用性を明らかにするとともに動作特性に及ぼす諸因子について検討した⁽¹⁾⁽²⁾。

近年、従来の未知数が節点で定義される要素ではなく、辺で定義される新しい要素である辺要素が提案されており^{(3)~(6)}、解析精度や計算時間などについても検討されている^{(7)~(9)}。しかし、従来までの検討では解析精度検証用モデル⁽⁸⁾⁽⁹⁾や簡単なモデル⁽⁷⁾での基礎

的な検討がほとんどで、実際の機器への適用に関しての検討、すなわち電圧に関する方程式や運動に関する方程式との連成に際しての方法、ならびに解析精度、計算時間についての検討はほとんどなかった。

そこで著者らは、辺要素を用いた三次元磁界解析法を、電磁石の過渡動作解析法に拡張するとともに、ヒンジ形直流電磁石⁽¹⁾⁽²⁾に応用し、実器への適用に関しての有用性を検討した。すなわち、新たに辺要素を用いた三次元有限要素解析法と電圧に関する方程式ならびに運動方程式を連成させ、電磁石の動作特性の解析方法を開発するとともに、従来の節点要素による方法と比較検討し、その有用性を明らかにしたので報告する。

本論文では、まず四面体辺要素を用いた三次元非線形磁界解析法についての定式化ならびに電圧に関する方程式との連成方法の詳細について述べた。また、電

磁石の動作特性の解析手法についても述べた。次に、本手法をヒンジ形直流電磁石⁽¹⁾⁽²⁾に応用し、同一要素分割図を用いて、まず吸引力特性を、辺要素を用いた本手法による計算結果と従来の節点要素を用いた方法による計算結果および実測値⁽¹⁾と比較検討し、計算精度を定量的に明らかにした。更に、過渡動作特性までも解析し、従来の節点要素による計算値および実測値⁽²⁾と比較検討し、計算精度だけでなく、記憶容量、計算時間などについても定量的に示し、本手法の有用性について明らかにした⁽¹⁰⁾。これらの検討により、本手法は、実際の機器を、従来法⁽¹⁾⁽²⁾よりも、より高精度でかつ実用的に解析でき、計算機支援設計の有用な手法であることが明らかになった。

2. 解析方法

〈2・1〉 辺要素による三次元非線形磁界解析法

(1) ガラーキン法による定式化 磁気ベクトルポテンシャルを用いたときの過渡磁界解析に関する基礎方程式⁽⁶⁾は次式で与えられる。

$$\text{rot}(\nu \text{rot } \mathbf{A}) = \mathbf{J}_0 + \mathbf{J}_e \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 $\mathbf{A}$ ：は磁気ベクトルポテンシャル、 ν ：磁気抵抗率、 $\mathbf{J}_0$ 、 $\mathbf{J}_e$ ：それぞれ強制電流密度および渦電流密度

また、渦電流密度 $\mathbf{J}_e$ は辺要素を用いるときには、いわゆる電気スカラーポテンシャル ϕ を用いずに次式で与えることができる⁽⁶⁾。

$$\mathbf{J}_e = -\sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 σ ：導電率

後述する四面体辺要素の辺 i で定義されるベクトル補間関数 N_i を重み関数として(1)式にガラーキン法を適用し、次式で定義される残差 G_i が零となる近似解を求める。

$$G_i = \int N_i \{ \text{rot}(\nu \text{rot } \mathbf{A}) \} dv - \int N_i \mathbf{J}_0 dv - \int N_i \mathbf{J}_e dv = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

(3)式の第1項を G_{ii} とし、ベクトル公式で変形すると次式が得られる。

$$G_{ii} = \int \text{rot } N_i (\nu \text{rot } \mathbf{A}) dv - \oint N_i \{ (\nu \text{rot } \mathbf{A}) \times \mathbf{n} \} dS \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、自然境界条件⁽⁹⁾を(4)式に適用すれば解析領域の最外面での表面積分は零となる。すなわち、(2)および(4)式から(3)式は次式になる。

$$G_i = \int \text{rot } N_i (\nu \text{rot } \mathbf{A}) dv - \int N_i \mathbf{J}_0 dv + \int N_i \left(\sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) dv = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

(2) 一次四面体要素による離散化 図1に示す一次四面体辺要素を用いたときの相対辺番号 le に対応するベクトル補間関数 N_{le} は、次式で定義される⁽⁴⁾⁽⁵⁾。

$$N_{le} = \lambda_{me} \text{grad } \lambda_{ne} - \lambda_{ne} \text{grad } \lambda_{me} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 λ_{me} 、 λ_{ne} ：それぞれ相対節点番号 me および ne に対応する体積座標

例えば、体積座標 λ_{me} は図2に示すように、相対節点番号 me に対応する面を底面とする斜線部の四面体の体積 V_{me} と要素 (e) の体積 V_e の比で定義され、次式で表される。

$$\lambda_{me} = \frac{1}{6V_e} (a_{me} + b_{me}x + c_{me}y + d_{me}z) \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$V_e = \frac{1}{6} \sum_{me=1}^4 (-1)^{me} \{ x_{me}(y_{ne}z_{oe} - z_{pe}) + y_{oe}(z_{pe} - z_{ne}) + y_{pe}(z_{ne} - z_{oe}) \} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$a_{me} = (-1)^{me} \{ x_{ne}(y_{pe}z_{oe} - y_{oe}z_{pe}) + x_{oe}(y_{ne}z_{pe} - y_{pe}z_{ne}) + x_{pe}(y_{oe}z_{ne} - y_{ne}z_{oe}) \} \quad \dots\dots\dots (9)$$

図1 四面体辺要素
Fig. 1. Tetrahedral edge element.

図2 相対接点番号 me に対応する体積座標
Fig. 2. Barycentric coordinate with respect to node me .

$$b_{me}=(-1)^{me}\{y_{ne}(z_{oe}-z_{pe})+y_{oe}(z_{pe}-z_{ne})+y_{pe}(z_{ne}-z_{oe})\} \dots\dots\dots (10)$$

$$c_{me}=(-1)^{me}\{z_{ne}(x_{oe}-x_{pe})+z_{oe}(x_{pe}-x_{ne})+z_{pe}(x_{ne}-x_{oe})\} \dots\dots\dots (11)$$

$$d_{me}=(-1)^{me}\{x_{ne}(y_{oe}-y_{pe})+x_{oe}(y_{pe}-y_{ne})+x_{pe}(y_{ne}-y_{oe})\} \dots\dots\dots (12)$$

ここで、 me , ne , oe , pe は循環する相対節点番号で、例えば $me=2$ のとき ne , oe , pe はそれぞれ 3, 4, 1 に対応する。

以上より、(6)式のベクトル補間関数 N_{ie} を用いれば、要素(e)内の任意の点 $q(x, y, z)$ における磁気ベクトルポテンシャル $A^{(e)}$ は次式で表すことができる。

$$A^{(e)}=\sum_{le=1}^6 N_{ie}A_{le} \dots\dots\dots (13)$$

ここで、 A_{le} : 要素(e)の相対辺番号 le に対応する未知変数

すなわち、(6)～(13)式を用いれば(5)式を離散化することができる。

(3) 非線形解析法 非線形解析にニュートン・ラプソン法⁽¹¹⁾を用いれば、解くべきマトリックスは(5)式より次式で表される。

$$\left\{\frac{\partial G_i^{t+\Delta t}}{\partial A_i^{t+\Delta t}}\right\}\{\delta A_i^{t+\Delta t}\}=-\{G_i^{t+\Delta t}\} \dots\dots\dots (14)$$

ここで、 $\partial G_i^{t+\Delta t}/\partial A_i^{t+\Delta t}$ は次式で表される。ただし、時間微分項は後退差分近似⁽¹¹⁾、等方性の磁性体についてのみ述べる。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial G_i^{t+\Delta t}}{\partial A_i^{t+\Delta t}} \\ &= \sum_v \left\{ \text{rot } N_i^{(e)}(\nu^{(e)} \text{rot } N_l^{(e)}) \delta_i^{(e)} \delta_l^{(e)} dv \right. \\ & \quad + 2 \frac{\partial \nu^{(e)}}{\partial (B_{l+\Delta t}^{(e)})^2} \int (\text{rot } N_l^{(e)} B_{l+\Delta t}^{(e)}) \\ & \quad \times (\text{rot } N_i^{(e)} B_{l+\Delta t}^{(e)}) \delta_i^{(e)} \delta_l^{(e)} dv \left. \right\} \\ & \quad + \sum_{\Gamma_e} \frac{1}{\Delta t} \int N_i^{(e)} (\sigma^{(e)} N_l^{(e)}) \delta_i^{(e)} \delta_l^{(e)} dv \\ & \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

ここで、 Ω , Γ_e : それぞれ全領域および渦電流が流れる領域

また、 $B_{l+\Delta t}^{(e)}$ は時刻 $t+\Delta t$ における要素(e)の磁束密度である。(15)式は、絶対辺番号 i および l を有する要素(e)についてのみ計算し、それらの和をとれば(14)式のマトリックスが作成できることを表している。すなわち、 $\delta_i^{(e)}$ および $\delta_l^{(e)}$ がこれを表す関数であり、それぞれ要素(e)が、絶対辺番号 i および l を有するとき1、それ以外るとき0になる。なお、(15)式

に積分公式を適用して得られる(14)式の係数マトリックスは対称となることから、ICCG法⁽¹²⁾が適用可能である。また、(15)式の $\partial \nu^{(e)}/\partial (B_{l+\Delta t}^{(e)})^2$ は、磁化曲線から求められる⁽¹¹⁾。なお、線形解析ではこれを零として1回計算すればよい。

(4) 電圧が与えられた有限要素法 電圧が印加された場合の過渡解析では巻線に流れる電流 I_0 は未知であるため、電圧に関する方程式も解かなければならない。しかし、辺要素に関する従来の検討^{(7)～(9)}は、前述の(1)式の解析のみであるので、そのままでは実際の機器への適用は困難である。そこで、前述の電流が与えられたときの辺要素を用いた三次元有限要素解析法を拡張し、電圧が与えられた有限要素解析法について述べる。

電圧に関する方程式は次式で与えられる⁽¹³⁾。

$$E=V_0-R I_0-L \frac{dI_0}{dt}-\frac{d\psi}{dt}=0 \dots\dots\dots (16)$$

ここで、 V_0 , R , L , I_0 : それぞれ巻線の端子電圧、実効抵抗、解析領域外のインダクタンスおよび強制電流

また、 ψ は巻線との総鎖交磁束数で次式で与えられる⁽¹³⁾。

$$\psi=\frac{n_c}{S_c} \int \left(\int A ds \right) dS \dots\dots\dots (17)$$

ここで、 n_c , S_c : それぞれ巻線の巻数および断面積、 ds : 電流が流れる方向に沿った微小線分、 dS : 巻線の断面における微小面積、微小線分 ds の方向は巻線の断面の単位法線ベクトル n_s と同じであるから、(17)式は次式で表される。

$$\psi=\frac{n_c}{S_c} \int A n_s dv \dots\dots\dots (18)$$

ここで、 dv : 巻線領域

また、巻線に流れる電流 I_0 と強制電流密度 J_0 の関係は次式で表される。

$$J_0=\frac{n_c}{S_c} I_0 n_s \dots\dots\dots (19)$$

(19)式を(5)式へ代入すれば電流 I_0 を含む項の残差 $G_{0i}^{(e)t+\Delta t}$ は次式で表される。

$$G_{0i}^{(e)t+\Delta t}=\sum_{\Gamma_e} \frac{n_c}{S_c} I_0^{t+\Delta t} \int N_i^{(e)} n_s^{(e)} \delta_i^{(e)} dv \dots\dots\dots (20)$$

(20)式を用いた(5)式と(16)式を連立させ、前述のニュートン・ラプソン法を用いれば、解くべきマトリックスは次式で表される。

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial G_i^{t+\Delta t}}{\partial A_i^{t+\Delta t}} \\ \frac{\partial E^{t+\Delta t}}{\partial A_i^{t+\Delta t}} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial G_i^{t+\Delta t}}{\partial I_0^{t+\Delta t}} \\ \frac{\partial E^{t+\Delta t}}{\partial I_0^{t+\Delta t}} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \delta A_i^{t+\Delta t} \\ \delta I_0^{t+\Delta t} \end{array} \right\} \\ & = - \left\{ \begin{array}{l} G_i^{t+\Delta t} \\ E^{t+\Delta t} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial G_i^{t+\Delta t}}{\partial I_0^{t+\Delta t}} = - \frac{n_c}{S_c} \sum_{r_n} \int N_i^{(e)} n_s^{(e)} \delta I_i^{(e)} dv \dots\dots (22)$$

$$\frac{\partial E^{t+\Delta t}}{\partial A_i^{t+\Delta t}} = - \frac{n_c}{S_c} \frac{1}{\Delta t} \sum_{r_n} \int N_i^{(e)} n_s^{(e)} \delta I_i^{(e)} dv \dots\dots\dots (23)$$

$$\frac{\partial E^{t+\Delta t}}{\partial I_0^{t+\Delta t}} = -R - \frac{L}{\Delta t} \dots\dots\dots (24)$$

ここで、(21)式の $\partial G_i^{t+\Delta t} / \partial A_i^{t+\Delta t}$ は通常の強制電流密度が与えられた場合の(15)式と同じである。また、 $\partial G_i^{t+\Delta t} / \partial I_0^{t+\Delta t}$ および $\partial E^{t+\Delta t} / \partial A_i^{t+\Delta t}$ は(22)、(23)式からわかるように、(21)式の下段の電圧に関する行に Δt を乗じれば、マトリックスは対称になり、マトリックスの解法にICCG法が適用可能となる。

〈2・2〉 可動鉄心に働く電磁力の解析法 電磁石の可動鉄心に働く電磁力の解析には、マクスウェルの応力法⁽²⁾⁽¹⁴⁾を用いる。なお、可動鉄心は回転運動するので、トルクを計算する必要がある。この可動鉄心に働くトルクの計算法の詳細は文献(2)に譲る。

〈2・3〉 可動鉄心の動作特性を考慮した解析法

電磁石の可動鉄心は回転運動するので、回転運動方程式を考慮し解析しなければならない。また、動作によって変化する可動鉄心部分の分割だけでなく、可動鉄心と固定鉄心間のギャップ中の分割も、要素が潰れたり重ならないように自動的に修正しなければならない。すなわち、可動鉄心の回転運動方程式および移動量を時間刻み幅 Δt ごとに計算し、分割図を自動修正すれば、動作特性の解析が可能である。なお、可動鉄心の回転運動方程式および移動量の計算方法の詳細は文献(2)、(15)に譲る。

3. 解析モデル

図3に解析モデルである直流電磁石⁽¹⁾⁽²⁾を示す。ヒンジ部に0.1mmのギャップを設けてあるのは、鉄心の非磁性めっきを考慮しているのと、可動鉄心のナイフエッジ部の加工精度(接触面の粗さ)が測定結果に及ぼす影響を小さくするためである。図4に解析に用いた可動鉄心、固定鉄心およびコイル部の三次元分割図を示す。また、空気部の分割は、後述の磁束の漏れを

図3 ヒンジ形直流電磁石
Fig. 3. Clapper type DC electromagnet.

図4 三次元分割図(鉄心およびコイル部)
Fig. 4. 3-D meshes of cores and coil.

十分に考慮できるようにした。なお、この三次元分割は解析精度の検討を容易にするため、文献(1)、(2)で検討したときのものよりもかなり粗くなるように、新たに作成した。また、図5にマクスウェルの応力法による電磁力の計算に用いる積分面の取り方を示

図 5 積分面 S のとり方
Fig. 5. Positions of integral surface S .

す。なお、図 5 に破線で示す無限遠では、磁束密度 B は零になるので、同図に実線で示す積分面 $S_1 \sim S_3$ のみにおける磁束密度の計算値を用いて電磁力を計算した。解析領域は磁束分布の対称性から全体の 1/2 領域とし、辺要素および節点要素を用いて吸引力特性および過渡動作特性を解析し、実測値⁽¹⁾⁽²⁾と比較することにより精度を検討するとともに、記憶容量および計算時間を比較検討する⁽¹⁶⁾。なお本論文では、可動鉄心が固定鉄心に吸着するまでの間の動作特性の検討であり、吸着時の可動鉄心のはね返り⁽¹⁷⁾については考慮していないので、過渡解析における時間刻み幅 Δt は 1 ms とした。なお、はね返り⁽¹⁷⁾を考慮する場合は、時間刻み幅 Δt をかなり小さくする必要がある。また、渦電流の有無が動作時間に及ぼす影響についても検討した。マトリックスの解法には加速係数を導入した ICCG 法⁽¹²⁾を用いた。なお、加速係数 γ は四面体辺要素では $\gamma=1.02$ 、節点要素では $\gamma=1.2$ とした。また、ICCG 法の収束判定値は、最大ポテンシャルの 10^{-8} 倍として、ニュートン・ラプソン法の収束判定値は、磁束密度の修正量が 10 G 以下とした。

4. 解析結果と検討

〈4・1〉 吸引力特性 図 6 に、辺要素および節点要素を用いて非線形静磁界解析したときのギャップの長さ G および積分面のとり方が、電磁力の計算値に及ぼす影響を示す。なお、非線形性の影響も検討するために、定格の励磁電流の 100% だけでなく 70% の場合についても検討する。また、図中には実測値⁽¹⁾も示す。この図からわかるように、ギャップの長さ G が大きいときは、辺要素および節点要素を用いたときの計算値は実測値とかなりよく一致していることがわかる。しかし、ギャップの長さが小さいときには辺要素を用いたときの計算値は実測値とよく一致しているが、節点要素を用いたときの計算値は実測値よりも小

(a) 辺要素

(b) 節点要素

図 6 吸引力特性

Fig. 6. Attractive force characteristics.

さく計算されていることがわかる。このことから、本モデルでは節点要素を用いて解析すると、三次元分割が粗いときには電磁力が小さく計算されるが、辺要素では同じ分割図でも、より精度良く計算されることがわかる。

〈4・2〉 過渡動作特性 図 7 に、辺要素および節点要素を用いた場合の励磁電流の時間的変化の計算値を実測値⁽¹⁾⁽²⁾と対比して示す。可動鉄心が固定鉄心に吸引されていくに従い、インダクタンスの増加により励磁電流が一時的に減少する現象までも、正確にシミュレーションしていることがわかる。また、辺要素による計算値は実測値とよく一致しており、本解析法の妥当性がわかる。また、節点要素による計算値も実測値とかなりよく一致しているが、可動部が吸着してからあとは辺要素を用いた場合のほうが多少精度が良いことがわかる。また、渦電流により動作時間は遅くなることが定量的にわかる。

図 8 に、それぞれ辺要素および節点要素を用いたときの時刻 $t=8$ ms における磁束密度ベクトル図の一

図 7 励磁電流の時間的变化
Fig. 7. Waveforms of exciting current.

例を示す。この図からわかるように、表皮効果のため磁束が鉄心の表面に集中していることがわかる。表皮効果が表れる場合は、鉄心の表面を細かく分割する必要がある。しかし、(a)、(b)図を比較すると、同じ分割図を用いているにもかかわらず、辺要素を用いて計算したときのほうが、節点要素を用いて計算したときよりも定性的に正しい解が得られていることがわかる。すなわち、本モデルの場合には辺要素のほうが、節点要素より精度良く計算できることがわかる。

〈4・3〉 解析諸元 表 1 に解析諸元を示す。同表からわかるように、本例程度の分割図では、ワークステーションを用いて数時間で、非線形および渦電流まで考慮して、動作特性の解析的検討が可能であることがわかる。また、辺要素と節点要素の比較では、辺要素を用いたときには、未知変数の量は節点要素を用いたときと比較してかなり多くなることがわかる。しかし、計算に必要な記憶容量の大部分を占めるマトリックスの非零要素数は、渦電流を無視したときは両者はほとんど同じであるが、渦電流を考慮したときはかえって節点要素よりも少なくなっていることがわかる。また、総計算時間は、渦電流を無視したときには、辺要素を用いたほうが節点要素を用いたときの 1/2 以下であることがわかる。しかし、渦電流を考慮したときには、ほとんど同じであることがわかる。なお、表中

図 8 磁束密度ベクトル図 ($t=8$ ms)
Fig. 8. Distributions of flux density vectors.

表 1 解析諸元
Table 1. Discretization data and CPU time.

	渦電流を無視		渦電流を考慮	
	辺要素	節点要素	辺要素	節点要素
要素数	28,134			
節点数	5,624			
辺数	35,520			
未知数	30,232	12,020	30,232	13,246
マトリックスの非零要素数	248,837	245,953	248,837	302,451
ステップ数	20			
ICCG 法の平均反復回数	84.7	223.7	214.1	203.9
ニュートン・ラプソン法の平均反復回数	4.3	6.2	5.1	4.6
総計算時間(h)	2.4	6.5	5.6	5.7

使用計算機：日商エレクトロニクス(株)製 HelioStation 1030 S

の総計算時間は、ICCG 法の収束過程をグラフィックスによって表示する時間なども含む。これらの計算時間は加速係数の選び方⁽¹²⁾や、ニュートン・ラプソン法の収束判定値の設定によっても異なるので、今後、辺要素を用いた渦電流解析の高速化を含めて、更に検討

する必要がある。

5. む す び

辺要素を用いた電磁石の過渡動作解析を新しく開発した。本手法と、従来から用いられている節点要素を用いる方法を定量的に比較検討した。本研究により得られた知見を要約すると以下ようになる。

(1) 本モデルの静的な吸引力特性解析では、三次元分割図が同じでも、辺要素を用いたときのほうが節点要素を用いたときよりも精度が良いことが明らかとなった。

(2) 過渡動作解析では、鉄心に流れる渦電流および非線形性を考慮して得られた計算値は実測値と非常によく一致した。このことから、本モデルでは鉄心に流れる渦電流と非線形性を考慮して解析しなければならないことが明らかとなった。

(3) 辺要素を用いたとき、未知数は節点要素を用いたときよりもかなり多くなるが、計算に必要な記憶容量の大部分を占めるマトリックスの非零要素数は、節点要素を用いたときよりも少なくなることから、記憶容量の面からも有利であることが明らかとなった。

(4) 総計算時間は、渦電流を無視したときには、辺要素を用いたほうが、節点要素を用いたときの1/2以下であるが、渦電流を考慮したときにはほとんど同じであることが明らかになった。

今後は、辺要素を用いた場合の渦電流計算の高速化、分割と精度の関係の体系的検討を行う予定である。

最後に、常々御指導をいただいております岡山大学工学部教授 中田高義先生に深謝いたします。また、本研究の試料および実測結果を提供いただいた富士電機(株) 石川氏はじめ、関係各位に深謝いたします。

(平成5年1月20日受付、同5年5月14日再受付)

文 献

- (1) Y. Kawase, H. Kikuchi & S. Ito: "3-D Non-linear Analysis of Dynamic Behavior of the Clapper Type DC Electromagnet", *IEEE Trans. Magnetics*, MAG-27, No. 5, 4238 (1991)
- (2) 河瀬・菊地・伊藤: 「直流電磁石の過渡動作特性の三次元数値解析」, 電学論 B, 111, 1051 (平3-10)
- (3) 羽野: 「辺要素による三次元渦電流解析—何故に辺要素が必要か—」, 平3電気学会大会, S. 11-3
- (4) A. Bossavit: "Whitney Forms: a Class of Finite Elements for Three-Dimensional Computations in Electromagnetism", *IEE Proc*, 135, Pt. A, No. 8, 493 (1988)

- (5) M. L. Barton & Z. J. Cendes: "New Vector Finite Elements for Three-Dimensional Magnetic Field Computation", *IEEE J. Appl. Phys.*, 61, No. 8, 15, 3919 (1987)
- (6) A. Kameari, "Calculation of 3-D Eddy Current using Edge Elements", *IEEE Trans. Magnetics*, MAG-26, No. 2, 466 (1990)
- (7) Y. Kawase, H. Kikuchi & Z. J. Cendes: "3-D Finite Element Analysis of Electromagnetic Forces using Edge Elements: "IEEE Conference on Electromagnetic Field computation, WOB5 (1992)
- (8) T. Nakata, N. Takahashi & K. Fujiwara: "Investigation of a Model to Verify Softwares for 3-D Nonlinear Eddy Current Analysis", *IEEE Trans. Magnetics*, MAG-26, No. 2, 501 (1990)
- (9) 藤原: 「辺要素を用いた三次元磁界解析」, 第2回電磁界数値解析に関するセミナー講演論文集, 7 (平3)
- (10) 河瀬・菊地: 「四面体辺要素を用いた直流電磁石の過渡動作特性の三次元有限要素解析」, 電気学会静止器・回転機合同研究, SA-92-17; RM-92-52 (平4)
- (11) 中田・高橋: 電気工学の有限要素法, 第2版 (平4) 森北出版
- (12) 藤原・中田・房安: 「ICCG法の高速化手法に関する検討」, 電気学会静止器・回転機合同研究, SA-91-43; RM-91-106 (平3)
- (13) T. Nakata, et al.: "3-D Finite Element Method for Analyzing Magnetic Field in Electrical Machines Excited from Voltage Source", *IEEE Trans. Magnetics*, MAG-24, No. 6, 2582 (1988)
- (14) 竹山: 電磁気学現象理論 (昭57) 丸善
- (15) 河瀬・宮谷・山口・伊藤・中村: 「フラット形電磁石の過渡動作特性の三次元有限要素解析」, 平5電気学会大会, No. 973
- (16) 河瀬: 「数値解析技術の進歩」, 平5同上, S. 13-3
- (17) 河瀬・村井・伊藤: 「単相交流電磁石の吸引力特性の解析」, 電学論 D, 109, 500 (平元-7)

河 瀬 順 洋 (正員)

昭和31年4月24日生。56年3月岡山大学大学院工学研究科電気工学専攻修士課程修了。同年4月同大学電気工学科助手。60年4月岐阜大学工学部電気工学科助手, 63年6月同電子情報工学科助教授, 現在に至る。工学博士。60年電気学会論文賞, 平成元年電子情報通信学会東海支部創立50周年記念奨励賞受賞。

菊 地 春 秀 (正員)

昭和42年10月14日生。平成4年3月岐阜大学大学院工学研究科電気工学専攻修士課程修了。同年4月(株)電算システム入社, 現在に至る。