非線形モデルを持つ規範モデル追従システム

正 員 中 野 道 雄 (東工大)

学生員 龔 邦 佑 (東工大)

正 員 古 賀 高 志 (東洋電機製造)

Nominal Model Tracking System Using Nonlinear Model

Michio Nakano, member ;Bangji Gong, student-member (Tokyo Institute of Technology)

Takashi Koga, member (Toyo Electric Mfg. Co. Ltd.)

Recently, various nonlinear compensation systems have been proposed for tracking the reference input fastly and finely. Using a nonlinear element, these systems can give a good response to a step reference which conceals overshoot and has fast rising time. However, the systems are constructed under hypothesis that the plant's parameters are accurate and time-invariant. In practice, it is difficult to obtain plant's parameters accurately, and it is usual that the plant changes with time and operating state. Then, the effect of parameter variation must be considered.

In this paper, we propose a model tracking system. This system is composed of a nominal model and a tracking system with a robust compensator. The nominal model produces an ideal response to the nominal plant. If the actual plant is equal to the nominal plant, the response of the nominal model tracking system will be the same as one of the nominal model. In use of H_∞ control theory, the robust compensator is designed to guarantee system stability, to attenuate the effect of parameter variation and to track the ideal response under parameter variation.

As an application, we design the nominal model tracking system to the speed control system. From computer simulations, We can show that the nominal model tracking system is very effective.

キーワード：ヒステリシス積分制御，規範モデル追従システム， H_∞ 制御，速度制御

1. まえがき

産業用ロボットをはじめ数多くの産業分野では、与えられた目標値に高速かつ高精度で追従させるサーボ機構が要求されている。その実現のために、これまでに種々の制御手法が提案されてきた。

これまでに著者の一人は位置制御系において速度信号をバンバン要素を通して入力端にフィードバックするバンバンフィードバック制御およびこのバンバン要素をヒステリシス要素に置き換え目標値変化に自動的に追従させるヒステリシスフィードバック制御を提案してきた⁽¹⁾⁽²⁾。さらに、最近では速度制御に関しても、従来のPI制御のP要素をヒステリシス要素に置き換えたヒステリシス積分制御も検討されている⁽³⁾。従来の線形制御系に比べて、これらの制御系は簡単な非線形要素を線形制御系に加えることにより、サーボ系の特性を大幅に改善することができた。

しかし、これまでに提案してきた非線形制御の前提は制御対象のパラメータを既知とし、その変動も無視して値が常に一定であるとの仮定のもとで考察したものであった。しかし、現実には実制御対象のパラメータを正確に捉えることは困難であり、制御対象自身も時間的に変動したり、

また動作状態によって変化することが普通であるため、実制御対象のパラメータの変動による影響を考慮しなければならない。

本論文では、パラメータ変動の影響を抑制するために、非線形な規範モデルを持つ規範モデル追従システムを提案する。このシステムは規範モデルと追従システムから構成されている。規範モデルでは理想的な応答を達成するものとし、これに追従する追従システムは実制御対象とロバスト補償器を含むフィードバック系で構成される。実制御対象が規範モデルのノミナルな制御対象に一致していると、システムの応答は規範モデルの応答そのものとなり、実制御対象が変動すると、追従システムの持つロバスト補償器によりその影響を抑制し、安定性を保持しながら規範モデルの応答に追従させる制御方式を提案する。

2. ヒステリシス積分制御

本論文では、ヒステリシス積分制御⁽³⁾を例にとって考察する。そのために、まずヒステリシス積分制御について説明し、次に制御対象のパラメータ変動の影響を検討する。

＜2・1＞ ヒステリシス積分制御 図1はヒステリシス積分制御のブロック線図である。

図1 ヒステリシス積分制御

Fig.1 Hysterisis Integrete control

上図の速度制御系のように、制御対象の前に積分器をおき、これと非線形なヒステリシス要素を組み合わせ、補償器を構成する。この構成はP I型補償器のP要素を非線形なヒステリシス要素に置き換えた形になっており、極めて容易に実現できる。

図2 ステップ応答

Fig.2 Step response

図1において、系の特性を $K_v=1.0$, $T_m=1.0$ として目標値を階段状に変化させたときの応答を図2に示す。これからも明らかにヒステリシス要素を用いることで行き過ぎがなくかつ速応性に優れた応答を得ることができた。

<2・2> パラメータ変動の影響 以上は制御対象のパラメータ変動を無視して値が常に一定であるとの仮定のもとでの考察であった。現実には制御対象のパラメータを正確に捉えることは困難であり、制御対象自身が時間的に変動したり、また動作状態によって変化することが普通であるから、パラメータ変動による影響を考慮しなければならない。

前例の制御対象のパラメータを基準として、時定数の値を $T_m=0.7$ と $T_m=2.0$ およびゲインの値を $K_v=0.5$ と $K_v=1.5$ に変

(a) 時定数の変動

(b) ゲインの変動

図3 パラメータ変動の影響

Fig.3 Effect of parameter variation

動させた場合のシステムの応答を図3に示す。この例からも、システムの特性はパラメータの変動によって悪化することが分かる。

3. 規範モデル追従システム

前章で述べたようにヒステリシス積分制御系は制御対象のパラメータ値が一定のもとでは、短時間で整定する良好な応答が実現できるが、パラメータ変動により応答特性が著しく悪くなることも明らかにした。この問題に対し、先の論文⁽³⁾ではヒステリシス要素に線形区間を設けることによってパラメータ変動の影響を抑えた。ここでは、更に一般性を与えるため、規範モデル追従システムを提案する。

<3・1> 規範モデル追従システムの原理 ヒステリシス積分制御系を規範モデルとする規範モデル追従システムのブロック線図を図4に示す。この図で、Pは実制御対象で、 P_m はこれを同定して得たノミナルな制御対象である。

図4 規範モデル追従システム

Fig.4 Nominal model tracking system

図5 ロバスト補償器の設計
Fig.5 Design of robust compensator

このシステムは規範モデルと追従システムから構成されている。規範モデルではノミナルな制御対象に対して2章で述べたことから理想的な特性を有している。実制御対象の伝達関数Pがそのノミナルな制御対象の伝達関数P_mに完全に一致している場合に、応答yは規範モデルの出力y_mと同じになり、追従システムの偏差eはゼロとなる。

一方、実制御対象に変動が生じ、ノミナルな制御対象の応答と実制御対象の応答とに差が出ると、この変動は追従システムのロバスト補償器により抑制される。このシステムは追従システムが安定であれば、安定性を保持しながら規範モデルの応答y_mに追従し、ロバスト追従特性を達成できる。

またこのシステムの特徴は規範モデルが非線形な要素を含む場合でも、図5のようにu_m, y_mを追従システムの外部入力と考えれば、安定性を独立に議論することができる。

規範モデルに対し、追従システムの追従特性はロバスト補償器C_rにより決まる。そこで、次にC_rの設計について説明する。

<3・2> ロバスト補償器C_rの設計 ロバスト補償器C_rを設計するとき、補償器の設計仕様は規範モデルに直接関係がないので、図5のブロック線図だけを考慮すればよい。

設計の仕様として次のような項目を考慮する。

- 1) ロバスト安定性: 制御対象が変動しても、追従システムは安定性を保つこと。
- 2) ロバスト追従特性: 偏差eをなるべく小さくすること。
- 3) 定常特性: 定常偏差をゼロにすること。

まず、1)のロバスト安定性に関して検討する。安定な有理関数W₂(s)を周波数重み関数として、乗法的な変動を受けた実制御対象を次式で表現する。

$$\left| \frac{P(j\omega) - P_m(j\omega)}{P_m(j\omega)} \right| \leq |W_2(j\omega)| \quad \forall \omega \in R \quad \dots\dots (1)$$

$$\text{つまり } P = P_m(1 + \Delta W_2), \quad \|\Delta\|_\infty \leq 1 \quad \dots\dots (2)$$

これに対して、スモールゲイン定理によると

$$\|\Delta W_2 T\|_\infty \leq \|W_2 T\|_\infty < 1 \quad \dots\dots (3)$$

を満たせば、システムはロバスト安定になる。

ここで、 $T = P_m C_r (1 + P_m C_r)^{-1}$ は相補感度関数である。

次に2)のロバスト追従特性について検討する。 $\|e\|_2$ を評価関数として、 $\|e\|_2$ を最小にすることを考える。入出力の関係から、

$$\left. \begin{aligned} e &= y_m - y \\ &= y_m - P(C_r e + u_m) \\ &= -P C_r e - \left(\frac{P}{P_m} - 1 \right) y_m \\ &= -P C_r e - \Delta W_2 y_m \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (4)$$

これにより、eは次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} e &= (1 + P C_r)^{-1} (-\Delta W_2) y_m \\ &= \frac{(-\Delta W_2)}{1 + P_m (1 + \Delta W_2) C_r} y_m \\ &= \frac{(-\Delta W_2) S}{1 + \Delta W_2 T} y_m \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (5)$$

ここで、 $S = (1 + P_m C_r)^{-1}$ は感度関数である。

そして、重み関数W₁(s)を適切に選び、仮想入力v

$$v = W_1^{-1} y_m, \quad \|v\|_2 \leq 1 \quad \dots\dots (6)$$

を導入すれば、(5)式から

$$\left\{ \begin{aligned} \|e\|_2 &= \|(1 + P C_r)^{-1} (-\Delta W_2) y_m\|_2 \\ &= \|(1 + P C_r)^{-1} (-\Delta W_2) W_1 v\|_2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (7)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \sup \|e\|_2 &= \|(1 + P C_r)^{-1} (-\Delta W_2) W_1\|_\infty \\ &\leq \|(1 + P C_r)^{-1} W_1 W_2\|_\infty \\ &= \left\| \frac{W_1 W_2 S}{1 + \Delta W_2 T} \right\|_\infty < \frac{1}{\gamma} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (8)$$

γが大きければ大きいほど $\|e\|_2$ は小さくなる。

以上により、追従設計仕様が与えられるが、(8)式は複雑で、これを直接に解くことは困難である。ここで、次の定理によって、(8)式を簡略化する。

定理: ロバスト性能条件: (3)式かつ(8)式を満たす十分条件は

$$\|\gamma W_1 W_2 S\|^2 + \|W_2 T\|^2 < \frac{1}{2} \quad \dots\dots (9)$$

である⁽⁴⁾。

ゆえに、

$$\left\| \frac{\gamma W_1 W_2 S}{W_2 T} \right\|_\infty = \sup \{ \lambda_{\max}(\gamma W_1 W_2 S^2 + W_2 T^2) \}^{\frac{1}{2}} < \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \dots\dots (10)$$

以上のことを考慮して、安定な重み関数

$$\left\{ \begin{aligned} |W_s| &\geq |\sqrt{2} W_1 W_2| \\ |W_t| &\geq |\sqrt{2} W_2| \end{aligned} \right. \quad \dots\dots (11)$$

を選べば、C_rの設計問題は

$$\left\| \frac{\gamma W_s S}{W_t T} \right\|_\infty < 1 \quad \dots\dots (12)$$

を満たすH_∞の混合関数問題⁽⁵⁾に帰着される。

最後に3)の定常特性について検討する。ステップ状の目標入力に対して、定常偏差を生じないためには、内部モデルの原理により、開ループ伝達関数のなかに、積分器を含むことが必要である。これは、(11)の重み関数W_sに積分器をもたせることによって実現できる⁽⁵⁾。

(12)式に基づいて、拡大系を図6のように構成する。この図の中で、Rはロバスト補償器の中心解で、Rの伝達関数を

$$R = \begin{bmatrix} \bar{R}_{11} & \bar{R}_{12} \\ \bar{R}_{21} & \bar{R}_{22} \end{bmatrix} \quad \dots\dots (13)$$

図6 拡大系
Fig.6 Augmented system

とおくと、 R の値は標準の H_∞ 制御問題の解法⁽⁶⁾⁽⁷⁾により求められる。図6の Q は自由パラメータであり、 H_∞ 制御理論によると、 Q は安定かつ $\|Q\|_\infty < 1$ の伝達関数ならば、(12)を満たす内部安定なすべての補償器 C_r は

$$C_r = R_{11} + R_{12}(I - R_{22}Q)^{-1}QR_{21} \quad (14)$$

で表わせる。

ここで、 Q の値を $\|Q\|_\infty < 1$ の範囲で適切に選定すると、ロバスト補償器 C_r の次元を低減化できることになる。

4. 速度制御への応用

本章では、具体的な例を上げて、規範モデル追従システムの有効性をシミュレーションより検証する。

<4.1> 速度制御系における設計例 速度制御系におけるモデル追従システムの構成は図4に与えられた。

この中で、ノミナルな制御対象の伝達関数は

$$P_m = \frac{K_v}{T_m s + 1} = \frac{1}{s+1} \quad (15)$$

として考察する。実制御対象のパラメータは次のように変動すると想定する。

$$\left. \begin{aligned} 0.5 \leq K_v \leq 1.5 \\ 0.7 \leq T_m \leq 2.0 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

ここで、実制御対象は乗法的な摂動を受けたものとする。

$$\left. \begin{aligned} P = P_m(1 + \Delta W_2), \quad \|\Delta\|_\infty \leq 1 \\ W_2 = \frac{s+1.5}{30} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

また、文献「3」で指摘したように、図1の系で理想的な応答 y_m は目標値 r からの応答と非線形要素の出力 w からの応答を組み合わせたと考えられる。したがって

$$\begin{aligned} y_m &= G_{yr} + G_{yw} \\ &= \frac{K_v}{T_m s^2 + s + K_v} \frac{1}{s} + \frac{K_v s}{T_m s^2 + s + K_v} \frac{k(1-e^{-rs})}{s} \\ &= K_v \frac{1 + ks(1-e^{-rs})}{(T_m s^2 + s + K_v)s} \end{aligned} \quad (18)$$

となる。ここで、 r は単位ステップ関数で、 w は高さ k 、間隔 t_r のパルス関数である。

重み関数 $W_1(s)$ を

$$W_1 = \frac{2}{s} \quad (19)$$

ように選ぶと、仮想入力 v は

$$\begin{aligned} v &= W_1^{-1} y_m \\ &= \frac{K_v}{2} \frac{1 + ks(1-e^{-rs})}{T_m s^2 + s + K_v} \end{aligned} \quad (20)$$

となり、 v の周波数特性は実線で図7に示される。

図7から、仮想入力 v としては

$$\|v\|_2 \leq \left\| \frac{1}{\sqrt{2}s+1} \right\|_2 = 1 \quad (21)$$

が成り立つ。

これにより、感度重み関数 W_s と相補感度重み関数 W_t が

$$\left. \begin{aligned} W_s &= \sqrt{2} W_1 W_2 = \sqrt{2} \frac{s+1.5}{15s} \\ W_t &= \sqrt{2} W_2 = \sqrt{2} \frac{s+1.5}{30} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

ように選ばれる。

図6の拡大系に基づいて、 $\gamma=5$ としたときのロバスト補償器 C_r を求める。まず、ロバスト補償器の中心解 R を求め、先の

図7 仮想入力の周波数特性
Fig.7 Bode's gain plot of imaginary input

図8 感度関数S
Fig.8 Sensitivity function S

図9 相補感度関数T
Fig.9 Complementary sensitivity function T

<3・2>で述べたことから $Q=0.94$ を選び、(14)式に代入することにより、補償器 C_r は(23)式で求められる。

$$C_r = 17.52 + \frac{52.83}{s} \quad \dots\dots\dots (23)$$

このロバスト補償器のもとで、感度関数 S と感度重み関数 W_s は図8のようになる。また、相補感度関数 T と相補感度重み関数 W_t は図9のようになる。

<4・2> シミュレーション (23)式で求めたロバスト補償器を用いて次のシミュレーションを行う。

時定数 T_m を変動させるシミュレーションの結果を図11に示す。ゲイン K_v を変動させるシミュレーションの結果を図12に示す。

以上のシミュレーションの結果から、従来のヒステリシス積分制御の応答(図3)に比べ、制御対象が変動しても、規範モデル追従システムは規範モデルの応答 y_m と同様な応答が得られた。また、このときの操作量をそれぞれ図の(b)に示している。これにより提案された規範モデル追従システムの有効性が確認された。

<4・3> 外乱の抑制 実際に使っているほとんどのシステムは常に外乱の影響を受けながら動いている。従って、システムの特に対しては外乱の影響も検討しなくてはならない。

そこで、図10のようにステップ状のトルク外乱 d が制御対象に加わる場合を例にとって考察する。規範モデル追従システムにおいて、外乱 d から制御量 y までの伝達関数を G_{dy} とおくと、 G_{dy} は $(1+PC_r)^{-1}P$ となる。図10から分かるように、伝達関数 G_{dy} を小さくすればするほど外乱の影響は小さくなる。この伝達関数の中で、 P は実制御対象で決まり、小さくできないが、ロバスト補償器により $(1+PC_r)^{-1}$ を小さくすれば、外乱特性が改善できる。(8)式をみると、 $(1+PC_r)^{-1}$ を低周波数領域で小さくするようにロバスト補償器を設計しておいたので、ステップ状の外乱の影響が抑えられることが予想される。単位ステップ状のトルク外乱を図10の d 位置に加えたとき、この外乱による応答を図13と図14に示す。参考までに図1のヒステリシス積分制御系についての外乱の影響も載せておく。この結果から、従来のヒステリシス積分制御に比べ、外乱の影響が大幅に改善され、しかも、パラメータが変動に対しても、優れた応答が保持できることを明らかにした。

図10 外乱の抑制
Fig.10 Attenuation of disturbance

5. むすび

ヒステリシス積分制御は、線形な制御系に比べて、行き過ぎがなくかつ速応性に優れた応答が得られるが、制御対象のパラメータの変動による応答が悪化することは避けら

(a) ステップ応答

(b) 制御対象の入力

図11 時定数変動の影響

Fig.11 Effect of time constant variation

(a) ステップ応答

(b) 制御対象の入力

図12 ゲイン変動の影響

Fig.12 Effect of gain variation

(a) ヒステリシス積分系

(b) 規範モデル追従システム

図 13 時定数変動に対する外乱の抑制
fig.13 Disturbance attenuation to time constant variation

(a) ヒステリシス積分系

(b) 規範モデル追従システム

図 14 ゲイン変動に対する外乱の抑制
Fig.14 Disturbance attenuation to gain variation

れない。本論文では、制御対象の変動の影響を抑制するために、規範モデル追従システムを提案し、そして、 H_{∞} 制御理論による追従システムのロバスト補償器の設計について検討した。

この結果、このシステムはパラメータが変動する場合でも、良好な応答が得られることをシミュレーションにより検証し、外乱の影響も著しく改善できることを確認した。

文 献

- (1) 中野道雄：“位置決めサーボ機構におけるパンパンフィードバック補償”，計測自動制御学会論文集，9-1, 58/83 (1973)
- (2) 中野道雄，小口俊雄，広松敬士，古賀高志：“ヒステリシスフィードバックによる位置決めサーボ系の有限整定補償”，計測自動制御学会論文集，24-3, 246/254 (1988)
- (3) 中野道雄，金子雄二郎，長谷川正史，龔邦信：“非線形要素を用いたサーボ系の有限時間補償”，電学論D, 114-2, 101/106 (1994)
- (4) J.C.Doyle, B.A.Francis, A.R.Tannenbaum: Feedback Control Theory, Chapter 12, Macmillian Publishing Company (1992)
- (5) 原 辰次：“ H^{∞} 制御によるサーボ系の設計” S I C E 基礎講習会，49/71 (1991)
- (6) J.C.Doyle, P.P.Khargonekar, B.A.Francis: "State-Space Solution to Standard H_2 and H_{∞} Control Problems", IEEE Trans. on Automatic Control, AC-34-8, 831/897 (1989)
- (7) Glover, Doyle: "State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an H_{∞} -norm bound and relations to risk sensitivity", system & control Letters, 11-2, 167/172 (1988)

中野道雄

(正員) 昭和14年2月17日生。43年東京工業大学大学院博士課程電気工学専攻終了。同年同大学工学部助手。61年教授。49年より高エネルギー物理学研究所併任。工学博士。計測制御機器，パワーエレクトロニクス系の制御に関する研究に従事。計測自動制御学会，システム制御情報学会，日本シミュレーション学会，IEEE会員。

龔邦信

(学生員) 1963年1月10日生。1985年7月中国清华大学無線電・電子学系卒業。1992年3月東京工業大学大学院制御工学専攻修士課程終了。現在東京工業大学大学院制御工学専攻博士課程在学中。

古賀高志

(正員) 昭和7年6月1日生。昭和32年3月東京工業大学理学部電気工学Aコース卒業。同年東洋電機製造株式会社入社。主として、電動応用自動制御システム，パワーエレクトロニクス装置等の研究開発に従事。現在常務取締役技術センター長，技術士（電機部門）。電機学会産業応用部門会計役員，同論文委員会査読委員，半導体電力変換技術委員会委員。IEEE，電子情報通信学会，計測自動制御学会，日本技術会，各会員