三次元有限要素法による リニア誘導機二次導体スリットの解析

正 員 小貫 天 (早稲田大)

学生員 紙屋 雄史 (早稲田大)

学生員 田 宇鎮 (早稲田大)

Three-Dimensional Finite Element Analysis of Slitted Reaction Plate
in Linear Induction Motor

Takashi Onuki, Member, Yushi Kamiya, Student, and Woojin Jeon, Student
(Waseda University)

While a solid plate is usually adopted to the reaction plate of the linear induction motor (LIM), slits are often introduced to the plate in order to obtain the higher thrust force by enforcing eddy currents effectively. In this paper, we investigate the slit effect to find a suitable configuration of slits by the three-dimensional finite element analysis with $A-\phi$ method, and we propose a face-elements procedure with double nodes for ϕ at the slit to express its infinitesimal width. We also adopt a current-sheet expression, which consists of three regions for primary winding MMF, that is given by diamond coils.

Based on above approaches, we evaluate the slit effect in the LIM, and compare it with the experimental data to conform the validity of the methods, resulting follows; (1) Number of slit per slot-pitch is required more than 4 for obtaining sufficient performances. (2) Preferable slit length is a little bit longer than the stator width. (3) A belt of no slit region in the middle part of the reaction plate is proposed from the structural point of view. However, its width should be less than 40% of the stator width to enforce eddy currents effectively.

キーワード：リニア誘導モータ、二次導体スリット、三次元有限要素法、二重節点、面要素法

1. まえがき

リニア誘導モータ (Linear Induction Motor; LIM) は、電気エネルギーから直接、直線運動を取り出せるという特徴を有し、各種搬送装置として注目されている。

リニア誘導モータの性能を向上させるために今日まで様々な研究が行われてきているが、その一つに縁効果改善という課題がある。この対策として特に片側式の場合、ラダー型、かご型等に関する研究が盛んだが、他にも二次導体にスリットを設けるという手段もある。この方法は、推力などを含めた総合的性能としては前者に比べ優れていると断言できないが、工作の容易性からも一考の余地があると思われる。そこで本研究では、今まで主として簡単な実験的検討のみに留まっていたスリットによる縁効果改善効果について、また理想的なスリット形状の概要を把握するため、三次元有限要素法による数値シミュレーションを行い、結果の一部を試作機による実験値と比較検討する。

解析においては、磁気ベクトルポテンシャル A と電気スカラポテンシャル ϕ を考察物理量にとる $A-\phi$ 法の三次元有限要素法を用いる。また本解析では、幅の狭いスリットを解析するため電気スカラポテンシャル ϕ に関して二重節点を設けるという手法を提案している。この手法を当研究室の短二次片側式リニア誘導モータに適用し、以下のような項目を検討する。

- (1) スリット効果の確認
- (2) 種々のスリット間隔に対する特性
- (3) 一次鉄心幅を基準とするスリット長さの影響
- (4) 二次導体の中央部にスリットを設けず構造強化を図る構成の提案

なお本論文では解析を簡単にするため、短二次リニア誘導モータに対して進行方向に極毎の周期境界条件を適用するので、実質的には回転型誘導モータの解析と同等になる。またコイル端部を実態に近く表現する工夫を行い、解析の近似性を高めている。

2. 供試機仕様

解析対象とした当研究室の短二次リニア誘導モータの設計諸元を表1に、概略図を図1に示す。二次導体はアルミニウムとし、導電率は 3.47×10^7 [S/m] 比透磁率は1とする。一次鉄心は積層されていて渦電流は流れないものとし、比透磁率は1000一定とする。二次鉄心については、導電率は 1.02×10^7 [S/m]、比透磁率は1000一定とし、理想的な塊状鉄心であると仮定する。

解析において、図1の二次側の導体と鉄心は、厚み方向には抵抗0、界面に沿っては抵抗無限大の材質として接合されているものとする。

表1 短二次LIM設計諸元

Table 1. Specifications of the short rotor LIM.

項目	記号	数値	[単位]
一次鉄心長	L	900×13	[mm]
一次鉄心幅	W	100	[mm]
一次鉄心高さ	h	90	[mm]
スロットサイズ		12.5×30	[mm]
歯極幅	t	12.5	[mm]
極ピッチ	P	32	
巻線ピッチ	τ	225	[mm]
分布係数	k_d	0.960	
一コイル当たりの巻数	N_c	60	[回]
一相一極当たりの巻数	N	180	[回]
一次電流値	I_1	2	[A]
定格周波数	f	50	[Hz]
二次鉄心長	L_r	450	[mm]
二次導体幅	W_s	140	[mm]
二次鉄心幅	W_c	100	[mm]
二次導体厚さ	d	1	[mm]
二次鉄心厚さ	d_c	2	[mm]
二次鉄心隙長	g	3	[mm]

図1 短二次LIMの概略図

Fig.1 Basic configuration of the short rotor LIM.

3. 三次元有限要素法解析

考察対象の構成上、解析は三次元であることを必要とする。そこで本論文では考察領域に流入電流、鉄心、導体などを含む、三次元有限要素法を解析手法として採用する。

<3・1> 定式化 本論文においては、鉄心の飽和は考慮しない。また変位電流は無視する。周知のガラーキン法を適用し、次式で定義される残差を零とおく。

$$G_i = \int_V (\nabla N_i) \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times A \right) dv - \int_V N_i J_z dv + \int_V N_i \sigma \left(\frac{\partial A}{\partial t} + \nabla \phi \right) dv = 0 \quad \dots \dots (1)$$

$$G_{di} = \int_V (\nabla N_i) \cdot \sigma \left(\frac{\partial A}{\partial t} + \nabla \phi \right) dv = 0 \quad \dots \dots (2)$$

ここで、 μ :透磁率 [H/m] σ :導電率 [S/m]

J_0 :一次電流密度 [A/m²] N_i :補間関数

全ての場は時間的に角周波数 ω で正弦波状に変化しているものとして、時間微分項には複素近似を用いる。ここでは領域を直方体に分割し、それをさらに5つの四面体に細分割する。また四面体内部の考察量は一次式で近似する。

<3・2> 解析モデルと境界条件 図2に示す対称なモデルを採用する。進行方向(x方向)は十分長いとみなし、半周期の周期境界条件として、 $A = -A$ 、 $\phi = -\phi$ を用いる。よって次のような境界条件となる。

- xy平面上下 : $A_x = A_y = A_z = 0$
- yz平面前後 : 半周期の周期境界条件
- zx平面左(遠方面) : $A_x = A_y = A_z = 0$
- zx平面右(対称面) : $A_x = A_z = \phi = 0$

図2 解析モデル

Fig.2 Analysis model.

<3・3> 供給電流について 一次電流は、一次鉄心のスロットを無視して面状に分布しているカレントシートとし、一次鉄心表面上に設定する。設定位置については、二次元モデルにおけるカレントシートを用いた解析と、スロットを考慮した解析の検討結果より導かれた。空隙長はカータ係数を用いて補正する。なお、本論文ではコイル端部を実態に近く表現するために、カレントシートを図3の各領域に対して(3)~(5)式で記述する。

・Region 1

$$J_{1y} = J_s \cos \frac{\beta}{2} e^{j(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x)} \quad \dots \dots (3)$$

・ Region 2

$$J_{2x} = jJ_s \cos \alpha \sin \left\{ -\frac{\pi - \beta}{2Y_0}(y - a) + \frac{\beta}{2} \right\} e^{j(\omega t - \frac{\pi}{\tau}x)}$$

$$J_{2y} = J_s \sin \alpha \cos \left\{ -\frac{\pi - \beta}{2Y_0}(y - a) + \frac{\beta}{2} \right\} e^{j(\omega t - \frac{\pi}{\tau}x)}$$

. (4)

・ Region 3

$$J_{3x} = -jJ_s \cos \alpha \sin \left\{ -\frac{\pi - \beta}{2Y_0}(y + a) + \frac{\beta}{2} \right\} e^{j(\omega t - \frac{\pi}{\tau}x)}$$

$$J_{3y} = J_s \sin \alpha \cos \left\{ -\frac{\pi - \beta}{2Y_0}(y + a) + \frac{\beta}{2} \right\} e^{j(\omega t - \frac{\pi}{\tau}x)}$$

. (5)

ここで、 $J_s = 6\sqrt{2} N I_1 k_d / \tau$ $\beta = (1 - \tau_w / \tau) \pi$

通常リニア誘導モータは、定電圧駆動される。そのような条件のもとでは、負荷が変化すると供給電流量も変化する。二次導体にスリットを設けると二次抵抗が変化するので、解析するにあたってこの点も考慮しなければならない。しかし、駆動回路方程式との連成問題においては、莫大な計算量を必要とする。そこで本論文では、一次抵抗と一次漏れリアクタンスを無視した理想的な定電圧駆動解析に相当する、各滑り周波数における鎖交磁束を一定とする条件を課した。具体的には、最初にカレントシートに初期値を与えて空隙中の鎖交磁束を求め、負荷が変更した時にその鎖交磁束の値がもとの値と同じになるようにカレントシートの値を変更して諸量を計算している。

< 3・4 > 諸量の算出 磁束密度 B は $B = \nabla \times A$ 渦電流密度 J_e は $J_e = -\sigma(\partial A / \partial t + \nabla \phi)$ 、また推力、垂直力はマクスウェルの応力法により求める。

< 3・5 > スリット部の解析における二重ポテンシャルの導入 スリットを設けた二次導体を解析する場合、スリット幅の微小性により、通常の要素分割では要素が偏平となり解の精度が低下する。そこで本章では、(1)通常の解析法で考えられる、スリットの存在する領域において

x 方向導電率を 0 とする手法 (a 法と称する) に加えて、(2)面要素の採用による、スリット幅を 0 とする手法 (b 法と称する) を提案する。また本論文では、通常のスリットなし二次導体の解析を (c 法) とする。

(a 法) 理想型スリットの解析法 スリット幅が無限小で本数が極めて多数の、理想的なスリット構成を解析する場合に適用され、スリットの存在する領域において、 x 方向導電率を図4の様に 0 とする手法である。この手法による解析では、スリット効果が最高に得られることが期待でき、実際のスリット構成の目標となる。

図4 二次導体図 (理想型スリット)
Fig.4 Reaction plate with the idealized slit.

(b 法) スリット幅を無限小とする解析法 実態に応じてスリット本数を様々変えて解析する場合、通常の要素分割では、スリット幅の微小性による偏平要素の影響で解の精度が悪化する。そこで本論文では、解の精度の向上を図るために、スリット部を面要素 (厚さ 0 の要素) として解析する手法を提案する。

今回採用した $A - \phi$ 法による有限要素法の場合、考察物理量は、 A_x, A_y, A_z, ϕ の四成分となるが、このうち電気スカラーポテンシャル ϕ については、その物理的性質によりスリット部において $+x$ 方向、 $-x$ 方向からの極値が異なる⁽¹⁾。そこで、スリット部の節点のうち ϕ のみを二重節点とし、不連続性を考慮した⁽²⁾。この解析法の妥当性を示すために、周期境界の中央部 ($x = \tau/2$ の位置) にスリットを一本設けたモデルについて解析を行った。二次導体中の渦電流の様子を図5に、空隙中の磁束密度 B_z の分布を図6に示す。またスリット部の要素一列分 (幅約 1.5mm) のみ、 x 方向導電率を 0 とした解析結果も比較のため示す。図6において、値、傾向ともにほぼ一致しており、本手法を採用しても十分な精度が得られるものと考えられる。

図5 二重節点面要素法による二次導体中の渦電流の解析
Fig.5 Eddy currents in the reaction plate calculated by the face-elements procedure with double nodes for ϕ .

(a) 空隙中の磁束密度 B_z
(二重節点面要素法)

(b) 空隙中の磁束密度 B_z
(要素一列分のみ $\sigma_x = 0$)

図6 スリット幅を無限小とする解析法の検討

Fig.6 Examination of the face-elements procedure with double nodes for ϕ at the slit.

4. 解析結果とその検討

本章では、前章までに述べた解析手法によって、理想的なスリット形状に関する検討を行う。

計算には、富士通のスーパーコンピュータVP-2200を使用、また連立方程式の解法としてILUCGS法を用い、加速係数1.2、収束判定は 1.0×10^{-11} としている。計算過程における節点数は約12000、要素数は約60000であり、1ループあたりの計算時間はおおよそ5分である。

基準となる要素分割の中央部拡大図を図7に示す。x方向については36分割/極である。ただし解析内容によって分割は若干変化する。また、全ての解析において電源周波数は50Hz一定としている。

図7 要素分割中央部拡大図 (y-z 断面)

Fig.7 Mesh. (Cross section of y-z axes.)

< 4・1 > スリット効果の確認 本節では、スリット領域におけるx方向導電率を0と近似した、図8に示す解析モデルを用いてスリット効果の確認を行う。なおこのモデルは、幅が無限小で本数が極めて多数の、理想的なスリット構成に相当する。図9に通常の塊状平板型モデルと特性の比較を示す。また有限要素法の精度の確認のため、H.Bolton氏の理論解析⁽³⁾による結果も併せて示す。理論解は次式で与えられる。

$$B = \frac{-j\mu_0 J_s \gamma^2}{gk} \left\{ 1 + \frac{(1-\gamma^2)}{\gamma^2} \lambda \frac{\cosh \alpha y}{\cosh \alpha a} \right\} \dots \dots (6)$$

ここで、

$$\lambda = 1 / \left\{ 1 + \frac{1}{\gamma} \tanh \alpha a \tanh k(c-a) \right\}$$

$$\alpha^2 = k^2 (1 + jsG) \quad \gamma^2 = 1 / (1 + jsG)$$

$$G = \frac{2\tau_p^2 \mu_0 f}{\pi \rho_{sR} g}$$

図8 理想型スリットの解析モデル

Fig.8 Analysis model of idealized slit.

図9より、スリットを設けることによって縁効果が軽減され、鉄心上の磁束密度が平坦化していることが確認できる。また最大推力も向上している。推力曲線が右方偏移しているのは、スリットを設けることによって二次電流に対する抵抗が増加し、比例推移を起こしたためと考えられる。

(a) 空隙中の磁束密度 B_z

(b) 二次導体中の渦電流密度 J_y

(c) 推力特性図

(d) 垂直力特性図

図9 理想型スリットの特性

Fig.9 Characteristics of the idealized slit.

< 4・2 > スリット間隔を変えた場合 ここでは、スリット長さを鉄心幅と同じとし、間隔を様々変えた場合についての検討を行う。なお本節におけるスリット本数とは、すべて1スロットピッチあたりの本数をさす。

(1) スリット本数を変えた場合 スリット本数を変えた場合の解析結果を図10に示す。解析法としては面要素法 (b法) を採用した。理論的には、スリット本数が多いほど理想的な二次電流の拘束が可能であると考えられ

(a) 空隙中の磁束密度 B_z

(b) 推力特性図

図10 スリット本数を変えた場合 (解析結果)

Fig.10 Various number of slits. (Analytical results.)

るが、スリット型はラダー型と違い、本数が多すぎると現実にはスリット幅分の空隙を生じてしまうため、その影響で性能の低下をまねくことが実験において確かめられている。また工作の煩雑さからも、出来るかぎり少ない本数の方が好ましい。今回の解析結果によると、スロットピッチ当たり4本以上スリットを設けると、磁束密度、推力ともに、図8に示す様な理想型スリットを有するモデルの解析結果（a法）とほとんど一致することを確認した。

（2）スリット型二次導体とコギングトルク スリット型はラダー型と異なり溝部分に磁性体が挿入されておらず、コギングトルクは後者ほど大きく発生しないと思われる。そこで本節では、スリット型二次導体を採用した場合の推力脈動がどの程度のものか確認する。なおこの解析においては、一次鉄心のスロット、コイルの形状を考慮し、スリット部は空気要素としている。

要素分割の便宜上、図11に示す様に二次側が1スロットピッチ移動する間を16分割し、各シフト位置における電磁力を求める。解析結果を図12に示す。ここでは1.5スロットピッチ分を図示している。通常一次側と二次側のスロットピッチは異なるように設定するが、間隔を故意に合わせると、スリット型二次導体においても大きな脈動が発生することが確認できる。

図11 コギングトルク解析図（例：シフト位置1）
Fig.11 Shift pattern of the cogging torque analysis.

図12 スリット間隔によるコギングトルクの変化
Fig.12 Variations of cogging torque. (Analytical results.)

< 4・3 > スリット長を変化させた場合 本節では、スリット長を一次鉄心幅を基準の長さとして変化させた場合について検討する。ここでは、図13に定める長さについて解析を行なう。なお、解析法として（a法）を採用した。

スリットを鉄心幅より長くした場合の推力特性を図14に示す。スリットを長くするほど、二次電流に対する抵抗が増し、比例推移により推力曲線が右方偏移していることが確認できる。また今回のモデルでは、case1の時、若干ではあるが最大推力が向上している。これは図15からも明らかではあるが、若干長めに設定したほうが、より効果的な二次電流の流路拘束が出来るからと思われる。

スリットを鉄心幅より短くした場合についての解析も行なったが、当然、短くするほど性質がスリットなしの状態に近づき、縁効果も生じてくることが確認出来た。解析結果は紙面の都合上省略する。

図13 二次導体モデル図（スリットを長くした場合）
Fig.13 Reaction plate with various length of slits.

図14 スリットを鉄心幅より長くした場合の推力特性図
Fig.14 Thrust - slip frequency curve with longer slits.

(a) スリット長を鉄心幅と等しくした場合

(b) スリット長を鉄心幅より若干長くした場合

図15 二次導体中の渦電流の様子 (拡大図)

Fig.15 Eddy-currents in the reaction plate.

< 4・4 > 二次導体中央部にスリットを設けない場合

二次導体中央部においては、通常渦電流のx方向成分は小さいのでスリットを設けなくても影響は少ないと考えられ、また導体の構造強化という理由からも望ましいと思われる。そこで本論文では図16に示す様に、二次導体にスリットの存在しない中央帯部分を設ける事を提案する。

本節では、中央帯部分の幅を広げた場合、どの程度までならスリット効果を保ちつつ構造強化が実現出来るか検討する。ここでは、スリット部の解析法として (a 法) を採用し、図17示す中央帯幅についての検討を行う。解析結果を図18に示す。今回のモデルに関しては、中央帯部分が鉄心幅の約40%以下であれば、ほとんど性能低下はないと考えられる。

図16 中央部にスリットを設けない二次導体

Fig.16 Reaction plate with a belt of no slit region.

図17 鉄心幅に対する中央帯部分の幅の割合

Fig.17 Percentage of no slit region from the point of stator width.

(a) 空隙中の磁束密度 B_z

(b) 推力特性図

図18 スリットを設けない中央帯部分の幅を変化させた場合 (解析結果)

Fig.18 Various width of no slit region. (Analytical results.)

5. まとめ

片側式リニア誘導モータの特性改善のため、今日では二次導体としてラダー型、かご型が採用される場合が多いが、本論文では工作の容易性の点で前者に優るスリット型に関する研究を行った。ここでは当研究室の短二次片側式リニアモータをモデルとして、

- (1) スリット効果の確認
- (2) 適切なスリット間隔の目安
- (3) 一次鉄心幅に対するスリット長の影響
- (4) 二次導体の中央部にスリットを設けず機械的強度増加を図った構成

などについて、 $A-\phi$ 法を用いた三次元有限要素法による解析を行ない、空隙中磁束密度、二次電流、推力、垂直力に対する検討を行なった。また有限要素法解析において、スリット幅を0とする二重節点面要素法を提案した。

(1)では、スリットを設けることによって縁効果がかなり改善されることを確認した。(2)のスリット本数については、スロットピッチあたり4本以上設ければ、極めて多数のスリットを施した時と大差ない二次電流の流路拘束が可能であることが確認出来た。またスリット間隔の設定如何によっては、かなりのコギングトルクを生ずる。(3)において、スリット長は鉄心幅より若干長めの方が、より効果的な電流拘束が出来ることを指摘する。また(4)において、二次導体構造強化のためにスリットのない中央帯部分を設けることを提案する。解析結果より今回のモデルに関しては、鉄心幅の約40%ほどまでなら中央部にスリットを設けなくても性能低下はないという結論を得た。

二次導体にスリットを施したリニア誘導モータは、ラダー型に比べ推力などの総合性能では若干劣るものの、空隙中の磁束密度の平坦化が示す様に、縁効果改善という点では十分効果が認められると言えよう。また特に短一次型の様に二次側が長範囲に渡って分布する場合などは、製作コストの面でもラダー型に比べ有利になると思われる。

最後に、本研究に対してご援助頂いた(財)電磁応用研究所、また熱心な御討論を頂いたリニアドライブ研究会(委員長 山田一 信州大学教授)の関係各位に感謝の意を表する。

(平成6年1月5日受付)

参考文献

- (1) 小貫・橋本・山村：「短二次リニア誘導機における端効果と $\text{grad } \phi$ の検討」、電気学会論文誌D vol.108 No.11 p.1049 1988
- (2) 小貫・紙屋・田：「三次元有限要素法によるリニア誘導機二次導体スリットの解析」、電気学会リニアドライブ研究会 LD-93-109, 1993
- (3) H. Bolton: "Transverse edge effect in sheet-rotor induction motors", PROC. IEE, Vol. 116, No. 5, MAY 1969

小貫 天 (正員) 昭和4年7月31生。26年3月

早稲田大学第一理工学部電気工学科卒業。同年4月通産省工業技術院電気試験所入所。29年4月早稲田大学理工学部に入職、43年4月同大学教授、63年から平成4年まで同大学理工学研究所所長。工学博士。昭和39、40年度電気学会本部・東京支部評議員。62年電気学会論文賞受賞。平成6年度電気学会業績賞受賞。IEEE他会員

紙屋 雄史 (学生員) 昭和44年8月20日生。平成

5年3月早稲田大学理工学部電気工学科卒業。同年4月、早稲田大学大学院理工学研究科修士課程入学、現在に至る。主にリニア誘導モータの数値解析に関する研究に従事。平成5年電気学会論文発表賞受賞。

田 宇鎮 (学生員) 昭和42年3月3日生。平成3

年2月韓国建国大学工学部電気工学科卒業。平成5年4月早稲田大学大学院理工学研究科修士課程入学、現在に至る。主に、リニア誘導モータに関する研究に従事。