コンデンサ入力形三相整流回路の高調波解析

正 員 作 井 正 昭 (富山大)

正 員 藤 田 宏 (富山大)

A Harmonic Analysis of Three-Phase Rectifier with a DC Filter Capacitor

Masaaki Sakui, Member, Hiroshi Fujita, Member (Toyama University)

In most voltage-fed inverter drives, three-phase diode bridge rectifiers with a filter capacitor at the DC side are often used. In this type of rectifier, the harmonic levels of the line current are well known to be quite high. So far, a time simulation method has been used to analyze the harmonic current. This method is very accurate, but it requires a long computing time and a complicated algorithm.

This paper proposes a practical new method to easily calculate the harmonic currents for both the continuous and discontinuous current conductions. The proposed method is based on the frequency domain method and the rectifier switching functions. Analytical equations for the harmonic currents on both the DC and AC sides are derived, taking into account the effects of filter capacitance and line reactance. All the calculations are conducted only by algebraic calculation with high accuracy. The effectiveness of the proposed method is confirmed by comparison with the results obtained by the simulation method.

キーワード：三相整流回路，高調波解析，フーリエ級数，出力フィルタ

1. ま え が き

近年，インバータを搭載した機器が高性能化と高効率化のために増大している。インバータの電源はコンデンサ入力形のダイオード整流回路がよく用いられる。この形の整流回路は，整流された電圧がコンデンサの電圧より高くなっている期間だけ電流を流すので，入力電流波形はとがったものとなり，非常に大きな高調波成分を含む。これらの高調波成分は，配電系統において電圧波形をひずませるばかりでなく，同じ系統に接続されている諸機器に悪影響を与える場合がある。

コンデンサ入力形整流回路の高調波解析については，時間領域の計算を基礎としたシミュレーション法が一般に用いられる。この方法は，電気回路の過渡現象を数値積分により逐次解いていくもので，有力な手段である。しかし，この方法は計算手順が複雑であり，計算時間も長くなるなどの問題がある。

これに対して，周波数領域での計算を基礎とした高調波計算法⁽¹⁾⁽²⁾が提案されている。こちらの方法は，面倒な手順や大きな計算時間を必要としないが，整流回路の電源側インピーダンスが無視できる場合にのみ有効である。実際には，発生高調波電流の抑制と力率の改善を行うのに，入力側に交流リアクトルを挿入することが考えられ⁽³⁾⁽⁴⁾，当然このような場合には電源側インピーダンスを考慮する必

要がある。また，交流側に流れるパルス状電流波形を三角波形とみなし，解析的に高調波を求める簡易法⁽⁵⁾も提案されている。しかし，この方法では大幅な近似を用いており，かなりの計算誤差が生じる。

著者らはさきに，直流（出力）側電流が連続する場合の高調波計算法について報告した⁽⁶⁾。本論文は，この計算法を直流側電流が不連続（断続）の場合にも適用できるように発展させたものである。本方法は，整流回路に電流連続の場合にはテブナンの定理を，電流不連続の場合にはノートンの定理をそれぞれ適用して，直流側の理想化条件から算出される電圧・電流波形のフーリエ級数の利用を可能にする周波数領域での計算法であり，容易に高調波解析が行える。更に，重なり期間を考慮に入れたスイッチング関数を導入することによって，従来数値解でのみ求められた電源側インピーダンスを含む場合の交流側電流の高調波成分が解析的に算出可能となる。また，本方法によって得られた結果と時間領域でのシミュレーションによる結果を比較することにより，本方法の有効性を確認している。

2. 回路構成と動作モード

図1に，本論文で対象とする直流側にフィルタコンデンサをもつ三相ダイオードブリッジ整流回路を示す。なお， X_d , X_L , X_f , X_s はすべて電源周波数に基づいたリアクタンス値である。解析にあたっては次の仮定を容認する。

- (1) ダイオードは理想的なスイッチング素子である。
- (2) 交流側の各相は平衡している。
- (3) 共振状態は発生しない。

図1の直流側電流 i_d は、回路パラメータによって連続および不連続電流になる場合があるため、連続モードと不連続モードに分けて検討する。更に、連続・不連続動作モードの決定条件や、回路のキャパシタンスとインダクタンスとの組合せにより生じる共振条件についても検討する。

3. 電流連続モードの高調波計算

電流連続モードの場合の高調波計算については、既に報告したので⁽⁶⁾、本論文では簡単に述べる。

図1の直流側電流 i_d は、直流分(平均値) I_d と交流分(各次高調波成分 i_{dm} の総和) i_{dr} とで構成され、

$$i_d = I_d + i_{dr} = I_d + \sum i_{dm} \quad \cdots (1)$$

と表される。そして、直流平均電流 I_d に対する第 m 次高調波成分 i_{dm} は、図2に示すテブナンの等価回路に流れる電流と同等と考えることができる。この図で、 e_{dm} は図1の端子 ab 間が交流分に対して開放のときの、すなわち直流側電流が完全平滑の状態と同等とみなせるときの直流側電圧の第 m 次高調波成分である。そして、時間軸の原点を a 相電圧 $e_a (= E \sin \theta)$ の原点とすると次のように表される(付録1参照)。

$$e_{dm} = A_{dm} \cos \theta + B_{dm} \sin \theta \quad \cdots (2)$$

ただし、

図1 コンデンサ入力形三相ダイオードブリッジ整流回路

Fig. 1. Three-phase diode bridge rectifier with a filter capacitor on the DC side.

図2 直流側電流の交流分に対応する等価回路
Fig. 2. Equivalent circuit for obtaining harmonic components of DC side current.

$$A_{dm} = \frac{3\sqrt{3}E(-1)^p}{2\pi} \left\{ \frac{1 + \cos(m+1)u}{m+1} - \frac{1 + \cos(m-1)u}{m-1} \right\}$$

$$B_{dm} = \frac{3\sqrt{3}E(-1)^p}{2\pi} \left\{ \frac{\sin(m+1)u}{m+1} - \frac{\sin(m-1)u}{m-1} \right\}$$

$$u = \cos^{-1} \left(1 - \frac{2X_s I_d}{\sqrt{3}E} \right)$$

$$m = 6p \quad (p=1, 2, 3, \dots)$$

また、 Z_m は図1の端子 ab からみた直流側のインピーダンスであるから、交流理論を用いると第 m 次調波に対して次式で与えられる。

$$Z_m = \frac{1}{1/(R_d + jmX_d) + 1/(-jX_f/m)} \quad \cdots (3)$$

一方、 Z_{om} は端子 ab からみた交流電源側のインピーダンスであり、重なり期間を考慮すると第 m 次調波に対して次式で与えられる⁽⁶⁾。

$$Z_{om} = jmX_l + j \left(2 - \frac{3u}{2\pi} \right) mX_s \quad \cdots (4)$$

従って、(1)式の直流側電流の第 m 次高調波成分、すなわち図2の回路に流れる電流 i_{dm} は、(2)~(4)式より次式で表される。

$$i_{dm} = \sqrt{2} I_{dm} \cos(m\theta - \varphi_m) \quad \cdots (5)$$

ただし、

$$I_{dm} = \frac{\sqrt{(A_{dm}^2 + B_{dm}^2)/2}}{|Z_m + Z_{om}|}$$

$$\varphi_m = \tan^{-1} \frac{B_{dm}}{A_{dm}} + \tan^{-1} \frac{\text{Im}(Z_m + Z_{om})}{\text{Re}(Z_m + Z_{om})}$$

交流側電源(a 相) i_a は、直流側電流 i_d の直流分 I_d に対応して交流側に流れる電流 i_{oa} に、交流分 i_{dr} によって交流側に流れる電流 Δi_a が重畳したものと考えることができ、次式のように表される。

$$i_a = i_{oa} + \Delta i_a \quad \cdots (6)$$

ここで、電流 i_{oa} は平滑された電流 I_d のときの交流電流に相当するので、次式のように与えられる(付録2参照)。

$$i_{oa} = \sum_{n=1}^{\infty} (A_{on} \cos n\theta + B_{on} \sin n\theta) \quad \cdots (7)$$

ただし、

$$A_{on} = \frac{\sqrt{3}I_d(-1)^{l+1}}{\pi} \left\{ \frac{2 \sin nu}{n} + \frac{1}{1 - \cos u} \times \left\{ \frac{-2 \sin nu}{n} + \frac{\sin(n+1)u}{n+1} + \frac{\sin(n-1)u}{n-1} \right\} \right\}$$

$$\beta_{on} = \frac{\sqrt{3}I_d(-1)^l}{\pi} \left\{ \frac{2 \cos nu}{n} + \frac{1}{1 - \cos u} \times \left\{ \frac{2(1 - \cos nu)}{n} - \frac{1 - \cos(n+1)u}{n+1} - \frac{1 - \cos(n-1)u}{n-1} \right\} \right\}$$

$$n = 6l \pm 1 \quad (l=0, 1, 2, \dots, n>0)$$

電流 Δi_a は、図3に示すようなダイオードの一連の動作を包括的に表現したスイッチング関数を用いて求めることができ、(5)式と(付2)式より次式のように表される。

図3 スイッチング関数と電圧波形
Fig. 3. Switching functions and voltage waveforms.

$$\begin{aligned} \Delta i_a &= S_a i_{dr} = S_a \sum i_{dm} \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} (\Delta A_{on} \cos n\theta + \Delta B_{on} \sin n\theta) \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned} \Delta A_{on} &= \sum_{m=6}^{\infty} \frac{\sqrt{6} I_{dm} (-1)^{l+p+1}}{2\pi} \\ &\quad \times \left[\frac{\sin((m+n)u - \varphi_m) - \sin \varphi_m}{m+n} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sin((m-n)u - \varphi_m) - \sin \varphi_m}{m-n} \right] \\ \Delta B_{on} &= \sum_{m=6}^{\infty} \frac{\sqrt{6} I_{dm} (-1)^{l+p}}{2\pi} \\ &\quad \times \left[\frac{\cos((m+n)u - \varphi_m) + \cos \varphi_m}{m+n} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\cos((m-n)u - \varphi_m) + \cos \varphi_m}{m-n} \right] \end{aligned}$$

$$m = 6p \quad (p=1, 2, 3, \dots)$$

$$n = 6l \pm 1 \quad (l=0, 1, 2, \dots, n > 0)$$

従って、交流側電流 i_a の第 n 次高調波成分 (実効値) I_n は、(6)~(8)式から次式で表される。

$$I_n = \sqrt{(\Delta A_{on})^2 + (\Delta B_{on})^2} / \sqrt{2} \dots\dots\dots (9)$$

4. 電流不連続モードの高調波計算

電流不連続モードの場合、直流側電流の交流分 (高調波成分) が必ず存在し、零にはならない。すなわち、交流分に対しては、図1の端子 ab 間が開放になることはあり得ず、むしろ短絡状態に近くなるものと考えられる。従って、不連続モードの場合の直流側電流の高調波成分 i_{dm} を求めるのに、図2の回路と対応的な関係にある図4のノートの等価回路を用いたほうが便利である。同図の回路では、 i_{dsm} は端子 ab 間が短絡したときに流れる電流、 Y_m 、 Y_{om} はそれぞれ端子 ab からみた直流側および交流側のアドミタンスを表している。以下に、これらの値を具体的に

図4 直流側電流の交流分に対応する等価回路
Fig. 4. Equivalent circuit for obtaining harmonic components of DC side current.

決定する。

電流 i_{dsm} は、端子 ab 間を短絡したときの電流であるから、図1のフィルタコンデンサ $X_f=0$ (キャパシタンスが無有限) のときに、すなわち直流出力電圧が一定の直流のときに得られる直流側電流に含まれる高調波成分である。電流不連続モードで $X_f=0$ の場合、図1の回路を直流側からみると、図5(a)の等価回路に置き換えられる。ここで、 V_d は直流出力電圧、 e^* は点弧電圧、 v^* は残留電圧であり、(b)図のように示される。なお、図中の導通開始角 α 、終了角 β および電圧 V_d は、次の(10)~(12)式を用いて決定される (付録3参照)。

$$\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{V_d}{\sqrt{3}E} \right) \dots\dots\dots (10)$$

$$\sqrt{3}E(\sin \alpha + \sin \beta) = V_d(\alpha + \beta) \dots\dots\dots (11)$$

$$\begin{aligned} I_d &= \frac{3\sqrt{3}E}{\pi(2X_s + X_l)} \left\{ \cos \alpha - \cos \beta + \frac{\alpha + \beta}{2} \right. \\ &\quad \left. \times (\sin \alpha - \sin \beta) \right\} \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

図5(b)の電圧 e^* 、 v^* の波形をフーリエ級数表示すると、次式のようになる。

$$e^* = A_{e0} + \sum_{m=6}^{\infty} (A_{em} \cos m\theta + B_{em} \sin m\theta) \dots\dots (13)$$

$$v^* = A_{v0} + \sum_{m=6}^{\infty} (A_{vm} \cos m\theta + B_{vm} \sin m\theta) \dots\dots (14)$$

ただし、

$$A_{e0} = \frac{3\sqrt{3}E}{\pi} (\sin \alpha + \sin \beta)$$

$$\begin{aligned} A_{em} &= \frac{3\sqrt{3}E}{\pi} \left\{ \frac{\sin(m+1)\alpha + \sin(m+1)\beta}{m+1} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sin(m-1)\alpha + \sin(m-1)\beta}{m-1} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_{em} &= \frac{3\sqrt{3}E}{\pi} \left\{ \frac{\cos(m+1)\alpha - \cos(m+1)\beta}{m+1} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\cos(m-1)\alpha - \cos(m-1)\beta}{m-1} \right\} \end{aligned}$$

$$A_{v0} = (3/\pi)(\pi/3 - \alpha - \beta) V_d$$

$$A_{vm} = -\frac{6V_d \sin m\alpha + \sin m\beta}{\pi m}$$

$$B_{vm} = -\frac{6V_d \cos m\alpha - \cos m\beta}{\pi m}$$

$$m = 6p \quad (p=1, 2, 3, \dots)$$

従って、図5(a)に回路理論を適用すれば、第 m 次高

図5 $X_f=0$ のときの等価回路と電圧波形
Fig. 5. Equivalent circuit and voltage waveforms in the case of $X_f=0$.

調波電流 I_{dsm} は次式のように求まる。

$$i_{dsm} = \sqrt{2} I_{dsm} \cos(m\theta - \lambda_m) \quad (15)$$

ただし、

$$I_{dsm} = \frac{\sqrt{(A_{em} + A_{vm})^2 + (B_{em} + B_{vm})^2}}{\sqrt{2m(2X_s + X_i)}}$$

$$\lambda_m = \frac{\pi}{2} + \tan^{-1} \frac{B_{em} + B_{vm}}{A_{em} + A_{vm}}$$

端子 ab からみた直流側回路のアドミタンス Y_m は、(2)式のインピーダンス Z_m の逆数となり、次式で表される。

$$Y_m = 1/Z_m \quad (16)$$

一方、端子 ab からみた交流電源側回路のアドミタンス Y_{om} は、すべてのダイオードがオフとなるモードが存在するため正確に決定することは困難であり、近似的に決定する。いま、図5(b)の点弧電圧 e^* の第 m 次成分に対する(15)式の電流 i_{dsm} の関係から、基本波 ($m=6$) に対して等価的なインピーダンス $Z_e (=R_e + j6X_e)$ を考えると、 Z_e は(13)式と(15)式より次式のように表される。

$$Z_e = R_e + j6X_e = \frac{E_{e6} \exp(j\delta_6)}{I_{ds6} \exp(j\lambda_6)} \quad (17)$$

ただし、

$$E_{e6} = \sqrt{(A_{e6}^2 + B_{e6}^2)}/2$$

$$\delta_6 = \tan^{-1}(B_{e6}/A_{e6})$$

従って、アドミタンス Y_{om} は第 m 次調波に対して次式で決定できる。

$$Y_{om} = 1/(R_e + jmX_e) \quad (18)$$

以上より、 $X_f \neq 0$ の場合の直流側電流の第 m 次高調波電流、すなわち図4の回路に流れる電流 i_{dm} は、(15)~(18)式から次式のように表される。

$$i_{dm} = \sqrt{2} I_{dm} \cos(m\theta - \varphi_m) \quad (19)$$

ただし、

$$I_{dm} = I_{dsm} |Y_m / (Y_m + Y_{om})|$$

$$\varphi_m = \tan^{-1} \lambda_m + \tan^{-1} \frac{\text{Im}\{Y_m / (Y_m + Y_{om})\}}{\text{Re}\{Y_m / (Y_m + Y_{om})\}}$$

電流不連続モードの場合の交流側電流 (a 相) i_a は、電流連続モードの場合と同様に直流側電流 i_d の直流分に対応して交流側に流れる電流 i_{oa} に、交流分によって交流側に流れる電流 Δi_a が重畳したものと考えることができ、(6)式が成立する。また、電流不連続モードの場合、電流の重なり現象が生じないことと、図5(b)で示されるような時点で導通が開始されることを考慮すると、図3のスイッチング関数に対応するスイッチング関数 (a 相) は図6の S_a の波形で表される。

電流 i_{oa} は、平滑な電流 I_d に相当する交流側の a 相の電流であるから、図6のスイッチング関数 S_a と同じ波形となり、次式のように表される。

$$i_{oa} = S_a I_d$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} (A_{in} \cos n\theta + B_{in} \sin n\theta) \quad (20)$$

ただし、

$$A_{in} = \frac{2\sqrt{3}I_d(-1)^{l+1}}{\pi} \frac{\sin n\gamma}{n}$$

$$B_{in} = \frac{2\sqrt{3}I_d(-1)^l}{\pi} \frac{\cos n\gamma}{n}$$

$$\gamma = \pi/6 - \alpha$$

$$n = 6l \pm 1 \quad (l=0, 1, 2, \dots, n>0)$$

直流側電流の交流分 i_{dr} による交流側の a 相の電流 Δi_a は、図6からわかるように電流 i_{dr} とスイッチング関数 S_a の積で計算でき、次式のように求まる。

$$\Delta i_a = S_a i_{dr} = S_a \sum i_{dm}$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} (\Delta A_{in} \cos n\theta + \Delta B_{in} \sin n\theta) \quad (21)$$

ただし、

$$\Delta A_{in} = \sum_{m=6}^{\infty} \frac{\sqrt{6}I_{dm}(-1)^{l+p+1}}{\pi} \left[\frac{\sin\{(m+n)\gamma - \varphi_m\}}{m+n} + \frac{\sin\{(m-n)\gamma - \varphi_m\}}{m-n} \right]$$

$$\Delta B_{in} = \sum_{m=6}^{\infty} \frac{\sqrt{6}I_{dm}(-1)^{l+p}}{\pi} \left[\frac{\cos\{(m+n)\gamma - \varphi_m\}}{m+n} - \frac{\cos\{(m-n)\gamma - \varphi_m\}}{m-n} \right]$$

$$n = 6l \pm 1 \quad (l=0, 1, 2, \dots, n>0)$$

$$m = 6p \quad (p=1, 2, 3, \dots)$$

従って、交流側電流 i_a の第 n 次高調波成分 (実効値) I_n は、(6)、(20)式と(21)式から、次式のように与えら

図 6 電流波形とスイッチング関数
Fig. 6. Current waveforms and switching function.

れる。

$$I_n = \sqrt{\{(A_{in} + \Delta A_{in})^2 + (B_{in} + \Delta B_{in})^2\}/2} \quad \dots\dots\dots (22)$$

5. 動作モードの決定と共振条件

これまでのところ、回路パラメータによって直流側電流が連続・不連続のどちらのモードで動作するか明確でなかった。ここでは、実用的な見地から、厳密に限界値を数値計算して求めても実用的なメリットはさほどないように思われるので、簡単な条件式を導く。

一般に、直流側高調波電圧において基本波成分、すなわち第六次調波成分の占める割合が大きいので、直流側電流についても第六次調波成分がその他の高調波成分に比べて大きいものと考えられる。従って、高調波は第六調波のみと考えると、電流連続モードとなる限界の高調波電流 I_p は、(5)式から次式のように与えられる。

$$I_p = \sqrt{2} I_{d6} = \frac{\sqrt{A_{d6}^2 + B_{d6}^2}}{|Z_s + Z_{o6}|} \quad \dots\dots\dots (23)$$

従って、与えられた直流平均電流 I_d が I_p より大きいならば連続、小さいならば不連続として動作モードの決定が行える。

また、直流側にキャパシタンスがあると、回路のインダクタンスとの組合せにより、各種の共振回路を構成する可能性がある。共振状態は、(5)式からインピーダンス ($Z_m + Z_{om}$) の絶対値が最小となる次数と電圧 e_{dm} の次数が一致したとき生じ、そして共振状態およびこれに近い状態では、その次数の高調波成分がそれ以外の次数の高調波成分に比べてかなり大きくなるものと予想される。従って、この共振条件を考慮に入れると、 $I_d > I_p$ となる電流連続モードの計算法を適用して求められた直流側電流の高調波成分 I_{dm} は、次の条件を満足していれば十分な精度で求ま

ているといえよう。

$$I_d > \sqrt{2} I_{dm} \quad (m=12, 18, \dots) \quad \dots\dots\dots (24)$$

なお、共振状態のときは、一般に予想されるような電流の大きさが極めて大きいということにはならず、直流側電流に断続期間を生じ電流不連続モードになる。また、 $I_d < I_p$ となる電流不連続モードでは、共振によって他のモードになることはないので、共振を考えなくてよい。

6. 計算結果

ここでは、本方法による結果とシミュレーション法による結果を比較することにより、その有効性を確認する。計算に用いる回路パラメータの基礎となる値は、 $E=0.816$ pu (326.6 V), $I_d=1.0$ pu (25 A), $X_s=0.01$ pu (0.16 Ω), $X_f=0.005$ pu (0.08 Ω), $R_d=0.01$ pu (0.16 Ω), $X_d=0.01$ pu (0.16 Ω), $X_l=0$ pu (0 Ω) であり、電源線間電圧の実効値 400 V、直流出力 10 kW で単位化している。なお、 $X_l \neq 0$ pu の場合の本方法による結果は以下になるものと考えられる。すなわち、直流側電流が連続の場合は、(4)式と(5)式から明らかなように、 Z_{om} が $j m X_l$ だけ増加し、 i_{dm} に与える Z_{om} の誤差の影響が軽減されるので、精度が良くなる。すなわち、 $X_l=0$ pu の場合が最悪の精度を与える場合となる。一方、不連続の場合は、(12)式と(15)式から明らかなように、 X_s が $X_l/2$ だけ増加したものと同じ結果が得られる。以上より、 $X_l=0$ pu の場合の精度を検討しておけば十分である。

図7は交流電源側のリアクタンス X_s および直流側電流 i_d の平均値 I_d に対する交流側電流の高調波含有率、図8はフィルタコンデンサのリアクタンス X_f に対する交流側電流の総ひずみ率 (= 全高調波の実効値/基本波の実効値) の計算結果である。なお、図7における Total の場合の高調波含有率は総ひずみ率に相当する。また、図中の実線(電流連続の場合)および破線(電流不連続の場合)は本方法によって得られた計算値を、●, ○, □, ×, ▲印はシミュレーション法によって得られた計算値を示している。これらの図より、本方法とシミュレーション法の結果は回路パラメータのかなり広い範囲にわたってよく一致しており、その理論の妥当性がうかがえる。また、これらの図から、電源側のリアクタンス分の増加により発生高調波が大幅に低減できることがわかる。

図7では、電流連続・不連続の境界点での本方法による高調波含有率の特性曲線が、連続の場合で計算した値と不連続の場合で計算した値が一致せず、不連続的に変化している。この理由は、図1の端子 ab からみた交流側回路のインピーダンスあるいはアドミタンスを決定する際に近似を用いており、電流連続と不連続の場合とでは近似の方法が異なるからである。なお実用上、このような不連続点では、電流連続と不連続の両方で計算した結果の算術平均値をとってやればよいものと考えられる。

図8では、パラメータが $X_s=0.002$ pu (0.032 Ω) の場合で、 X_f の値の大きいところで誤差が若干大きく現れて

(a) X_s 変化の場合 (b) I_d 変化の場合

図 7 交流側電流の高調波含有率
Fig. 7. Harmonic content of AC side current.

図 8 交流側電流の総ひずみ率
Fig. 8. Total harmonic distortion of AC side current.

いる。しかし、実用上は電解コンデンサの許容リップル電流の点から X_f の値は 0.02 pu (0.32 Ω , 50 Hz で 0.01 F に相当) を超えることはない⁽⁷⁾、その誤差はあまり問題とならない。誤差の原因としては、第 12 調波以上のアドミタンス Y_{om} を決定する際、(18)式に示されるように線形として扱ったことが大きく影響したものと考えられる。

7. むすび

以上、コンデンサ入力形三相整流回路について、交流側および直流側それぞれのインピーダンスの影響を考慮に入れ、直流側電流が連続のみならず不連続になる場合でも高調波解析が簡単に行える方法について述べた。そして、シミュレーション法による計算結果との比較から本方法の理論の妥当性を確認した。

本方法によれば、従来シミュレーションによる数値解でのみ求められた交流側電流の高調波成分が、解析的に簡単かつ高精度で算出でき、非常に有用性のある方法といえる。

(平成 5 年 3 月 22 日受付, 同 5 年 9 月 6 日再受付)

文 献

- (1) R. Bonert & S.B. Dewan: "Line Unbalance Effects in a Three-Phase Rectifier with L_f - C_f Filter", Conf. Rec. IEEE-IAS, 479 (1979)
- (2) S. W. H. de Haan: "Analysis of the Effect of Source Voltage Fluctuations on the Power Factor in Three-Phase Controlled Rectifiers", *IEEE Trans. Industr. Applic.*, IA-22, 259 (1986)
- (3) N. Mohan, T. M. Undeland & J. M. Calm: "Input Current Harmonics and Power Factor of Operation in Transistor Inverters for Induction Motor Drives", Conf. Rec. IPEC-TOKYO, 649 (1983)
- (4) 小川: 「高調波対策—高調波発生機器における対策—」, 電気学会産業電力電気応用研究, IEA-90-15 (平 2)
- (5) 長岡・今井: 「ビル配電系統における高調波電流シミュレーションと高調波抑制法」, 電気設備誌, 11, 99 (平 3)
- (6) M. Sakui, H. Fujita & M. Shioya: "A Method for Calculating Harmonic Currents of a Three-Phase Bridge Uncontrolled

- (7) W. F. Ray, R. M. Davis & I. D. Weatherhogg: "The Three-Phase Bridge Rectifier with a Capacitive Load", IEE Conf. Publ. 291, 153 (1988)

付 録

1. (2)式の導出

直流側電流が完全平滑時の直流側電圧 e_d は、図3に示されるスイッチング関数 S_a, S_b, S_c を用いて、次式のように表される。

$$e_d = S_a e_a + S_b e_b + S_c e_c \dots\dots\dots (付1)$$

ここで、

$$e_a = E \sin \theta$$

$$e_b = E \sin(\theta - 2\pi/3)$$

$$e_c = E \sin(\theta - 4\pi/3)$$

である。 S_a はフーリエ級数で表示すると次式のように与えられる。

$$S_a = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{3}(-1)^{l+1}}{\pi n} \times \{\sin nu \cos n\theta - (1 + \cos nu) \sin n\theta\} \dots\dots\dots (付2)$$

ただし、 $n=6l \pm 1$ ($l=0, 1, 2, \dots, n>0$), u は重なり角であり、周知のように

$$u = \cos^{-1} \left(1 - \frac{2X_s I_d}{\sqrt{3}E} \right) \dots\dots\dots (付3)$$

で与えられる。そして、 S_b と S_c は、(付2)式中の θ をそれぞれ $(\theta - 2\pi/3)$, $(\theta - 4\pi/3)$ に置き換えればよい。

以上より、(付1)~(付3)式と(付2)式から求まる S_b, S_c の式により e_d が計算でき、その第 m 次高調波成分を取り出せば(2)式が得られる。

2. (7)式の導出

平滑された直流側電流 I_d が流れているときの交流側 (a 相) の電流 i_{oa} の波形は、

$$(i) \quad 0 \leq \theta < \pi/6$$

$$i_{oa} = 0$$

$$(ii) \quad \pi/6 \leq \theta < \pi/6 + u$$

$$i_{oa} = \frac{1 - \cos(\theta - \pi/6)}{1 - \cos u} I_d$$

$$(iii) \quad \pi/6 + u \leq \theta < 5\pi/6$$

$$i_{oa} = I_d$$

$$(iv) \quad 5\pi/6 \leq \theta < 5\pi/6 + u$$

$$i_{oa} = \left\{ 1 - \frac{1 - \cos(\theta - 5\pi/6)}{1 - \cos u} \right\} I_d$$

$$(v) \quad 5\pi/6 + u \leq \theta < \pi$$

$$i_{oa} = 0$$

のように与えられる対称波である。従って、 i_{oa} の波形をフーリエ級数に展開すると(7)式が得られる。

3. (10)~(12)式の導出

フィルタコンデンサ $X_f = 0$ の場合の直流側電流 i_{ds} は、直流出力電圧 $e_d (= \sqrt{3}E \cos \theta)$ が $e_d = V_d$ の関係を満足する時点で流れ始める。ここで、その時点を図5(b)のように導通開始角 α で表せば、(10)式が得られる。

また、電流 i_{ds} が流れている状態において、次の回路方程式が成立する。

$$\sqrt{3}E \cos \theta - V_d = (2X_s + X_l) \frac{di_{ds}}{d\theta} \dots\dots\dots (付4)$$

ここで、 $\theta = -\alpha$ で $i_{ds} = 0$ なる初期条件を考慮して電流 i_{ds} を求めると

$$i_{ds} = \frac{\sqrt{3}E(\sin \theta + \sin \alpha) - V_d(\theta + \alpha)}{2X_s + X_l} \dots\dots\dots (付5)$$

となる。この i_{ds} が、図5(b)に示されるように、 $\theta = \beta$ で $i_{ds} = 0$ なることに注目すると、(11)式の関係が得られる。また、 i_{ds} の平均値が I_d となることから、(12)式が得られる。

作 井 正 昭 (正員) 1949年10月27日生。1974年3月富山大学大学院工学研究科電気工学専攻修士課程修了。同年4月同大学工学部助手、講師を経て1992年4月同助教授、現在に至る。主として、パワーエレクトロニクスの研究に従事。工学博士。IEEE、電気設備学会会員。

藤 田 宏 (正員) 1932年2月12日生。1954年富山大学工学部電気工学科卒業。同年(株)明電舎入社。1963年富山大学工学部電気工学科勤務。1974年同教授、現在に至る。電気機器学、電動応用を担当。この間、電動機のサイリスタ制御、交流磁気浮揚、リニアアクチュエータ、磁気応用装置の研究に従事。工学博士。IEEE、電気設備学会会員。